



ESSAI

SUR LA MANIERE LA PLUS AVANTAGEUSE

DE CONSTRUIRE

LES MACHINES HYDRAULIQUES,

ET EN PARTICULIER

LES MOULINS A BLED.

ESSAI

SUR LA MANIERE LA PLUS AVANTAGEUSE

DE CONSTRUIRE

LES MACHINES HYDRAULIQUES,

ET EN PARTICULIER

LES MOULINS A BLED;

Ouvrage entièrement fondé ſur la théorie modifiée par l'expérience, & terminé par un Traité pratique où l'on a mis les principes de la Conſtruction à la portée des Conſtructeurs, auxquels on ne ſuppoſe d'autres connoiſſances que celles de l'arithmétique ordinaire.

PAR M. FABRE,

Correſpondant de l'Académie Royale des Sciences, Ingénieur Hydraulique du Pays de Provence, ancien Profeſſeur de Mathématiques & de Phyſique à l'Univerſité d'Aix.



A PARIS,

rue Dauphine, à l'entrée à droite près du Pont-Neuf,

Chez ALEX. JOMBERT JEUNE, Libraire pour l'Artillerie & le Génie.

M. DCC. LXXXIII.

AVEC APPROBATION, ET PRIVILEGE DU ROI.



A MONSEIGNEUR

DE BOISGELIN,

Archevêque d'Aix, premier Procureur-né du Pays, & Préſident des trois Ordres des Etats de Provence, Abbé Commendataire des Abbayes de Saint-Gilles, Chaâlis & Saint-Maixant, & l'un des Quarante de l'Académie Françoiſe.

MONSEIGNEUR,

DANS un ſiecle où tous les projets ſont conſacrés au bien public, où l'amour de l'humanité & la juſtice

qu'on rend aux talents ſoutiennent les Artiſtes dans leurs travaux, & les encouragent à faire des découvertes, je ne devois offrir cet Ouvrage qu'à vous, MONSEIGNEUR, qui l'avez fait naître. Avide de toutes les connoiſſances, fait pour les apprécier, vous parcourez d'un pas égal la carriere des Beaux-Arts & celle des Sciences exactes. L'Hiſtoire, l'Eloquence, la Politique, l'art de gouverner, ſont les amuſements de votre eſprit. Cette étendue de lumieres ſuffiroit ſeule pour exciter notre admiration : mais vous voulez encore gagner nos cœurs par la bienfaiſance. Il eſt dans notre Province un monument qui éterniſera votre mémoire, & qui apprendra à nos neveux que vous avez ſu allier le zele d'un vrai Patriote à la gloire des Lettres.

Si ce foible Eſſai que je vous préſente a le bonheur de vous plaire, je ſerai parfaitement ſatisfait. La plus flatteuſe récompenſe de mes travaux, je la place dans l'acceptation que vous daignez faire de mon Ouvrage. Et quoiqu'en ce genre le deſir de bien faire

ne puiſſe ſuppléer aux talents, j'oſe prétendre à vos ſuffrages par le motif qui m'anime.

Je ſuis, avec un profond reſpect,

MONSEIGNEUR,

DE VOTRE GRANDEUR,

Le très humble & très obéiſſant ſerviteur, FABRE.

Extrait des Regiſtres de l'Académie Royale des Sciences, le vingt-neuf Juillet 1780.

Meſſieurs l'Abbé Boſſut & Vandermonde, Commiſſaires chargés d'examiner un Ouvrage de M. Fabre, intitulé : *Eſſai ſur la Maniere de conſtruire les Machines Hydrauliques, &c.* en ayant fait le rapport, l'Académie a jugé cet Ouvrage digne de ſon approbation, & de paroître ſous ſon Privilege. En foi de quoi j'ai ſigné le préſent Certificat. A Paris, ce 5 Août 1780.

Signé, LE MARQUIS DE CONDORCET, Secrétaire perpétuel.

DISCOURS PRÉLIMINAIRE.

Il eſt néceſſaire que les différentes parties d'une machine, conſtruite ſelon les meilleures proportions, ainſi que celles qui compoſent un corps bien organiſé, aient une relation déterminée non ſeulement entre elles, mais encore avec le principe moteur & l'effet qui en réſulte : effet dont la valeur & la bonté doivent être les plus grandes poſſibles. Qu'on augmente, ou qu'on diminue les dimenſions de quelque partie, l'harmonie qui regnoit dans le ſyſtême ſera détruite; l'effet éprouvera néceſſairement une altération, & les fonctions de la machine ne ſe feront plus avec la même régularité; peut-être même ſeront-elles entiérement ſuſpendues. Si l'on exprime cette relation par des formules générales qui, moyennant quelques modifications, puiſſent être appliquées à tous les cas particuliers, on aura la véritable théorie des machines.

Pour peu qu'on examine les éléments qui influent ſur la production de l'effet, on ſe convaincra aiſément combien ce ſujet eſt difficile à traiter. Les machines, conſidérées dans l'état naturel ſont peſantes, & leurs parties ne peuvent ſe mouvoir ſans éprouver un réſiſtance relative à leur poids, ainſi qu'à la figure & à la nature des pieces qui les ſupportent. Ces mêmes parties agiſſant les unes ſur les autres dans les machines compoſées, ſe gênent mutuellement dans leurs mouvements. D'ailleurs toutes les machines ſe rapportant au levier ou à un ſyſtême de leviers, ſelon qu'elles ſont ſimples ou compoſées, la force motrice ne peut les mettre en mouvement ſans preſſer chaque point d'appui & ſans y produire une réſiſtance dont l'expreſſion ne peut, ainſi que celle de la force deſtinée à la vaincre, être évaluée autrement que par la ſommation des termes d'une ſérie décroiſſante à l'infini; quelle que ſoit l'eſpece de l'effet qu'on veut produire, il eſt rare que par ſa nature il ne ſoit aſſujetti à un

degré de vîtesse, déterminé. Tous ces éléments ne peuvent être exprimés généralement sans des calculs excessivement longs, même dans les machines les plus simples : à cela près il n'y aura point de difficulté, puisqu'on pourra toujours facilement connoître le degré de frottement des pieces & la vîtesse convenable à l'effet.

Il n'en sera pas de même des éléments qui entrent dans l'expression de l'action de la force motrice, lorsque les machines seront mues par l'impulsion de l'eau. Tous les filets du fluide moteur n'ont pas la même vîtesse. Leur action s'exerce à la fois sur plusieurs plans qui se meuvent circulairement autour d'un centre. Cette action varie selon la direction & la vîtesse du courant par rapport aux surfaces choquées, & selon que ce même courant est plus ou moins défini. Enfin les résultats sont presque toujours différents de ceux qui sont donnés par la théorie ordinaire du mouvement & du choc des fluide. Cette théorie est donc insuffisante dans la pratique, & l'on ne peut faire usage de ses principes qu'après les avoir modifiés par l'expérience. Aussi parmi les Auteurs qui ont traité des machines hydrauliques, les uns voyant les grandes difficultés qu'il y avoit à donner des regles pour la construction, se sont bornés à remplir leurs ouvrages des descriptions d'un grand nombre d'engins la plupart impraticables par la multiplicité des engrénages qu'ils y ont prodigués & dont la résistance absorbe une grande partie de la force motrice. Les autres ont appliqué le calcul à la mesure de l'effet produit par quelques machines déjà construites. Mais les formules qu'ils en ont déduites manquant de cette généralité si précieuse dans les sciences, & étant d'ailleurs défectueuses par la maniere erronée dont les résistances des frottements & l'impulsion du fluide moteur sont évaluées, ne peuvent être d'aucun usage dans la construction. Point de distinction entre les fluides définis & les fluides indéfinis, ni entre la théorie absolue & la théorie modifiée. Point de rapport entre la force motrice & les différentes

parties du ſyſtême. De ſorte que l'effet qui ſeroit produit par une machine conſtruite d'après ces formules dépendroit toujours autant du haſard que des principes.

La véritable théorie des machines hydrauliques doit donc être regardée comme neuve à bien des égards. Les vrais principes de la bonne conſtruction ſont encore inconnus : mais nous avons les moyens néceſſaires pour les fixer. Une nombreuſe ſuite d'expériences ſur le mouvement & l'impulſion de l'eau, exécutées avec le plus grand ſoin par des perſonnes que la vaſte étendue de leurs connoiſſances, les précieuſes découvertes dont ils nous ont enrichis, & leur zele pour le progrès des ſciences, rendent infiniment recommendables, nous met en état d'établir une théorie sûre d'après laquelle on poutra juger avec certitude de l'effet que doit produire une machine. C'eſt ce que je tâche de faire dans cet ouvrage. Je n'ai pas la témérité de croire que j'ai parfaitement réuſſi : mais je me flatte que l'on ne me ſaura pas mauvais gré d'avoir fait des tentatives, & que mes eſſais pourront n'être pas inutiles à ceux qui voudront courir la même carriere. L'on en jugera par l'expoſition du plan que j'ai ſuivi & des principales queſtions que j'ai traitées.

Je ſuppoſe la connoiſſance des loix du mouvement des fluides que M. l'Abbé Boſſut a expoſées dans ſon excellent traité d'Hydrodynamique avec cet ordre & cette clarté qui caractériſent toutes les productions de ſon génie. C'eſt à cet Ouvrage que je renverrai pour la démonſtration des propoſitions élémentaires dont je ferai uſage, & ſi je traite quelque queſtion qui y ait été réſolue, ce ne ſera que pour l'enviſager ſous un point de vue relatif à mon plan. J'emploierai les expériences que le même M. Boſſut a publiées dans la ſeconde partie du traité que je viens de citer pour trouver les véritables loix du mouvement de l'eau ; & je me ſervirai de celle qu'il a faites conjointement avec M. d'Alembert & M. le Marquis de Condorcet pour fixer la valeur de l'impulſion.

Je divise cet essai en trois Parties dont la premiere qui est la plus considérable, traite des machines hydrauliques en général mues par la seule impulsion de l'eau. Cette Partie renferme trois Sections. Dans la premiere j'établis les loix générales & effectives du mouvemenr & de l'action de l'eau, & les principes nécessaires pour l'inrelligence des autres Sections. La vitesse naturelle de l'eau qui sort d'un bassin est toujours exprimée par les ordonnées d'une parabole dont le paramette est double de la vitesse engendrée par la gravité naturelle. En supposant que l'eau qui s'échappe laréralement d'un réservoir, soit reçue dans un canal horizontal & sans frottement, & que l'effet de la contraction affecte uniformément toute la masse, ce qui est admissible, je démontre que la vîtesse effective des filets d'eau dans ce canal sera encore exprimée par les ordonnées d'une parabole qui aura pour parametre le double de l'effet de la gravité naturelle modifiée.

La résistance du frottement dans les coursiers mérite un examen particulier. Cette résistance se fera d'autant moins sentir sur la masse, que la force de cette masse sera plus grande & que la partie frottante de sa section sera moindre, toutes choses d'ailleurs égales. Ajoutons à ce principe que dans la pratique la force nécessaire pour mouvoir une usine doit en général être plus grande que celle de l'eau employée par M. l'Abbé Bossut dans ses expériences sur le même sujet, & nous conclurons 1°. que la force accélératrice le long d'un canal dont les parois latérales sont paralleles doit être variable; 2°. que dans la pratique si les côtés du coursier sont supposés paralleles, la résistance doit être moindre que la dixieme partie de la graviré absolue; 3°. qu'en donnant une légere déviation aux côtés du coursier pour mettre sa largeur dans un rapport donné avec la profondeur de l'eau, soit au haut, soit au bas de la chûte, ce qui est nécessaire dans la construction, on peut, sans craindre d'erreur sensible, admettre le résultat trouvé par M. l'Abbé Bossut &

ſuppoſer la réſiſtance conſtante & égale à la dixieme partie de la gravité abſolue. Ainſi la gravité effective de l'eau ſera égale à la gravité naturelle modifiée par la réſiſtance du frottement & par le rapport de la hauteur à la longueur du courſier.

La bonne conſtruction exigeant que l'impulſion ſe faſſe ſelon une direction donnée, j'indique le moyen qu'il faut employer pour changer la direction du courant ſans diminuer ſa vîteſſe. Il ſeroit également pernicieux de donner trop ou trop peu d'inclinaiſon au courſier. Je fais voir que l'angle qu'il doit faire avec la verticale, peut être fixé à $25^{d}\ 50'$, le coſinus & le ſinus étant alors, à peu de choſe près, dans le rapport de 9 à 4. Ainſi, dans la conſtruction, la vîteſſe de l'eau le long d'un courſier ſera encore exprimée pat les ordonnées d'une parabole ordinaire qui aura pour axe la vetticale, ſon ſommet au point le plus haut de la chûte, & un parametre égal au double de la vîteſſe produite par la gravité naturelle multipliée par la fraction $\frac{8}{9}$. D'après ce principe on pourra trouver avec facilité tout ce qui eſt relatif au mouvement de l'eau dans un courſier. J'applique cette théorie à divers objets & ſur-tout à la maniere de meſurer la dépenſe d'un canal.

Pour établir les vrais principes de l'impulſion il étoit néceſſaire d'examiner les fluides définis & indéfinis & de faire connoître la différence qui ſe trouve entre leurs effets. Après avoir fait à cet égard les obſervations convenables. Je conclus que l'on doit employer des courſiers dans toutes les machines, même dans celles qui ſont placées ſur des rivieres. Je fais remarquer juſqu'à quel point dans la pratique les propoſitions néceſſaires pour la meſure de l'impulſion, doivent être modifiées. J'évalue, en livres poids de marc, l'impulſion directe de l'eau mue avec un pied de vîteſſe par ſeconde contre un plan immobile d'un pied quarré, en ſuppoſant le fluide ſucceſſivement défini & indéfini; & je me ſers de cette grandeur comme d'un terme de comparaiſon dans la méthode que je donne pour déterminer

la force du choc, soit direct soit oblique, sur toutes sortes de surfaces planes immobiles ou mues parallélement à elles-mêmes & selon telle direction que l'on voudra par rapport à celle du courant. Je démontre que l'impulsion sur une surface courbe est moindre que celle qui auroit lieu sur la surface plane correspondante.

J'expose en peu de mots & d'une maniere fort simple comment on doit envisager l'action d'un courant, & j'en déduis ce principe général, que l'*effet produit par une machine hydraulique quelconque considérée sans frottement, est en raison composée de la surface choquée, du quarré de la vîtesse relative du courant, & de sa vîtesse résidue.* D'après ce principe je trouve des formules générales qui font connoître le rapport des effets produits par divers courants selon des directions données.

Le résultat de la théorie de cette section est, que dans les roues horisontales la direction du courant au point d'impulsion doit être horisontale, & la position de l'aîle, verticale; que, pour le plus grand effet, le choc sur les aîles d'une roue quelconque, horisontale ou verticale, doit se faire au point le plus bas & selon l'horisontale; que, dans la dérivation des eaux pour le mouvement d'une usine, le coursier doit partir du plus haut point possible; & enfin qu'on doit éviter autant qu'on le pourra d'employer des écluses.

Dans la seconde Section, je traite de l'action de l'eau sur les aîles des roues, de la construction des roues & du calcul de l'effet des machines. Par le moyen de l'équation comparative entre les moments des impulsions directes & obliques correspondantes, je prouve que l'impulsion est d'autant plus avantageuse, que l'arc plongé dans l'eau est d'un moindre nombre de degrés; & comparant cette même équation aux résultats donnés par l'expérience, je conclus que, quand la flêche de l'arc plongé est peu considérable, l'impulsion peut être sensiblement regardée comme la même que celle qui auroit lieu sur une

ſeule aîle perpendiculaire. L'examen de l'action de l'eau ſur les roues fait voir par un ſimple raiſonnement, qu'en général le nombre d'aîles doit être le plus gtand poſſible, ce qui eſt conforme à l'expérience.

L'expreſſion générale du moment d'impulſion ſur l'aîle d'une roue verticale ou horiſontale étant trop compliquée, je ſuppoſe une vîteſſe commune à tous les filets d'eau, & rapportant leur action à l'impulſion directe, qui auroit lieu ſur cette aîle, mue parallélement à elle-même dans la direction du courant, avec une vîteſſe égale à celle du point du milieu, qui devient alors le centre d'impulſion, je trouve que dans les roues horiſontales, la vîteſſe commune à toute la maſſe, ſera celle de la ſuperficie du courant; qu'il en ſera de même dans les roues verticales, lorſque la hauteur due à cette viteſſe excédera les $\frac{4}{5}$ du rayon extérieur; mais qu'au deſſous on fera bien de prendre celle du filet du milieu. Ainſi l'impulſion d'un coutant ſur les aubes d'une roue ſe rapporte aux principes établis dans la premiere Section.

Lorſque les courants dont on a à diſpoſer pour mouvoir une machine ont peu de vîteſſe, comme la plupart des rivieres, & qu'on ſe ſert de roues verticales, pour ſe procurer une plus grande impulſion on eſt dans l'uſage de donner beaucoup de hauteur aux aîles. C'eſt évidemment un défaut, puiſqu'alors l'eau qui eſt vers la ſurface peut être pouſſée par les aîles; au lieu de les pouſſer j'exprime par une équation le rapport qui doit regner entre le rayon de la roue, ſa vîteſſe, celle du courant & la hauteur des aubes afin que l'eau ne puiſſe pas être refoulée. Je donne en même temps la maniere de meſurer la vîteſſe des eaux de la ſurface d'une riviere, & le moyen de trouver la viteſſe moyenne, d'après laquelle on doit faite le calcul de l'impuſion.

L'expérience & la réflexion nous donnent divers moyens d'augmentet la force d'impulſion d'un courant ſur une roue.

M. l'Abbé Boſſut a fait voir qu'on doit incliner les aîles, par rapport à la direction du courant. Elles produiroient encore un meilleur effet ſi elles étoient taillées en biſeau. Mais lorſqu'on a à diſpoſer d'une chûte d'eau, il n'y a pas de moyen plus propre à en retirer le plus grand avantage, que d'empêcher qu'aucun filet ne s'échappe par le jeu de la roue, ſans avoir choqué les aubes. Pour cela, il ſuffit de pratiquer un petit reſſaut au fonds du courſier à l'endroit où ſe fait l'impulſion, & de faire enſorte que les aîles débordent tant ſoit peu le fonds ſupérieur & les parois latérales. Cette conſtruction qui eſt tout-à-fait ſimple, donne ſans aucun calcul, la ſolution de ce Problême : *Trouver le rapport le plus avantageux des côtés d'une aîle rectangulaire.* Mais cette ſolution ne pouvant pas s'appliquer à la pratique, je fixe les limites de ce rapport dans les roues horiſontales & verticales, ſoit que ces dernieres ſoient mues par une chûte d'eau, ou par une riviere.

Dans une machine quelconque l'arbre ſur lequel le poids agit, devant tourner avec une viteſſe déterminée, & la hauteur des aîles ayant d'ailleurs des limites par rapport au rayon de la roue; il s'enſuit qu'il y aura des cas où la chûte du courant ſera trop petite pour imprimer au poids le degré de vîteſſe que ſa nature exige, ſans employer des engrénages. Je donne l'expreſſion générale de cette chûte qui ſert de limites entre les cas où l'on doit faire uſage des machines ſimples, & ceux où l'on doit ſe ſervir des machines à engrénages.

Les machines peuvent aſſez généralement être diviſées en quatre principales claſſes. Car l'arbre ſur lequel le poids agit, peut être vertical ou horiſontal, & dans l'un & l'autre cas il peut être mû ſans engrénage ou avec engrénage. Il y a peu de machines qui, par le moyen de quelques modifications, ne ſe rapportent à quelqu'une de ces claſſes. Suppoſant à l'arbre dont je viens de parler, une vîteſſe déterminée, j'exprime par des formules générales la relation entre les éléments de la force motrice

motrice & l'action du poids enlevé jointe à la résistance de tous les frottements. Ces formules étant trop compliquées pour être utiles à d'autres qu'à ceux qui sont fort versés dans le calcul algébrique, je néglige les résistances dont la valeur est très-petite, & qui ne peuvent influer sur l'effet que d'une maniere presque insensible. Ensuite substituant aux lettres leurs valeurs numériques relatives au plus grand effet, je trouve de nouvelles formules tout-à-fait simples, & à la portée de ceux qui ne connoissent que les premiers éléments de l'algebre. Ces formules expriment les dimensions nécessaires à certaines pieces de la machine, pour imprimer le degré de vîtesse proposé au poids enlevé, dont elles font aussi connoître la valeur approchée, soit que la machine soit mue par une chûte d'eau, ou par une riviere, & dans ce dernier cas, soit que l'on emploie un coursier ou non. Je termine cette Section, par l'application des principes précédents à l'examen de quelques machines déjà construites, & je fais voir en même temps, comment on peut sans une expérience directe, trouver à-peu-près la dépense & la chûte d'un courant nécessaires pour mouvoir convenablement la moindre machine qu'on puisse employer dans un genre proposé.

La troisieme Section traite des engrénages, des canaux, des coursiers & des écluses. Dans les engrénages, le nombre de dents & celui des fuseaux doivent être respectivement comme les rayons de la roue & de la lanterne. La plupart des Auteurs qui en ont parlé ne faisant pas attention que les dents & les fuseaux doivent avoir une épaisseur relative à la résistance, ont donné diverses regles souvent impraticables sur le nombre qu'il en falloit employer : j'examine ce sujet d'une maniere que je crois neuve. Je donne le moyen de trouver ce nombre exactement, ou par approximation, selon que la chose sera possible ou impossible, & je prescris les regles nécessaires à la construction de cette partie des machines.

Dans la pratique, on donne ordinairement trop de pente aux canaux de conduite. Je démontre que par ce procédé on se prive réellement, & à pure perte, d'une partie de la chûte, & qu'en général on ne doit donner que la pente nécessaire à l'écoulement. Je fais voir qu'un surcroit d'eau peut détériorer & quelquefois même anéantir l'effet d'une machine, tandis qu'une diminution ne peut affecter que sa quantité sans altérer sa bonté. Cela me fournit l'occasion d'examiner les variations des sources & l'état où il faudroit les prendre, afin que l'effet produit dans le courant d'une année entiere fût le plus grand possible. Après quelques discussions qui font connoître la difficulté de la solution, je conclus qu'il faut construire la machine d'après la dépense dans les plus basses eaux, & que pour mettre à profit les eaux superflues dans le temps des crues, on doit les employer à mouvoir une machine à écluse. Dans les machines placées sur les rivieres, c'est à la vîtesse dans les basses eaux qu'il faut les proportionner. Si pendant les crues la vîtesse de la machine devient trop grande, on éloignera le coursier, afin que le courant étant moins défini, son action soit moins forte, toutes choses d'ailleurs égales.

Lorsque les roues sont mues par la chûte d'un courant, pour empêcher que les eaux après l'impulsion ne gênent le mouvement, on doit les recevoir dans un coursier de décharge dont la pente soit assez considérable pour faciliter leur écoulement, & dont la largeur soit la plus grande qu'il sera possible, afin que les eaux y ayant peu de profondeur, on puisse se procurer une plus grande chûte. Je donne à cet égard toutes les regles nécessaires, & je prescris ce qu'il faut observer relativement au canal de fuite; d'où je déduis la regle générale pour trouver la chûte absolue dont on peut disposer.

Après avoir fixé les rayons des arcs de cercle qu'il faut employer pour changer la direction du courant, je donne les formules nécessaires pour trouver la largeur du coursier au haut &

au bas de la chûte, en ſuppoſant cette largeur dans tel rapport que l'on voudra avec la profondeur de l'eau au même endroit ; & j'en déduis le moyen de trouver la chûte relative, d'après laquelle on doit faire le calcul d'une machine. Les courſiers deſtinés à être placés ſur des rivieres, doivent être conſtruits différemment des autres. J'explique leur conſtruction, & enſuite je fais voir comment on doit employer un grand volume d'eau pour mouvoir pluſieurs machines de front.

Une machine uſuelle quelconque doit avoir une grandeur déterminée. Lorſque la force de l'eau n'eſt pas capable de mouvoir ſans interruption la moindre machine qu'on puiſſe employer dans un genre propoſé, il faut ſe ſervir d'une écluſe. Pour diſtinguer ce cas, on n'a beſoin que de connoître le produit de la dépenſe du courant par ſa chûte. Je démontre que la machine doit être conſtruite en ſuppoſant la ſurface de l'eau arrivée au point le plus haut, & que, pour empêcher que ſon mouvement ne languiſſe, outre le grand baſſin, on doit en employer un petit à la porte de l'écluſe. La profondeur du grand baſſin doit être la moindre poſſible ; à cela près, elle eſt arbitraire ; au lieu que celle du petit eſt égale à deux fois $\frac{1}{2}$ la profondeur de la partie ſupérieur du courſier. La dépenſe de l'écluſe a des limites que je fais connoître. Je donne la méthode pour trouver les dimenſions de l'orifice, & pour ramener la conſtruction d'une machine à écluſe à celle d'une machine ſans écluſe, & enfin le moyen de déterminer l'effet qu'on en doit attendre. Je termine cette Section & la premiere Partie par un problême général dont la ſolution fait voir l'uſage des principes précédents pour la conſtruction des machines hydrauliques.

Dans la ſeconde Partie, j'établi la véritable théorie des moulins à bled, ſujet qui intéreſſe tous les pays où l'on mange du pain & qui n'a jamais été traité comme il auroit dû l'être. Je diviſe cette Partie en trois Sections dont la premiere ren-

ferme tout ce qui regarde les meules & leur action sur le bled. Après une courte description de ces machines, je démontre que les surfaces frottantes des meules doivent être âpres & raboteuses; que cette âpreté doit produire un mouvement d'oscillation dans la meule tournante; que le pallier doit être élastique, & que, toutes choses d'ailleurs égales, sa section doit être proportionnelle au poids de l'équipage de la meule tournante. Je fais voir que la résistance du bled sous la meule, peut se rapporter à celle du frottement ordinaire; que le poids de la meule tournante diminuant, on pourroit produire le même effet qu'auparavant en augmentant sa vîtesse, mais qu'il vaut mieux pour cela lui conserver le même poids & la même vîtesse; que le degré de pression convenable à la bonne farine doit être invariable, que la résistancee du bled & la couronne de pression sont sensiblement comme la force horisontale détruite, & que le poids de l'équipage de la meule tournante est comme la résistance du bled. Je prouve que cette résistance est indépendante de la vîtesse de la meule, & que toutes choses d'ailleurs égales elle doit être moindre sous une grande meule que sous une petite.

Après avoir trouvé le bras de levier de la meule tournante, je cherche à quelle distance du centre le bled doit commencer à être écrasé. De la solution de cette question je tire deux principes essentiels, savoir 1°. que le quarré du rayon de la meule doit être comme le poids de son équipage; 2°. que le quarré de ce meme rayon doit être comme la force horisontale détruite par les résistances. Je fais voir aussi d'après la même solution comment on doit tailler les meules pour produire le meilleur effet possible. J'examine ensuite les loix de la diminution des meules; ce qu'il faut observer en les piquant, & la maniere de conserver le même poids à la meule supérieure. Si la meule tourne avec trop de vîtesse, la bonté de la farine sera altérée par la chaleur. Je cherche donc la loi gé-

nérale de la chaleur produite par le frottement, & j'en conclus que pour produire la meilleure farine possible le nombre de révolutions de la meule dans un temps donné doit être en raison inverse de son rayon.

Il est évident qu'une meule d'un rayon donné doit avoir un équipage d'un poids déterminé. Après avoir prescrit la maniere de trouver ce poids, je démontre que dans un moulin quelconque lorsqu'une meule produira le plus grand & le meilleur effet possible, son rayon sera comme la racine quarrée du poids de son équipage. J'indique le moyen de trouver le poids de l'équipage de la moindre meule qu'on puisse employer, & enfin je termine cette section en faisant voir que dans les meilleurs moulins les effets sont comme les quarrés des rayons des meules & comme les poids de leurs équipages.

La seconde Section traite de la théorie générale des moulins. Cette Section ne renferme que des formules générales relatives aux moulins simples & aux moulins composés, soit que ces derniers soient mûs par une chûte d'eau ou par une riviere, & soit qu'ils aient une ou plusieurs meules tournantes.

La troisieme Section renferme les diverses expériences que j'ai exécutées & l'application de leurs résultats aux formules de la seconde. Par ce moyen je fixe la véritable théorie des moulins, & j'établis les regles nécessaires non seulement pour connoître les dimensions d'un moulin quelconque, simple ou composé, à une ou à plusieurs meules tournantes, mû par une chûte d'eau ou par une riviere, & qui produit le plus grand & le meilleur effet possible, mais encore pour trouver à-peu-près la valeur de cet effet. Je détermine la chûte au-dessous de laquelle il faut se servir d'un engrénage, si l'on veut que la meule n'ait que le degré de vîtesse convenable au meilleur effet; & je donne un moyen simple de connoître les cas où il faut employer une écluse. Je termine cette Section par des applications à plusieurs exemples.

Il eſt rare que les Conſtructeurs aient aſſez de connoiſſances pour faire uſage des formules algébriques même les plus ſimples. J'ai donc cru que mon Ouvrage ſeroit imparfait ſi je n'ajoutois en leur faveur une troiſieme Partie ſur la pratique des principes précédents. Ce traité-pratique eſt dépouillé de tout air ſcientifique, &, pour l'entendre, il ſuffit de connoître l'arithmétique ordinaire. Je le diviſe en trois Sections. Dans la premiere, qui eſt fort courte, je traite des connoiſſances néceſſaires à l'intelligence des regles que je donne dans les autres. Ces regles ſouvent fondées ſur des calculs par décimales, m'ont engagé à établir quelques principes relatifs à cette ſorte de numération que j'ai eu ſoin de préſenter ſous la forme des fractions ordinaires, les ſeules connues des Conſtructeurs. Ainſi je donne la maniere de transformer une fraction ordinaire en une autre peu différente dont le dénominateur ſoit l'unité accompagnée d'un certain nombre de zéros; & après avoir expliqué comment on éleve un nombre quelconque à une puiſſance propoſée, je preſcris la méthode pour en extraire la racine quarrée & ſa racine cubique, ſoit exactement lorſque la choſe eſt poſſible, ſoit par approximation quand la racine n'eſt pas exacte. J'apprends à trouver la circonférence d'un cercle, ſa ſurface, celle d'une couronne, d'un triangle & d'un polygone quelconque; le volume des corps dont la figure ſe rapporte à celle des différentes parties d'une machine, & le poids de ces mêmes corps par la connoiſſance du poids d'un pied cube de même matiere que j'enſeigne à déterminer.

La ſeconde Section contient les regles néceſſaires pour la conſtruction des machines hydrauliques en général. Cette Section n'eſt que le développement de la théorie établie dans la premiere Partie de cet Ouvrage. J'expoſe d'abord les principes les plus généraux ſur le mouvement des eaux & ſur la maniere de les employer, principes que je mets à la portée de tout le monde, lorſque cela eſt poſſible. Enſuite je donne

les regles néceſſaires pour meſurer la dépenſe d'un courant, pour conſtruire les canaux & les courſiers, & pour connoître ſi l'on doit ſe ſervir d'une écluſe dont j'explique la conſtruction. Je rapporte ce qu'il faut obſerver dans la conſtruction des roues à aubes mues par une chûte d'eau ou par une riviere, & dans celle des engrénages. Je fais connoître les loix des groſſeurs des pivots & des tourrillons, la maniere de trouver le poids de toutes les parties d'une machine, & celle de déterminer les dimenſions & les effets des machines dont j'ai parlé dans la premiere Partie. Je termine cette Section par des applications à tous les cas.

La troiſieme Section contient la pratique des moulins à bled mûs par l'impulſion de l'eau. Après avoir expliqué tout ce qui eſt relatif aux meules, la maniere de les tailler, celle de connoître la quantité de farine qu'on peut attendre dans une heure, ce qu'il faut obſerver par rapport aux arbres des meules, aux pivots & aux palliers, je donne les regles qu'on doit ſuivre pour faire produire le plus grand & le meilleur effet poſſible aux moulins dont nous avons traité dans la ſeconde Partie, mûs par une chûte d'eau, par une riviere ou avec le ſecours d'une écluſe; je fini par l'application des regles précédentes à la conſtruction des moulins dans tous les cas que nous avons examinés.

A la ſuite de chaque regle j'ai eu ſoin d'indiquer le principe qui lui ſert de baſe; ou la formule dont elle eſt le développement. Par ce moyen les perſonnes inſtruites pourront vérifier les méthodes que je donne. Et comme les exemples ſont beaucoup plus propres que les regles pour inſtruire ceux dont les connoiſſances ſont peu étendues, chaque regle eſt accompagnée d'un exemple numérique qui en fait voir l'uſage.

Il me ſemble que mon Ouvrage, compoſé d'après ce plan, pourra être utile à tout le monde. Ceux qui ſont verſés dans le calcul algébrique trouveront des formules, compliquées à

la vérité, mais d'ailleurs auſſi exactes qu'il eſt poſſible qu'elles le ſoient dans l'état naturel. Ces mêmes formules ſont ſimplifiées en faveur de ceux qui ne connoiſſent que les éléments de l'algebre. Enfin elles ſont développées & converties en regles générales à la portée des Conſtructeurs auxquels je ne ſuppoſe que la connoiſſance du méchaniſme de l'arithmétique ordinaire.

Je m'étois propoſé de faire entrer dans cet Eſſai la théorie des moulins à vent, celle des machines mues par le poids de l'eau, &c. Mais j'ai préféré de ne traiter ces ſujets qu'autant que cet Ouvrage aura le bonheur d'être au gré des Savants au jugement deſquels je le ſoumets.



ESSAI

ESSAI

SUR LA MANIERE DE CONSTRUIRE LES MACHINES HYDRAULIQUES, ET EN PARTICULIER LES MOULINS A BLED.

PREMIERE PARTIE.

De la construction des Machines Hydrauliques.

1. NOUS diviserons cette Partie en trois Sections. Dans la premiere nous traiterons du mouvement & de l'action de l'eau en général. Dans la seconde nous appliquerons cette action aux aîles des roues dont nous exposerons la construction la plus avantageuse, & nous donnerons la maniere de faire le calcul de l'effet qu'une machine peut produire. Dans la troisieme nous parlerons de la construction des engrenages, des canaux, des coursiers & des écluses.

SECTION I.

Du mouvement & de l'action de l'eau en général.

2. LA *vîtesse d'un filet quelconque de liqueur qui s'échappe d'un réservoir est la même que celle qu'acquerroit un corps en tombant d'une hauteur égale à celle de la surface du fluide au-dessus de l'orifice.* Proposition fondamentale. FIG. 1.

Voyez la démonstration de cette proposition aux n. 237, 238 & 243 de l'Hydrodynamique de M. l'Abbé Bossut.

3. Soit AB (*fig.* 1.) la surface de l'eau dans le réservoir ABCD. Nommons h l'espace quelconque BF pris au-dessous La vîtesse naturelle des filets d'eau est exprimée

par les ordonnées d'une parabole. Fig. 1.

de AB, v la vîtesse qu'acquerroit un corps en tombant librement le long de cet espace, & p l'intensité de la gravité naturelle qui se mesure par la vîtesse qu'elle engendre dans un temps donné. Ce temps est ici d'une seconde, & par conséquenr $p = 30$, 2 pieds, ou en négligeant la fraction $p = 30$. Suivanr la théorie de la chûte des graves, le quarré de la vîtesse acquise au bout d'un espace donné est égal au produit de cet espace par le double de l'intensité de la pesanteur. Donc on aura $v^2 = 2\,ph$. Si nous regardons les quantités h & v comme variables, certe équation appartiendra à une parabole ordinaire dont le parametre sera $= 2\,p$ ou 60 pieds & le sommet en B. Décrivons la parabole BGE telle que son axe soit BC, son sommet en B, & son parametre $= 2\,p$: ses ordonnées FG & CE exprimeront les différentes vîtesses d'un corps qui tombera librement de la surface AB, & qui arrivera en F & C; par conséquent (2) ces mêmes ordonnées exprimeront aussi les vîtesses des filets d'eau correspondants.

Valeur de la dépense naturelle par un orifice rectangulaire vertical. Fig. 1.

4. Par les extrémités C & H de l'orifice CH menons les ordonnées CE & HI; elles exprimeronr les espaces parcourus dans une seconde par les globules correspondants, ou plutôt les sommes de globules qui s'échapperont dans cet intervalle de temps par les points correspondants C & H. Il en sera de même des autres ordonnées intermédiaires telles que FG. Donc la somme de toutes ces ordonnées sera celle des globules qui s'échapperont dans une seconde par l'orifice vertical & infiniment étroit CH; & puisque le même raisonnement s'applique à tous les élémenrs verticaux dont l'orifice total est composé, nous conclurons que *la dépense naturelle que fait dans une seconde, par un orifice rectangulaire vertical, un réservoir constamment entretenu plein, est égale au produit du segment parabolique correspondant CHIE par la largeur de l'orifice.*

Nous n'examinons ici que les orifices rectangulaires verti-

caux, parcequ'ils sont les seuls dont nous ferons usage. Si l'on vouloit avoir la dépense par des orifices triangulaires ou circulaires, on pourroit consulter l'Hydrodynamique de M. Bossut, n. 252-258.

Contraction de la veine fluide.

5. La dépense, telle que nous venons de la considérer, est ce qu'on appelle *dépense naturelle*, & elle auroit lieu si tous les filets sortoient du réservoir selon des directions paralleles entre elles & perpendiculaires à l'orifice. Mais dans l'état naturel il n'y a que les filets qui répondent au milieu de l'ouverture qui aient une pareille direction. Tous les autres tendent à sortir par des directions d'autant plus obliques, qu'ils sont plus voisins des bords de l'orifice. De sorte que le fluide s'échappe sous la forme d'une pyramide tronquée dont la grande base est l'orifice, & la petite se trouve à une certaine distance au-dehors. C'est *la contraction de la veine fluide.*

Rapport de la dépense naturelle à la dépense effective.

6. Les directions des filets faisant des angles entre elles, il est nécessaire que *la dépense effective* soit moindre que *la dépense naturelle;* ce qui est conforme au résultat des expériences de M. Bossut. Le même Auteur a remarqué que la contraction varioit selon les différentes manieres dont l'eau sortoit du bassin. Il en distingue sur-tout deux especes, dont la premiere a lieu quand l'eau sort par un orifice pratiqué dans une mince paroi, & la seconde lorsqu'on emploie un tuyau additionnel dont la longueur est fort petite & la grosseur uniforme. La contraction de la premiere espece est plus forte que celle de la seconde; ce qui se connoît par la différence des dépenses. Car l'orifice étant le même, *la dépense naturelle, la dépense par un tuyau additionnel & la dépense par un orifice percé dans une mince paroi, sont à-peu-près comme les nombres* 16, 13 *&* 10. Voyez l'Hydrodynamique de M. Bossut, n. 384.

7. La vîtesse des différents filets ne sera pas la même; elle sera moindre pour ceux qui seront voisins des bords de l'orifice que pour ceux qui répondront aux environs du centre. Il seroit très

difficile d'exprimer par une équation la vîtesse effective d'un filet quelconque au sortir de l'orifice. Cependant si l'on fait attention que les particules ayant une certaine adhésion les unes aux autres, celles qui seront plus retardées recevront une partie de la vîtesse de celles qui le seront moins, & les retarderont d'autant, l'on verra que dans la pratique on peut supposer, sans craindre d'erreur sensible, que l'altération de la vîtesse est la même pour chaque filet. D'après cette hypothese, voyons quelle sera la loi des vîtesses effectives au sortir du bassin.

La vîtesse effective de l'eau peut être exprimée par les ordonnées d'une parabole. FIG. 1.

8. Que la dépense naturelle soit à la dépense effective :: $1 : a$. Nous pouvons supposer que chaque filet $= v$ se réduit à av. Faisons $av = z$; nous aurons $v = \frac{z}{a}$ & $v^2 = \frac{z^2}{a^2}$. Mais (3) nous avions $v^2 = 2ph$. Donc nous aurons aussi $\frac{z^2}{a^2} = 2ph$, & $z^2 = 2a^2ph$, équation à la parabole ordinaire dont le sommet & l'axe seront les mêmes que pour la parabole BIE, & dont le parametre sera $= 2a^2p$, c'est-à-dire celui de BIE multiplié par le quarré du rapport de la dépense effective à la dépense naturelle.

Dépense effective par un orifice rectangulaire vertical. FIG. 1.

9. Construisons la parabole BI'E' dont le parametre $= 2a^2p$: ses ordonnées CE' & HI' pourront exprimer les vîtesses effectives des filets correspondants, &, par un raisonnement semblable à celui du n. 4, nous conclurons que *la dépense effective par un orifice rectangulaire vertical d'un bassin constamment entretenu plein, est égale au segment parabolique correspondant CHI'E' par la largeur de l'orifice.*

Dépense d'un canal rectangulaire horisontal. FIG. 1.

10. Supposons que l'eau en sortant du bassin par l'orifice CH soit reçue dans un canal horisontal de même largeur que l'orifice, & sans frottement : les vîtesses des filets correspondants aux différents points C, F, H, suivront la même loi qu'auparavant, c'est-à-dire qu'elles seront exprimées par les ordonnées d'une parabole. Réciproquement si un courant se meut dans un

pareil canal, nous pourrons ſuppoſer qu'il ſort par un orifice C H d'un baſſin A B C D conſtamment entretenu plein à la hauteur H B due à la vîteſſe des filets de la ſuperficie. Car dans les deux cas la vîteſſe à la ſurface étant la même, il n'y a point de raiſon pour croire que celle des filets inférieurs ſuit des loix différentes. Donc *la dépenſe d'un canal horiſontal eſt égale au produit de ſa largeur par le ſegment parabolique C H I E dont les ordonnées expriment les vîteſſes des filets du courant.*

Moyens d'avoir les dépenſes précédentes quand la hauteur due eſt conſidérable. Fig. 1.

11. Dans la parabole le rayon de courbure augmente de plus en plus à meſure qu'on s'éloigne du ſommet. Donc lorſqu'on en ſera à une certaine diſtance B H, on pourra, ſans erreur ſenſible, regarder l'arc parabolique I G E comme une ligne droite; & l'on aura d'autant moins à craindre que B H ſera plus grande par rapport à H C. Suppoſant donc I G E une droite : le ſegment C H I E pourra être regardé comme un trapeze dont la ſurface ſera égale au produit de la hauteur C H de l'orifice par l'ordonnée F G, menée à égales diſtances de C & de H, ou moyenne arithmérique entre les ordonnées extrêmes C E, H I. Ce que nous diſons de la parabole B I E doit auſſi s'entendre de l'inrérieure B I' E'. Donc *lorſque la hauteur B H de la ſurface de l'eau au-deſſus du bord ſupérieur de l'orifice ſera conſidérablement plus grande que la hauteur H C de ce même orifice, la dépenſe ſera égale au produit de l'orifice par la vîteſſe moyenne arithmétique entre les vîteſſes extrêmes ;* & s'il s'agit d'un canal, *elle ſera égale au produit de la ſection perpendiculaire par la vîteſſe des filets du milieu, ou par la moyenne arithmétique entre les vîteſſes extrêmes, lorſque la hauteur due aux eaux de la ſuperficie ſera conſidérablement plus grande que la profondeur du canal.*

Dépenſe d'un canal lorſque la vîteſſe des eaux de la ſurface eſt nulle. Fig. 1.

12. Suppoſons que la vîteſſe à la ſurface d'un canal ſoit nulle, & que les eaux ne s'écoulent qu'en vertu de la preſſion des ſupérieures ; pour en avoir la dépenſe dans une ſeconde, il n'y a qu'à regarder l'orifice C H comme devenant C B. Pour lors

la dépense, par un élément vertical, sera exprimée par la demi-parabole B C E, & la dépense totale se trouvera en multipliant la surface B C E par la largeur du canal. On sait que $BCE = \frac{2}{3} BC \times CE$.

Réflexions sur les résistances dans les coursiers. Fig. 2.

13. Jusqu'ici nous avons fait abstraction de la résistance des frottemens ; mais comme elle influe très sensiblement sur le mouvement des fluides, voyons de quelle maniere elle agit, & comment nous devons la faire entrer dans nos calculs. Soit A B (*fig.* 2.) un coursier horisontal ; qu'un courant commence à s'y mouvoir en B avec une certaine vitesse, le frottement le retardera à chaque instant, & sa vitesse diminuera continuellement. Faisons tourner ce canal autour du point A, de façon qu'il prenne toutes les positions possibles dans l'angle droit B A Q. Lorsqu'il aura une inclinaison, la gravité absolue se décomposera en force de pression sur le plan, & en gravité relative qui poussera le fluide vers A. Si la force du frottement est plus grande que la gravité relative, le courant sera retardé, mais moins que dans la position A B, & d'autant moins que ces deux forces approcheront plus de l'égalité. Nous reconnoîtrons cette égalité lorsque la vitesse du fluide sera la même dans toute l'étendue du canal. Supposons que cette position soit celle de A C. Nous appellerons l'angle B A C *angle du frottement.* Que la verticale H F représente la gravité absolue. Abaissons la perpendiculaire H G sur le plan; F G sera la gravité relative, & elle mesurera la résistance du frottement. Les triangles semblables A C D, F G H nous donnent $AC:CD::HF:FG$. Supposons que l'on ait $AC:CD::1:q$, & nommons p la gravité absolue H F ; nous aurons $1:q::p:GF=pq$. C'est l'expression de la force du frottement. Qu'enfin le canal prenne la position A N. Nous aurons la gravité relative $LM=KL\times\frac{NP}{AN}$; & à cause que $KL=p$, $LM=p\times\frac{NP}{AN}$. C'est l'action de la gravité à chaque instant le long du plan ; & puisqu'elle est con-

traite à celle du frottement, la force accélératrice parallelement au plan ſera $= p \times \frac{NP}{AN} - pq$, ou $= p\left(\frac{NP}{AN} - q\right)$.

14. Cette force accélératrice ſera-t-elle variable ou non? L'angle N A P étant conſtant, $\frac{NP}{AN}$ le ſera auſſi; ainſi tout dépend de la grandeur q. Mais l'angle N A P étant plus grand que l'angle du frottement C A D, la force ſera accélératrice, la vîteſſe du fluide augmentera, & la réſiſtance du frottement diminuera, ainſi qu'on va voit. Ce ſeroit le contraire ſi l'angle N A P étoit moindre que l'angle du frottement. Dans le premier cas q diminuera continuellement, & elle augmentera dans le ſecond. Par conſéquent la force $p\left(\frac{NP}{AN} - q\right)$ ne ſera conſtante que quand on ſuppoſera que c'eſt un ſolide qui gliſſe le long d'un plan incliné; & même la choſe n'eſt pas reçue par certains Auteurs qui prétendent, avec quelque fondement, que la vîteſſe doit entrer dans l'évaluation de la réſiſtance des frottements de tous les corps.

15. M. Boſſut a trouvé (*Hydrod.* 641.) que la réſiſtance du frottement eſt la dixieme partie de la gravité abſolue. Suppoſons que cette réſiſtance affecte uniformément toute la maſſe d'eau qui paſſe dans un canal. Il eſt évident que l'âpreté des ſurfaces étant conſtante, la réſiſtance du frottement ſera d'autant moins ſenſible que la ſurface frottée ſera moindre, & la force de la maſſe plus grande. Nommons l la largeur, & l' la profondeur du canal ſuppoſé rectangulaire, m la maſſe d'eau, & v ſa vîteſſe moyenne. Puiſque $l\,l'\,v = m$, nous aurons $l' = \frac{m}{lv}$, & la partie frottée ſera $= \frac{2m}{lv} + l$. Le frottement ſera donc proportionnel à $\frac{\frac{2m}{lv} + l}{mv} = \frac{2m + l^2 v}{l m v^2}$; c'eſt-à-dire que la quantité q par laquelle il faudra multiplier la gravité pour avoir le frottement, ſera proportionnelle à cette grandeur. Soit a la partie frot-

tée divisée par la force de la masse d'eau dans l'expérience du n. 632 de l'Hydrodynamique de M. Bossut, & $b = \frac{1}{10}$. Nous aurons $a : b :: \frac{2m + lv^2}{lmv^2} : q = \frac{b}{a} \times \frac{2m + lv^2}{lmv^2}$. Si nous représentons par P la force accélératrice le long du plan au point où la vîtesse du fluide $= v$, nous aurons $P = p\left(\frac{NP}{AN} - \frac{b}{a} \times \frac{2m + l^2 v}{lmv^2}\right)$. Or il est évident qu'à moins que l'on ne choisisse l'angle du frottement qui convient à la force de la masse, la vitesse variera à chaque instant. Donc le facteur $\frac{NP}{AN} - \frac{b}{a} \times \frac{2m + l^2 v}{lmv^2}$ sera variable, & par conséquent la force P ne sera pas accélératrice ou retardatrice constante; elle sera croissante lorsque l'angle d'inclinaison sera plus grand que l'angle du frottement *qui lui convient* : & lorsque cet angle sera moindre, elle sera décroissante.

16. Nous venons de dire que la force P accélératrice sera croissante quand l'angle d'inclinaison sera plus grand que l'angle du frottement *qui lui convient*. En effet, il est aisé de voir par le n. précédent, que si l'on exécutoit les expériences des n. 632 - 639 de l'Hydrodynamique de M. Bossut, en faisant varier d'une maniere beaucoup plus sensible les hauteurs dues & les dépenses, on trouveroit à chaque expérience des angles de frottement sensiblement différents les uns des autres. Ces angles seroient d'autant plus considérables que les périmetres des sections du fluide seroient plus grands, & que la force de la masse seroit moindre; au contraire ils seroient d'autant plus petits que les périmetres de ces mêmes sections seroient moindres, & que la force de la masse seroit plus grande. On s'en convaincra pleinement en examinant le cours des rivieres. Pour peu de force qu'ait une riviere, malgré les inégalités & les sinuosités de son lit, elle n'a besoin, pour la conserver, que d'une inclinaison d'autant moindre que la dixieme partie de la longueur de son cours, que la masse de ses eaux & sa vîtesse

font

ſont plus conſidérables. Il faut donc de nouvelles expériences plus variées & exécutées plus en grand pour s'aſſurer de la vérité de ce que nous venons de dire & de l'exactitude de la proportion du n. précédent. Ces expériences pourroient d'ailleurs être très utiles pour la conſtruction des canaux. Cependant elles ne détermineront que l'angle du frottement convenable à chaque cas, ſans déterminer d'une maniere exacte la loi des variations de la force accélératrice P. Cette loi ne peut être fixée que par un calcul compliqué qui la rendroit peut-être inutile dans la pratique. Puiſqu'il s'agit donc de ſimplifier les opérations, examinons s'il ne feroit pas poſſible de trouver, par le moyen des expériences déjà faites, un degré d'exactitude qui pût ſuffire à l'objet que nous nous propoſons.

17. Nous avons dit (7) qu'après la contraction il ne reſtoit qu'une partie de la vîteſſe. Il eſt donc eſſentiel d'éviter la contraction lorſqu'on introduit de l'eau dans un courſier pour mouvoir une machine, & pour cela il n'y a qu'à donner au canal qui amene l'eau à la machine une largeur égale à celle de la partie ſupérieure du courſier, ou du moins, la largeur, dans le cours du canal, pouvant être plus grande, on aura ſoin de la diminuer inſenſiblement & de rapprocher les parois latérales à meſure qu'on approchera du courſier, juſqu'à ce qu'enfin au point de réunion du canal & du courſier, leurs largeurs ſoient égales. Mais pour peu que la dépenſe du canal & la chûte ſoient conſidérables, ſi l'on veut donner au courſier la même largeur dans toute ſon étendue ; comme la vîteſſe s'accélere, & que par conſéquent la ſection du courant diminue de plus en plus à meſure qu'on s'approche du point le plus bas, pour conſerver aux côtés de cette ſection un rapport déterminé, ainſi que nous verrons plus bas ; il faudroit ſouvent que la profondeur du haut du courſier fût exceſſive par rapport à ſa largeur, ce qui ſeroit incommode & ne manqueroit pas de produire un excès de frottement capable de compenſer ce qu'on auroit pu gagner

d'ailleurs. Ajoutons à cela que la détermination de cette largeur relativement à la dépenſe & à la chûte du courant, & au rapport des côtés de ſa ſection au point le plus bas, ne pourroit être que des plus compliquées, & par conſéquent impraticable. Il faut donc abſolument renoncer aux courſiers dont la largeur eſt conſtante, & ſe ſervir de ceux dont les parois latérales AB, CD (*fig.* 3) ſe rapprochent continuellement l'une de l'autre vers le point le plus bas. Par cette forme on évite la contraction & la trop grande profondeur des eaux à l'entrée du courſier. Nous verrons dans la ſuite que par ce moyen on peut aiſément mettre les côtés de la ſection du courant en BD dans tel rapport qu'on voudra, & que l'angle de déviation ABE eſt très petit. Il nous ſuffira de faire voir ici qu'on peut regarder la force accélératrice de l'eau le long du courſier comme conſtante & dans un rapport déterminé avec la gravité abſolue.

Fig. 3. 18. Menons BE & DF paralleles à la véritable direction du courant. Les filets renfermés dans l'eſpace BEFD ne rencontrant pas les parois latérales AB, CD, n'éprouveront de leur part aucun déchet de viteſſe. Mais il n'en ſera pas de même de ceux qui ſeront compris dans les angles ABE, CDF. Un filet quelconque tel que *ab* tombant ſur AB ſe réfléchira d'abord, & étant entraîné par le filet voiſin, il tombera une ſeconde fois ſur AB qui le réfléchira de nouveau. Après cette ſeconde réflexion, entraîné par un autre filet, il en eſſuiera une troiſieme & pluſieurs autres enſuite, dont l'examen nous meneroit trop loin. Ne conſidérons donc qu'une ſeule réflexion pour un filet quelconque, & ſuppoſons qu'après cette réflexion il ſe mêle avec le fluide renfermé dans la partie BEFD. Que le filet *ab* choque AB avec une viteſſe exprimée par *ab*. Abaiſſons la perpendiculaire *ac* à AB, *bc* ſera ſa viteſſe le long de AB après le choc. Menons *cd* perpendiculaire à *ab*, la viteſſe *cb* ſera décompoſée en *bd* parallele, & en *cd* perpendiculaire à BE, la perte de viteſſe du filet *ab* ſera donc *ad*. Dans le

triangle *abc* rectangle en *c* nous avons : $\div\, ab : ac : ad$, & par conſéquent $ab : ad :: \overline{ab}^2 : \overline{ac}^2 :: \overline{AB}^2 : \overline{AE}^2$; c'eſt-à-dire que la vîteſſe abſolue du filet *ab*, avant le choc, ſera à ſa vîteſſe perdue par le choc, dans le rapport de $\overline{AB}^2$ à $\overline{AE}^2$. Mais AB eſt incomparablement plus grande que AE, &, à plus forte raiſon, $\overline{AB}^2$ eſt $> \overline{AE}^2$. Donc la vîteſſe perdue du filet *ab* ſera extrêmement petite.

Que ce même filet ſe mêle à préſent dans le courant direct BEFD. Ayant moins de vîteſſe que les autres, il eſſuiera un choc de leur part, & ſa vîteſſe augmentera aux dépens de la leur. Le courant direct perdra donc une partie de ſa vîteſſe pour la communiquer au filet *ab*, & cette partie communiquée ſera évidemment moindre que la vîteſſe *ad* perdue par *ab*. Le même raiſonnement s'applique aux autres filets renfermés dans les angles ABE, CDF. Mais 1°. la partie perdue *ad* eſt extrêmement petite ; 2°. la maſſe du courant direct BEFD eſt beaucoup plus grande que les maſſes latérales compriſes dans les angles ABE, CDF. Donc la diminution de la vîteſſe du courant total à chaque inſtant ſera extrêmement petite, & nous pourrons la regarder comme détruiſant à chaque inſtant l'accroiſſement de la force accélératrice P (15). Ainſi nous pouvons ſuppoſer cette force conſtanre, & dans l'expreſſion $p\left(\frac{NP}{AN} - q\right)$ (*fig.* 2.) regarder de même la quantité q. Il ne reſte plus qu'à voir quelle valeur nous pouvons donner à cette derniere.

Dans les courſiers, la réſiſtance du frottement eſt la dixieme partie de la gravité abſolue.

19. Il ſeroit difficile de ſe ſervir pour le mouvement d'une machine hydraulique d'une force auſſi petite que celle de l'eau employée par M. Boſſut aux expériences des n. 632 - 639 ; par conſéquent d'après ce que nous avons dit (15, 16) on peut aſſurer qu'en général, toutes choſes d'ailleurs égales, on aura $q < \frac{1}{10}$. Cependant comme les ſurfaces pourroient n'avoir pas le même degré de poli que celles de l'expérience, que la réſiſ-

tance occasionnée par l'obliquité des parois latérales des coursiers peut, dans certains cas, être plus grande que nous ne l'avons supposée, & qu'enfin quand il y a de l'arbitraire dans l'évaluation des forces, il convient de ne prendre que leur *minimum ;* je crois que, sans craindre d'erreur, nous pouvons supposer $q = 0, 1$; ainsi que M. Bossût l'a trouvée, quelle que soit d'ailleurs l'inclinaison du coursier dans lequel le courant se mouvra. Nommant donc c le rapport de la hauteur à la longueur du coursier, on aura la force accélératrice le long du coursier, ou $P = p\ (c - 0, 1)$.

Expression générale de la gravité absolue dans le système des frottements des fluides.

FIG. 4.

20. Soit A B (*fig.* 4.) un coursier incliné tel que $\frac{AC}{AB} = c$. La force accélératrice le long de ce plan, c'est-à-dire P, sera $= p\ (c - q)$. Rapportons cette force à la verticale A C, & déterminons la valeur de la gravité absolue dans le système qui lui convient. Nommons P′ la gravité absolue qui, agissant librement le long de la verticale, répondroit à la gravité relative P qui agit le long du plan incliné. Par la théorie de la chûte des graves, quelle que soit l'intensité de la gravité, on a toujours : la hauteur du plan est à sa longueur, ce que la gravité relative est à la gravité absolue. Nous aurons donc ici A C : A B :: P : P′, & par conséquent l'intensité de la force accélératrice absolue P′ dans le système des mouvements accélérés des fluides & accompagnés de frottements sera $= P \times \frac{AB}{AC} = p \times \frac{c-q}{c}$.

21. Sur A C, comme axe, & d'un parametre $= 2P'$ décrivons la parabole A D E dont le sommet soit en A : ses ordonnées exprimeront les vîtesses des particules d'eau, lorsqu'elles y seront parvenues, soit que ce soit par AB ou par AC : par exemple, D F sera leur vîtesse quand elles seront parvenues en F ou en G. Car la vîtesse acquise en F sera $= \sqrt{2P'.AF} = DF$; & puisque P′ : P :: A B : A C, ou :: A G : A F, par la théorie de la chûte des graves, la vitesse en F sera la même que la vitesse en G.

Comment on rend horisontale

22. Prolongeons l'horisontale B C vers E, & ayant pris

BH = BK décrivons un arc de cercle HK qui touche ces deux lignes en H & K respectivement. Supposons que le frottement sur l'arc HK soit le même que sur HB; ce qui est très approchant de la vérité. Le fluide arrivé à l'horisontale KE aura acquis la même vîtesse que s'il fût arrivé en B par la ligne AB, ou en C par la verticale AC. Car le fluide ne perd rien de sa vîtesse en passant de la tangente AH dans l'arc HK, ni de l'arc HK dans l'autre tangente KE. D'ailleurs l'accélération se fait par l'arc HK de la même maniere que par la partie correspondante HB du coursier. Donc arrivé en K, il se mouvra sur KE avec une vîtesse = CE, vîtesse qu'il eût acquise en B par AB animé de la gravité relative P, ou en C par AC animé de la gravité absolue P'. Nous verrons dans la suite qu'il est nécessaire de ramener la direction du courant à l'horisontale, à cause que c'est selon cette ligne que doit se faire l'impulsion. Si l'on employoit le coursier brisé ABE, le choc qui se feroit en B détruiroit une partie de la force de l'eau; ce qui n'arrivera pas en se servant du moyen que nous venons de donner. Nous aurons lieu dans la suite de revenir au même sujet.

La direction du courant, sans altérer sa vitesse.
Fig. 4.

23. La vîtesse du courant étant la même en K & en B, elle sera exprimée dans l'un & l'autre point par $\sqrt{2P'.AC}$. Or la dépense de la source étant constante, nous démontrerons (77) que les effets sont comme les quarrés des vîtesses. Donc, pour produire le plus grand effet, il faut que la quantité $2P' \times AC$, ou plutôt P' soit la plus grande possible. (20) Nous avons $P' = p \times \frac{c-q}{c} = p\left(1 - \frac{q}{c}\right)$. Cette quantité croîtra à mesure que la fraction $\frac{q}{c}$ diminuera. Mais q étant constante (19), $\frac{q}{c}$ diminuera lorsque c augmentera. Ainsi l'intensité de la gravité P' croîtra avec la quantité $c = \frac{AC}{AB}$; d'où l'on pourroit conclure que pour le plus grand effet il faut que le coursier AB soit vertical. Mais nous ne devons pas abuser des résultats que le calcul

Inclinaison du coursier, & valeur de la gravité absolue.
Fig. 4.

donne ; car alors la tendance verticale des gouttes d'eau jointe à la réſiſtance de l'air, l'emporteroit ſur leur adhéſion mutuelle ; les particules, forcées à ſe ſéparer, tomberoient en forme de pluie, & le choc n'en ſeroit que plus foible. Pour éviter tous les inconvénients, il faut avoir ſoin que le courſier s'approche de la verticale le plus qu'il ſera poſſible, pourvu qu'il faſſe toujours avec elle un angle B A C d'une grandeur ſenſible. Je crois que dans la pratique on pourra regarder cet angle comme conſtant & $= 25^d\ 50'$ ou à peu-près. Je prends cet angle par préférence, à cauſe que A B étant $= 1$, l'on a $AC = 0{,}90$ & $BC = 0{,}43$, ou ſeulement $AC = 0{,}9$ & $BC = 0{,}4$; ce qui devient fort ſimple pour les conſtructeurs dont il faut ſur-tout avoir en vue la commodité. Alors on aura $c = 0{,}9$ & $\frac{c-q}{c} = \frac{8}{9}$. Faiſons $\frac{c-q}{c} = B$. Dans la conſtruction, la gravité abſolue P' ſera regardée comme conſtante & $= Bp = \frac{8}{9} \times 30$ pieds $= \frac{80}{3}$ pieds.

Comment on exprime la vîteſſe de l'eau aux différents points du courſier.
Fig. 5.

24. Soit A B (*fig.* 5.) le fond d'un canal horiſontal, ou à-peu-près, qui conduit l'eau au courſier, dont le fond eſt repréſenté par la ligne mixte A C D. La ſurface de l'eau qui, à quelque diſtance de A, s'élevoit juſqu'à la ligne horiſontale ponctuée E F, doit s'affaiſſer en s'approchant de la chûte, & prendre la poſition E G. En cet endroit l'eau ſe précipitant dans le courſier, & augmentant continuellement ſa vîteſſe, la ſection perpendiculaire à ſon cours doit toujours décroître juſqu'à l'horiſontale. Ainſi la ſection longitudinale ſera repréſentée par la figure A C D H I G. Suppoſons que le fluide, dans ſa chûte, ſuive depuis la ligne E F la même loi que le long de A C ; ce qui ne peut pas être éloigné de la vérité. Sur la verticale F K, comme axe, & d'un parametre $= 2P'$, décrivons la parabole F M D, dont le ſommet ſoit en F; ſes ordonnées, telles que L M, exprimeront la vîteſſe des particules d'eau arrivées à cette ligne. Cela ſe voit évidemment par ce que nous avons dit (21).

25. Par la ſuperficie H du fluide arrivé au bas du courſier menons l'ordonnée HN. Suivant ce que nous avons dit (10), la dépenſe en D ſera égale au produit du ſegment parabolique correſpondant DHNK, multiplié par la largeur du courſier en cet endroit. Et puiſque (11) quand la portion correſpondante KN de l'axe eſt peu conſidérable en comparaiſon de l'abciſſe NF, le ſegment parabolique devient ſenſiblement un trapeze; la dépenſe en D ſera pour lors égale au produit de la ſection du fluide par l'ordonnée correſpondante au milieu de NK ou moyenne arithmétique entre KD & NH.

Comment on meſure la dépenſe du courant arrivé au bas du courſier.

FIG. 5.

26. Qu'on dérive les eaux du baſſin AA'C'C (*fig.* 4.) par le moyen d'un orifice pratiqué en F, & qu'après leur contraction on les conduiſe à l'horiſontale BC par un canal FQ' parallele à AB. Il eſt clair que l'eau mue le long de FQ' doit ſuivre les mêmes loix que ſi elle ſe mouvoit le long de AB, c'eſt-à-dire que ſa vîteſſe aux différents points de FQ' ſera exprimée par les ordonnées d'une parabole tout-à-fait la même que ADE, avec cette ſeule différence que ſon ſommet pourra n'être pas au même point. Cherchons à quelle hauteur h au-deſſus du point F il doit ſe trouver. La vîteſſe naturelle en F(3) ſera $= \sqrt{2p . AF}$, & (8), après la contraction, elle ſera $= a\sqrt{2p . AF}$. La vîteſſe engendrée au même point par la gravité abſolue P', correſpondante à celle dont l'eau eſt animée le long de FQ', ſera $= \sqrt{2P' . h}$. Ainſi on aura $a\sqrt{2p . AF} = \sqrt{2P' . h}$; d'où l'on tirera $h = AF \times \frac{a^2 p}{P'}$, ou en ſubſtituant pour P' ſa valeur $p \times \frac{c \mp q}{c}$, $h = AF \times \frac{a^2 c}{c-q}$.

La vîteſſe effective au bas de la chûte eſt plus grande en dérivant l'eau de la ſurface d'un baſſin, qu'en la dérivant d'un point inférieur.

FIG. 4.

Cela poſé, examinons les cas où la vîteſſe de l'eau arrivée à l'horiſontale CE ſera plus grande par AB que par FQ'. La vîteſſe acquiſe en B eſt $= \sqrt{2P' . \overline{AF + FC}}$, & la vîteſſe acquiſe en Q' eſt $= \sqrt{2P'(AF . \frac{a^2 c}{c-q} + FC)}$. Ainſi la premiere

eſt à la ſeconde : : $\sqrt{AF + FC} : \sqrt{AF \times \frac{a^2 c}{c-q} + FC}$. Afin que la vîteſſe en B ſoit plus grande que la vîteſſe en Q′, il faut que l'on ait $\sqrt{AF + FC} > \sqrt{AF \times \frac{a^2 c}{c-q} + FC}$, ou $AF > AF \times \frac{a^2 c}{c-q}$, ou enfin $c > \frac{q}{1-a^2}$. Comme q eſt conſtante & $= 0,1$, prenons le cas où le dénominateur eſt le moindre poſſible, celui où a répond à la contraction de la ſeconde eſpece (6), & eſt $= \frac{13}{16}$. En ſubſtituant, nous aurons $\frac{q}{1-a^2} = 0,29$. Donc il faudra que c ou $\frac{FC}{FQ'}$ ſoit $> 0,29$. Or nous avons vu (23) que le rapport $\frac{FC}{FQ'}$ doit être regardé comme conſtant & $= 0,9$; & que, ſi l'on devoit le regarder comme variable, il ne devroit jamais approcher d'une valeur auſſi petite que 0,29. Donc la vîteſſe acquiſe ſera plus grande en B qu'en Q′. Il eſt viſible que la différence ſeroit encore plus grande ſi l'angle Q′FC étoit plus grand que BAC; & comme il ne doit pas être moindre, nous pouvons généralement conclure que *ſi l'on dérive l'eau d'un baſſin par deux courſiers, dont l'un parte de la ſuperficie, & l'autre d'un point pris au-deſſous, l'eau arrivée à une même horiſontale aura acquis plus de vîteſſe par le premier que par le ſecond.*

Expreſſion de la vîteſſe moyenne de l'eau arrivée au bas de la chûte. Fig. 5.

27. Connoiſſant la chûte FK (*fig.* 5.) & la hauteur KN de la ſection du courant au bas du courſier, on trouvera la vîteſſe moyenne $cd = \sqrt{2P' . Fc}$. Mais $Fc = FK - \frac{1}{2} KN$. Donc la vîteſſe moyenne ſera $= \sqrt{2P' . \overline{FK - \frac{1}{2} KN}} = \sqrt{\frac{160}{3} . \overline{FK - \frac{1}{2} KN}}$. Si l'on faiſoit abſtraction du frottement, on trouveroit cette même vîteſſe $= \sqrt{60 . \overline{FK - \frac{1}{2} KN}}$. Ces deux vîteſſes ſeroient donc : : $\sqrt{\frac{160}{3}} : \sqrt{60}$: : 7,3 : 7,7 : : 73 : 77; ce qui fait voir le peu de cas qu'on doit faire des tables de vîteſſes données par l'Auteur de l'*Architecture Hydraulique.*

28.

Connoiſſant la vîteſſe de l'eau, trouver ſa hauteur due effective. Fig. 5.

28. Connoiſſant la vîreſſe cd à un point quelconque c, il eſt aiſé de trouver ſa haureur due effective F c ; car (3) la propriéré de la parabole nous donne $\overline{cd}^2 = 2P'.Fc$, & par conſéquent $Fc = \frac{\overline{cd}^2}{2P'}$. S'il n'y avoit point de frottement, on auroit la hauteur due $Fc = \frac{\overline{cd}^2}{2p}$, & la premiere ſeroit à la ſeconde : : $\frac{1}{P'} : \frac{1}{p}$, ou : : $60 : \frac{80}{3}$, ou enfin : : $9 : 8$.

Formule pour trouver la dépenſe d'un canal. Fig. 5.

29. Nous avons vu (12) que la dépenſe d'un canal horiſontal dont les eaux de la ſuperficie n'avoient point de vîteſſe ſe meſuroit par la demi-parabole correſpondanre multipliée par la largeur du canal. Donc la dépenſe du canal ABEF ſera égale au produit de la demi-parabole FAO par la largeur du canal, & en nommant cette largeur l & la dépenſe m, nous aurons $m = l \times FAO$. Or (13) la force accélératrice le long du plan AN (*fig.* 2.) eſt $= p\left(\frac{NP}{AN} - q\right)$. Donc puiſque le plan AB (*fig.* 5.) eſt horiſontal, la force accélérarrice d'un filet quelconque ſera $= p(1 - 0{,}1) = 30 \times 0{,}9 = 27$ pieds. AO ſera $= \sqrt{54 . AF}$, & $FAO = \frac{2}{3} AF.\sqrt{54 . AF} = 4{,}88 . \overline{AF}^{\frac{3}{2}}$; par conſéquent $m = 4{,}88\, l.\overline{AF}^{\frac{3}{2}} = 4{,}88\, l.\overline{BE}^{\frac{3}{2}}$. Si l'on faiſoit abſtraction du frottement, on trouveroit cette dépenſe $= 5{,}16\, l.\overline{BE}^{\frac{3}{2}}$, ce qui nous fait voir que la dépenſe effective eſt à la dépenſe naturelle : : $4{,}88 : 5{,}16$: : $122 : 129$, à-peu-près.

Précautions à prendre pour avoir cette dépenſe.

30. Pour meſurer la dépenſe, on conduira la ſource à un endroir où il y ait une chûte, par exemple, à celui où l'on veut érablir la machine, à moins qu'il ne ſoit trop éloigné. On lui conſtruira un courſier de quelques toiſes de longueur ſenſiblemenr horiſontal & poli inrérieurement le plus qu'on pourra. On prendra la ſection du fluide à l'endroit où la ſurface commencera à avoir un mouvement ſenſible, par exemple, de

demi-pied par ſeconde ; & on fera les opérations indiquées par la formule que nous venons de donner.

Maniere plus exacte d'avoir la dépenſe d'une ſource. Fig. 5.

31. Il eſt poſſible, par les raiſons rapportées (14, 17 & 30.) que la méthode que nous avons donnée (29, 30.) pour meſurer la dépenſe d'une ſource ne donne pas un réſultat auſſi exact qu'on pourroit le deſirer. Quel qu'il ſoit on fera bien de s'y conformer dans la conſtruction du courſier. Le courſier conſtruit, ſi l'on veut avoir la dépenſe d'une maniere plus préciſe pour connoître avec plus de juſteſſe les autres dimenſions & l'effet de la machine, on meſurera la profondeur NK du courant au bas de la chûte ; on la multipliera par la largeur du courſier en cet endroit, & la ſurface qui en réſultera ſera multipliée pat la vîteſſe moyenne $cd = \sqrt{\frac{160}{3}(FK - \frac{1}{2}KN)}$ (27). Ce dernier produit ſera la dépenſe exprimée avec plus d'exactitude que par les autres méthodes.

Au reſte, cette méthode, à la prendre à la rigueur, n'eſt qu'une méthode d'approximation ; mais elle eſt plus que ſuffiſante dans la pratique où les à-peu-près ſuffiſent. Je me réſerve à traiter ailleurs ce ſujet avec plus d'étendue.

Défaut du Régulateur de Guglielmini.

32. Quoique le moyen que nous avons donné pour meſurer la dépenſe d'une ſource ait quelque rapport avec le Régulateur de *Guglielmini*, il en differe néanmoins en ce que nous n'employons point de vanne pour faire enfler les eaux dans la partie ſupérieure. Cette vanne eſt un défaut dans le moyen propoſé par cet Auteur, à cauſe qu'elle doit néceſſairement occaſionner une contraction irréguliere. En effet, il eſt viſible que les filets ſe contracteront ſeulement dans la partie ſupérieure de l'orifice, & que, d'après cette contraction partielle, il ſeroit très difficile de déterminer la dépenſe de la ſource, à cauſe que nous n'avons pas des obſervations ſur cette eſpece de contraction.

Définition de

33. On verra bientôt que la conſtruction d'une machine

hydraulique destinée à être mue par une source ne dépend que de la dépense & de la chûte de cette source. Il est donc essentiel de déterminer ces deux grandeurs avec le plus de précision qu'il est possible. Nous avons donné la maniere d'avoir la dépense. Quant à la chûte, on en distingue deux, la chûte absolue & la chûte relative. La premiere est la différence de niveau entre le point le plus haut & le point le plus bas, & elle se détermine par le nivellement. La seconde n'est que la différence de niveau entre le point le plus haut & celui de la vîtesse moyenne de l'eau arrivée au bas du coursier. Cette derniere ne se détermine que par le calcul, ainsi que nous verrons ailleurs. Dans la définition que nous venons de donner de la chûte relative, nous avons supposé qu'il n'y avoit point de contraction à l'entrée du coursier. Si cette supposition n'avoit pas lieu, comme cela arrive quand on emploie des écluses, la chûte relative seroit moindre que celle dont nous venons de parler. En traitant des coursiers & des écluses, nous verrons comment on la détermine dans l'un & l'autre cas. On doit observer que quand nous parlerons de la chûte en général, il faut entendre la chûte relative; car si nous voulions parler de la chûte absolue, nous la spécifierions.

La chûte absolue & de la chûte relative.

34. Soit ABCD (*fig. 6*) la section du coffre d'un coursier dans lequel se meut un courant dont la surface s'éleve jusqu'à la ligne AD. Que ce courant rencontre un plan EFGH qui s'oppose à son passage : la partie correspondante du fluide le choquera avec une certaine force, & ensuite elle s'échappera par les espaces libres. Qu'on rapproche les côtés du coursier, le fluide choquant étant le même qu'auparavant, & ayant moins de facilité de s'échapper par les espaces libres devenus moindres, doit agir avec plus de force sur le plan, & son effort sera d'autant plus grand, qu'il y aura moins d'espace à côté & au-dessous du plan par où il puisse s'échapper. L'on voit aussi, par la même raison, que si l'on éloigne les côtés du coursier, & que le cou-

Réflexions sur les fluides définis & indéfinis.
FIG. 6.

rant s'éleve constamment jusqu'à la ligne AD, le choc diminuera de plus en plus jusqu'à un certain point, passé lequel la diminution cessera, ou du moins sera insensible. Lorsque la diminution cessera d'être sensible, le fluide sera ce qu'on appelle *indéfini* : au contraire, il sera *défini* ou *limité* lorsque le choc variera par le plus ou le moins de proximité des parois du coursier.

35. Il résulte de-là 1°. qu'il y a un terme au-delà duquel le fluide est constamment indéfini, & l'impulsion sur la même surface constante, à moins que la vitesse ne variât : 2°. qu'en-deçà de ce terme le fluide est, à la vérité, constamment défini, mais que néanmoins l'impulsion n'est pas constante, & que par conséquent on peut admettre différents degrés dans le *défini ;* ce qu'on ne peut pas faire par rapport à *l'indéfini* : 3°. que, toutes choses d'ailleurs égales, le choc d'un fluide indéfini doit être moindre que celui d'un fluide défini : 4°. que le choc du fluide défini doit être d'autant plus grand, que l'intervalle compris entre les parois du coursier & la surface choquée sera moindre. Les expériences faites par MM. d'Alembert, le Marquis de Condorcet & l'Abbé Bossut, prouvent la vérité de ce raisonnement. Qu'on lise les *numéros 5-9 du Chapitre VI des nouvelles expériences sur la résistance des fluides*, & l'on verra la confirmation de tout ce que nous venons de dire.

36. Supposons la section ABCD constante, & faisons varier la grandeur du plan EFGH ; s'il augmente, le fluide choquant augmentera aussi, tandis que les espaces libres diminueront : ainsi, toutes choses d'ailleurs égales, le choc doit augmenter. Au contraire, que le plan diminue, les espaces libres augmenteront, tandis que le fluide choquant diminuera. Cette portion du fluide aura donc plus de liberté de s'échapper, & par conséquent le choc diminuera. Il diminuera d'autant plus que le plan EFGH deviendra moindre. Cependant il est naturel de croire que quand il sera arrivé à un certain degré de petitesse, le fluide choquant ayant toute la liberté nécessaire pour fuir après

le choc, la diminution cessera d'être sensible, & l'impulsion sur une portion déterminée du plan sera constante. Ainsi si A E est la distance à laquelle se trouvent les limites qui séparent l'indéfini du défini, nous pouvons conclure que cette distance n'est pas constante, & qu'elle est proportionnelle à l'étendue de la surface choquée. Par exemple, le fluide sera censé indéfini à 3 pieds par rapport à une surface d'un pied quarré, & il pourra être encore défini à 5 pieds si la surface a 4 pieds Mais on ne peut rien dire de précis à cet égard, à cause que les expériences manquent.

Réflexions sur l'emploi des coursiers.

37. Puisque dans le choc les fluides définis ont l'avantage sur les indéfinis, & que les plus définis l'emportent sur ceux qui le sont moins, il suit 1°. que, toutes choses d'ailleurs égales, les roues placées sur un coursier qu'elles remplissent assez exactement sont plus avantageuses que celles qui sont placées sur des rivieres, à cause que dans les premieres l'eau n'a que peu d'espace pour s'échapper; au lieu que dans les secondes elle peut fuir latéralement & par-dessous; & si elle est gênée latéralement, elle pourra toujours corroder le fond & se pratiquer une fuite aisée au-dessous de la roue; 2°. que l'on peut augmenter l'effet de ces dernieres en les faisant tourner dans des coursiers.

Valeur absolue de la force d'un fluide défini & de celle d'un fluide indéfini.

38. Les sentiments des Auteurs ont été long-temps partagés au sujet de la valeur absolue du choc direct des fluides. Les uns prétendoient qu'on devoit le mesurer par le poids d'une colonne de même fluide qui auroit pour base la surface choquée & pour hauteur celle qui seroit due à la vitesse du courant. Les autres pensoient que la hauteur de cette colonne devoit être double. Les *nouvelles expériences sur la résistance des fluides* ont résolu la question. Il est constant que *dans les fluides indéfinis, lorsqu'une surface est choquée directement par un courant, la force du choc est égale au poids d'une colonne de ce fluide qui auroit pour base la surface choquée, & pour hauteur la hauteur due à la vitesse du courant*, comme on peut voir au

Chapitre V, n. 33; & *lorſque le courant eſt renfermé dans un courſier dont la capacité eſt aſſez exactement remplie par la ſurface choquée, la hauteur de la colonne eſt double de la hauteur due à la vîteſſe avec laquelle ſe fait l'impulſion*; ainſi qu'on peut le déduire des n. 5-9 du Chapitre VI.

39. On pourroit conclure de-là que *les chocs directs des fluides ſont entre eux en raiſon compoſée des ſurfaces choquées, des quarrés des vîteſſes des fluides & de leurs denſités*, puiſque (2) la vîteſſe d'un filet de liqueur ſuit les loix des graves, & que les quarrés des vîteſſes ſont comme les hauteurs dues. Mais on peut voir la théorie de la percuſſion des fluides dans l'excellent Traité d'Hydrodynamique de M. l'Abbé Boſſut, n. 719-729, où elle eſt traitée d'une maniere qui ne laiſſe rien à deſirer. Je me contenterai de mettre ici l'énoncé des trois propoſitions qui ſervent de baſe au calcul de l'impulſion des fluides.

Propoſitions néceſſaires pour la meſure de l'impulſion des fluides.

1°. *Les chocs directs de deux fluides de même nature ſur deux plans différents, ſont entre eux en raiſon compoſée de ces plans & des quarrés des vîteſſes avec leſquelles ils ſont choqués.*

2°. *Si deux plans en repos ſont frappés, l'un perpendiculairement, & l'autre obliquement avec différentes vîteſſes par deux courants de même nature; l'impulſion perpendiculaire ſera à l'impulſion oblique, comme le premier plan multiplié par le quarré de la vîteſſe du premier courant & par le quarré du ſinus total, eſt au ſecond plan multiplié par le quarré de la vîteſſe du ſecond courant & par le quarré du ſinus de l'angle ſous lequel ſe fait l'impulſion.*

3°. *Lorſque les chocs ſont obliques, ils ſont entre eux en raiſon compoſée des plans choqués, des quarrés des vîteſſes avec leſquelles ils ſont choqués, & des quarrés des ſinus des angles d'impulſion.*

Réflexions ſur ces propoſitions.

40. La théorie de ces propoſitions ſe démontre à la rigueur; mais la pratique n'eſt pas toujours d'accord avec la théorie. Il

étoit donc néceſſaire de conſulter l'expérience pour ſavoir ſi l'on pouvoit les employer en toute ſûreté, ou du moins quelles étoient les loix & les limites des modifications des réſultats. C'eſt ce qui a été exécuté avec le plus grand ſoin par les Auteurs des *nouvelles expériences ſur la réſiſtance des fluides*. En voici le réſultat.

1°. *Les réſiſtances qu'éprouve un même corps de figure quelconque mu avec différentes vîteſſes dans un fluide indéfini, ſont ſenſiblement proportionnelles aux quarrés des vîteſſes.*

2°. *Les réſiſtances perpendiculaires & directes de pluſieurs ſurfaces planes mues avec la même vîteſſe, ſont ſenſiblement proportionnelles aux étendues de ces ſurfaces.* Donc on peut faire uſage de la premiere propoſition ſans aucune reſtriction.

3°. *Les réſiſtances qui proviennent des mouvements obliques ne diminuent pas, à beaucoup près, toutes choſes d'ailleurs égales, dans la raiſon des quarrés des ſinus des angles d'incidence; par conſéquent ſur ce troiſieme point la théorie ordinaire de la réſiſtance des fluides doit être entiérement abandonnée lorſque les angles d'incidence ſont petits, puiſqu'alors elle donneroit néceſſairement des réſultats très fautifs... Mais pour les cas où les angles d'incidence ſeroient grands, comme dans l'intervalle de 50ᵈ à 90ᵈ, on peut, en attendant mieux, ſe ſervir de la théorie ordinaire pour déterminer les réſiſtances, en obſervant néanmoins qu'elle donnera pour ces réſiſtances des quantités un peu moindres qu'on ne les trouveroit par l'expérience, & d'autant moindres que les angles d'incidence s'éloigneront davantage de 90ᵈ.* Ainſi, pour pouvoir ſe ſervir de la ſeconde & de la troiſieme propoſition, il faudra faire enſorte que les impulſions ſe faſſent ſous des angles qui approchent le plus qu'il ſera poſſible de l'angle droit. Voyez *le Chap. V, n. 35 des nouvelles expériences ſur la réſiſtance des fluides.*

41. Pour pouvoir faire uſage des propoſitions du n. 39, cherchons l'expreſſion de la valeur abſolue du choc perpendi- Comment on trouve la force du choc direct de l'eau

ſur une ſurface d'un pied quarré, & ſous un pied de vîteſſe.

culaire de l'eau mue avec une vîteſſe déterminée contre une ſurface donnée. Prenons le pied & la livre poids de marc pour unités. Suppoſons que la ſurface donnée ſoit d'un pied quarré, la vîteſſe de l'eau d'un pied par ſeconde, & le fluide indéfini. Le choc abſolu ſera égal au poids d'une colonne d'eau d'un pied quarré de baſe, & dont la hauteur ſeroit due à la vîteſſe $= 1$ pied. Pour avoir le poids de cette colonne, il faudra multiplier ſon volume exprimé en pieds cubes, ou en parties de pieds cubes par 70 ℔, poids d'un pied cube d'eau. Le volume eſt égal à la ſurface choquée qui eſt $= 1^2$, multipliée par la hauteur due à l'unité, laquelle hauteur (3) eſt $= \frac{v^2}{2p} = \frac{1}{60}$. Donc le poids de cette colonne eſt $= 1^2 \times \frac{1}{60} \times 70$ ℔ $= \frac{7}{6}$ ℔.

Nous avons vu (38) que quand le fluide eſt défini, la hauteur de la colonne eſt double. Donc dans ce dernier cas l'impulſion ſera $= \frac{7}{3}$ ℔.

Ainſi nous pouvons conclure que *ſi un courant d'eau indéfini mu avec un pied de vîteſſe par ſeconde, choque perpendiculairement une ſurface immobile d'un pied quarré, le choc équivaut à* $\frac{7}{6}$ ℔; *& qu'il eſt double, c'eſt-à-dire* $= \frac{7}{3}$ ℔ *lorſque le courant eſt renfermé dans un courſier dont la capacité eſt aſſez exactement remplie par la ſurface choquée.*

Repréſentons par K le poids de cette colonne. Dans le premier cas nous aurons $K = \frac{7}{6}$ ℔, & dans le ſecond $K = \frac{7}{3}$ ℔.

Moyen d'avoir l'impulſion directe ſur toutes ſortes de plans immobiles.

42. Cherchons la valeur de l'impulſion perpendiculaire d'un courant mu avec une vîteſſe $= v$ contre un plan immobile $= \lambda$. Puiſque (39. 1°.) les chocs perpendiculaires ſont comme les ſurfaces choquées multipliées par les quarrés des vîteſſes, & (41) qu'un courant animé d'un pied de vîteſſe produit une impulſion $=$ K ſur une ſurface d'un pied quarré, nous aurons l'impulſion cherchée en diſant : *Si une ſurface d'un pied quarré multipliée par le quarré de l'unité* (qui eſt la vîteſſe avec laquelle elle eſt choquée) *répond à un effort* $=$ K, *le produit de la*

ſurface

surface donnée λ *par le quarré* v^2 *de la vîtesse du courant qui la choque, à quel effort répondra-t-il?* Nommons F l'effort cherché, & mettons ces quatre quantités en proportion ; nous aurons $1^2 \times 1^2 : K :: \lambda \times v^2 : F$. Donc $F = K\lambda v^2$. Ce qui nous fait voir qu'*on aura l'impulsion directe sur un plan immobile en multipliant par K le produit du plan par le quarré de la vîtesse avec laquelle il est choqué.*

Par exemple, le fluide étant défini, si la surface proposée étoit de 10 pieds quarrés, & qu'elle fût choquée avec 12 pieds de vîtesse, on auroit $\lambda = 10$, $v = 12$, $K = \frac{7}{3}$ ℔, & $F = \frac{7}{3} \times 1440$ ℔ $= 3360$ ℔. Le choc seroit deux fois moindre & $= 1680$ ℔ si le fluide étoit indéfini.

43. Nommons h la hauteur due à la vîtesse v. Si le fluide est défini, le volume de la colonne dont le poids mesurera l'impulsion sera $= \lambda \times 2h$, & son poids sera $= \lambda \times 2h \times 70$ ℔. Par la premiere proposition du n. 39, nous dirons : Si une surface d'un pied quarré choquée avec un pied de vîtesse donne un choc égal au poids d'une colonne d'eau de même base, & dont la hauteur est double de la hauteur due à la vitesse $= 1$ pied, la surface λ choquée avec une vîtesse $= v$ doit donner un choc $= \lambda \times 2h \times 70$; ou en écrivant la proportion $1^2 \times 1^2 : K :: \lambda v^2 : \lambda \times 2h \times 70 :: v^2 : 2h \times 70$. D'où l'on tire $v^2 = \frac{2h \times 70}{K}$. Nous aurons souvent lieu de faire usage de cette expression. Expression du quarré de la vîtesse d'un fluide.

Si le fluide étoit indéfini, on auroit $v^2 = \frac{h \times 70}{K}$; expression qui reviendroit à la précédente, à cause que l'on auroit alors $K = \frac{7}{6}$.

44. Si le choc se faisoit obliquement sous un angle dont le nombre de degrés fût $= N$, en vertu de la seconde proposition du n. 39, nous dirions : Si un pied quarré multiplié par le quarré de la vîtesse qui est l'unité, & par celui du sinus total, répond à un effort $= K$; la surface donnée λ multipliée par le quarré v^2 de la vîtesse & par celui de *sin.* N, à quel effort répondra-t-elle? Nommons R le sinus total & mettons toutes Moyen d'avoir l'impulsion oblique sur toutes sortes de plans immobiles.

ces grandeurs en proportion, nous aurons $1^2 \times 1^2 \times R^2 : K ::$ $\lambda \times v^2 \times \overline{fin.\ N}^2 : F$. Donc $F = K \lambda v^2 \times \frac{\overline{fin.\ N}^2}{R^2}$. De cette expreſſion on déduit cette regle : *Calculez le choc de la même maniere que s'il étoit direct* (42), *& multipliez le réſultat par le rapport du quarré du ſinus de l'angle d'incidence au quarré du ſinus total.*

Suppoſons que les valeurs de λ & v étant les mêmes que dans l'exemple du n. 42, on ait $N = 60^d$, nous aurons $\frac{\overline{fin.\ N}^2}{R^2} = \frac{\overline{fin.\ 60^d}^2}{R^2}$. En opérant par logarithmes, nous trouverons celui de *ſin.* 60^d $= 9{,}9330656$, & celui du rayon $= 10$. Doublons le premier, & ajoutons 3 à la caractériſtique, la ſomme ſera $= 22{,}8661312$, de laquelle retranchant le double du logarithme du rayon, nous aurons pour reſte 2,8661312 ; quantité qui répond à-peu-près à 734, & qui donne 0,734 pour la valeur de $\frac{\overline{fin.\ N}^2}{R^2}$, à cauſe que nous avions trois unités de trop au logarithme du numérateur. Multiplions par cette quantité les valeurs que nous avons trouvées (42) pour λv^2, c'eſt-à-dire 3360, & 1680, & nous aurons l'impulſion cherchée $= 2466{,}24$ ℔ quand le fluide ſera défini ; & quand il ſera indéfini, l'impulſion ſera $= 1233{,}12$ ℔.

L'action du fluide s'exerce perpendiculairement au plan.

45. On doit remarquer que les impulſions que nous venons d'évaluer s'éxercent perpendiculairement à la ſurface donnée, ſoit que le choc ſoit perpendiculaire, ſoit qu'il ſoit oblique. Ainſi, dans tous les cas, elle s'exprime par une ligne perpendiculaire à cette ſurface.

Moyen d'avoir l'impulſion directe ſur un plan en mouvement.

46. Lorſqu'on emploie des fluides au mouvement des machines, leur action s'exerce ſur des ſurfaces en mouvement, & pour lors le choc ne ſe fait qu'en vertu de la vîteſſe relative. Suppoſons d'abord que la ſurface λ perpendiculaire à la direction du courant dont la vîteſſe $= v$ ſe meuve avec la viteſſe $= u$ parallèlement à elle-même. Il eſt clair que fuyant devant le fluide avec la vîteſſe u, elle échappe d'autant à ſon action.

Le courant n'aura donc de prise fur elle qu'en vertu de fon excès de viteffe, lequel fera $= v - u$. Ainfi il la choquera de la même maniere qu'il feroit fi la furface étant en repos, fa vîteffe étoit $= v - u$. Alors, par la premiere propofition du n. 39, nous déterminerons l'impulfion par une proportion femblable à celle du n. 42, en difant : $1^2 \times 1^2 : K :: \lambda \times \overline{v - u}^2 : F = K\lambda \times \overline{v - u}^2$. De cette expreffion nous déduifons cette regle : *Multipliez par K le produit de la furface choquée par le quarré de la différence des vîteffes, & vous aurez l'impulfion cherchée.*

Suppofons que l'on ait $u = 3$, & que les autres quantités aient la même valeur que dans les exemples précédents; $v - u$ fera $= 9$, & $\lambda \times \overline{v - u}^2 = 810$. Donc $K\lambda v^2 = 1890$ ℔ ou 945 ℔, felon que le fluide fera défini ou indéfini.

47. Que la différence des vîteffes foit à celle de la furface choquée $:: s' : s$, on aura $v - u : u :: s' : s$, ou $v - u : v :: s' : s' + s$; d'où l'on tirera $v - u = \frac{s'}{s' + s} \times v$. Subftituons cette expreffion dans la formule $F = K\lambda \times \overline{v - u}^2$, & elle deviendra $F = \frac{s'^2}{\overline{s' + s}^2} K\lambda v^2$. Expreffion générale de cette impulfion.

48. Suppofons qu'un courant agiffe fur la furface DE (*fig.* 7) dans la direction AB, & avec une viteffe $= AG$; & qu'en vertu de cette action la furface choquée fe meuve dans la direction & avec la viteffe repréfentées par la ligne AF. Il s'agit de déterminer la valeur de l'impulfion. Pour faciliter les calculs, faifons le finus total $= 1$; *fin.* BAC $=$ *fin.* FAG $= p$; *cof.* BAC $=$ *cof.* FAG $= q$; *fin.* EAF $= p'$; *cof.* EAF $= q'$. Soit la furface choquée DE $= \lambda$; AG $= v$, & AF $= u$. Joignons le point F au point G par la droite FG, & conftruifons fur AF & FG le parallélogramme AFGH: la vîteffe AG fera décompofée en deux; favoir, AF & AH. La premiere étant la même que celle de la furface DE, ne produira aucun effet fur cette furface. Le choc fe fera donc en vertu de la feconde, dont il faut trouver la valeur & l'inclinaifon fur la furface choquée. Formule générale de l'impulfion oblique fur un plan en mouvement.

Abaiſſons F L perpendiculaire à A G. Dans le triangle rectangle AF L, nous aurons *ſin. tot.* : *ſin.* F A L :: AF : F L, ou $1 : p :: u : \mathrm{FL} = pu$; & *ſin. tot.* : *coſ.* F A L :: A F : AL, ou $1 : q :: u : \mathrm{AL} = qu$. Donc $\mathrm{GL} = \mathrm{AG} - \mathrm{AL} = v - qu$, & $\mathrm{FG} = \sqrt{\overline{\mathrm{FL}}^2 + \overline{\mathrm{GL}}^2} = \sqrt{p^2u^2 + v^2 - 2qvu + q^2u^2}$. Mais $p^2 + q^2 = 1$, & par conſéquent $p^2u^2 + q^2u^2 = u^2$. Donc $\mathrm{FG} = \sqrt{v^2 - 2qvu + u^2} = \mathrm{AH}$.

Les angles F A H, AF G étant ſuppléments l'un de l'autre, leurs ſinus ſeront égaux. Or dans le triangle A F G on a F G : AG :: *ſin.* F AG : *ſin.* AFG = *ſin.* F A H $= \frac{\mathrm{AG} \times \mathit{ſin.}\,\mathrm{FAG}}{\mathrm{FG}} = \frac{pv}{\sqrt{v^2 - 2qvu + u^2}}$. Donc *coſ.* F A H $= \sqrt{1 - \overline{\mathit{ſin.}\,\mathrm{FAH}}^2} = \sqrt{1 - \frac{p^2v^2}{v^2 - 2qvu + u^2}} = \frac{qv - u}{\sqrt{v^2 - 2qvu + u^2}}$ (à cauſe que $\overline{1 - p^2}.v^2 = q^2v^2$). Mais le ſinus de la ſomme de deux angles eſt égal au ſinus du premier multiplié par le coſinus du ſecond, plus au ſinus du ſecond multiplié par le coſinus du premier; le tout diviſé par le ſinus total. Donc puiſque nous avons fait le ſinus total = 1, nous aurons *ſin.* H A E = *ſin.* F A H × *coſ.* F A E + *ſin.* F A E × *coſ.* F A H, quantité qui, par la ſubſtitution, deviendra $= \frac{\overline{pq' + p'q}.v - p'u}{\sqrt{v^2 - 2qvu + u^2}}$.

Ayant l'expreſſion de la vîteſſe relative A H & du ſinus de l'angle d'incidence H A E, il n'y a qu'à faire la proportion de la ſeconde propoſition du n. 39, ne perdant pas de vue que le ſinus total eſt ici = 1. Nous dirons donc : $1^2 \times 1^2 \times 1^2 : \mathrm{K} :: \mathrm{DE} \times \overline{\mathrm{AH}}^2 \times \overline{\mathit{ſin.}\,\mathrm{HAE}}^2 = \lambda \times \overline{v^2 - 2qvu + u^2} \times \frac{(\overline{pq' + p'q}.v - p'u)^2}{v^2 - 2qvu + u^2} : \mathrm{F} = \mathrm{K}\lambda\,(\overline{pq' + p'q}.v - p'u)^2$. C'eſt l'expreſſion de l'effort du fluide perpendiculairement à D E.

Regle générale pour trouver la valeur de cette impulſion. Fig. 7.

49. Dans l'expreſſion que nous venons de trouver, la quantité $pq' + p'q$, ou, ſi l'on veut, $\frac{pq' + p'q}{1} = \frac{\mathit{ſin.}\,\mathrm{BAC} \times \mathit{coſ.}\,\mathrm{CAD} + \mathit{ſin.}\,\mathrm{CAD} \times \mathit{coſ.}\,\mathrm{BAC}}{\mathit{ſin.\ tot.}}$

$=$ *sin.* BAD ou *sin.* GAE. Abaissons des points G & F sur DE les perpendiculaires GN, FM; nous aurons dans le triangle GAN : 1 : *sin.* GAN :: AG : GN $= \overline{pq' + p'q} \cdot v$; & dans le triangle AFM : 1 : *sin.* FAM :: AF : FM $= p'u$. Menons FP parallele à DE : GP sera $=$ GN $-$ FM $= \overline{pq' + p'q} \cdot v - p'u$; & par conséquent l'impulsion sur DE sera $= K\lambda \times \overline{GP}^2$; ce qui signifie que pour lors il n'y a qu'*à décomposer la vîtesse du plan & celle du courant en deux, dont l'une soit parallele, & l'autre perpendiculaire au plan, & à calculer le choc comme on feroit s'il n'existoit que la vîtesse perpendiculaire, & que le plan se mût dans cette direction.* C'est ce qui paroîtra évident quand on fera attention que des deux vîtesses AM & MF, il n'y a que MF qui transporte le plan selon la perpendiculaire, & qu'il en est de même de GN par rapport à AG. Le plan ne sera donc poussé dans cette direction qu'en vertu de la différence des vîtesses GN & FM.

50. Supposons 1°. que le courant AB soit perpendiculaire Premier cas.
à la surface choquée DE. L'angle BAE sera droit, & par conséquent les deux angles BAC, & FAE, ou CAD, seront compléments l'un de l'autre; ce qui nous donne $pq' + p'q = 1$, & l'impulsion $F = K\lambda\,(v - p'u)^2$. En effet, en raisonnant comme ci-dessus (49), l'impulsion est toujours $= K\lambda \times \overline{GN - FM}^2$. Mais ici l'angle GAN est droit; ce qui donne GN $=$ GA $= v$, & par conséquent $F = K\lambda \times \overline{GA - FM}^2 = K\lambda \times \overline{v - pu}^2$.

51. Supposons 2°. que le courant AB étant oblique à DE, Second cas.
le mouvement de DE se fasse dans la direction AB. Dans ce cas AF & AG coïncideront; ce qui anéantira l'angle FAG & son opposé au sommet BAC. Donc alors $p = 0$, & $q = 1$, & l'impulsion $F = K\lambda\,(p'v - p'u)^2$. La ligne AG prend la position AG' & GN devient $G'N' = p'v$. Ainsi l'impulsion F est encore $= K\lambda \times \overline{G'N' - FM}^2 = K\lambda \times \overline{N'P'}^2$.

Comment on réduit les sinus algébriques à ceux des tables. Fig. 7.

52. Pour pouvoir commodément faire usage des formules où le rayon est $= 1$, il faut ramener les sinus algébriques à ceux des tables. Proposons-nous, pour en donner un exemple, d'y réduire la formule du n. 48. Nommons R le rayon des tables : on trouvera p' par la proportion suivante : $R : \textit{sin.}\ FAE :: 1 : p' = \frac{\textit{sin.}\ FAE}{R}$. Par une semblable proportion, on trouvera, si l'on veut, les expressions de q', p & q. Nous nous bornerons ici à celle de $pq' + p'q$, qui est le sinus algébrique de l'angle BAD. Nous l'aurons en disant : $R : \textit{sin.}\ BAD :: 1 : pq' + p'q = \frac{\textit{sin}\ BAD}{R}$. Substituant, la formule du n. 48 deviendra $F = K\lambda\left(\frac{\textit{sin.}\ BAD}{R} \times v - \frac{\textit{sin.}\ FAE}{R} \times u\right)^2$.

On peut faire les substitutions convenables aux formules des n. 50 & 51. La premiere deviendra $F = K\lambda\left(v - \frac{\textit{sin.}\ FAE}{R}\right)^2$; & la seconde, $F = K\lambda\left(\frac{\textit{sin.}\ FAE}{R} \times \overline{v-u}\right)^2$.

Application à un exemple. Fig. 7.

53. Supposons que l'on ait la surface choquée $\lambda = 0{,}21$ pieds quarrés, $v = 28{,}5$; $u = 23{,}8$; $BAC = 15^d\,25'$, & $FAE = 66^d\,15'$. L'angle $BAD = BAC + EAF = 81^d\,40'$. La formule du n. 48 deviendra $F = K \times 0{,}21\left(\frac{\textit{sin.}\ 81^d\,40'}{R} \times 28{,}5 - \frac{\textit{sin}\ 66^d\,15'}{R} \times 23{,}8\right)^2$. Opérant par logarithmes, & faisant les opérations indiquées, on trouvera $F = 20{,}132$ ℔ lorsque le fluide est défini, & $F = 10{,}066$ ℔ lorsqu'il sera indéfini.

Si l'on applique les mêmes grandeurs à la formule du n. 50, l'on trouvera $F = 22{,}127$ ℔ ou la moitié seulement, suivant la valeur de K.

Pareillement par la formule du n. 51 on trouvera $F = 9{,}048$, ou la moitié de cette quantité, selon la nature du fluide.

Comment on trouve l'action du courant dans une direction donnée. Fig. 7.

54. Les impulsions que nous venons de calculer s'exercent perpendiculairement à la surface DE, ainsi que nous l'avons remarqué au n. 45, & par conséquent elles sont représen-

tées par une ligne A Q perpendiculaire à cette même surface. Si l'on veut avoir l'action du courant dans la direction AF, on menera QS perpendiculaire à AF. L'impulsion AQ sera décomposée en deux, savoir QS & AS. Il s'agit de trouver l'expression de la derniere.

Dans le triangle AQS l'angle en A est le complément de l'angle FAE, ainsi que de l'angle AQS. Donc AQS = FAE, & par conséquent *sin.* AQS $= p'$; ce qui nous donne la proportion $1 : p' :: AQ : AS = p' \times AQ$. Mais (52) $p' = \frac{\text{sin. FAE}}{R}$. Donc $AS = AQ \times \frac{\text{sin FAE}}{R}$; ce qui nous fait voir que l'*effort du courant selon la direction AF est égal à celui qu'il exerce perpendiculairement à la surface multipliée, par le rapport du sinus de l'angle FAE au sinus total.*

Si l'on vouloit avoir la valeur de QS, on la trouveroit en disant : $1 : q' :: AQ : QS = q' \times AQ$. Mais (52) $q' = \frac{\text{cos. FAE}}{R}$. Donc $QS = AQ \times \frac{\text{cos. FAE}}{R}$.

On pourroit trouver la valeur numérique de chacun de ces efforts en supposant aux angles FAE & BAC, & aux vitesses v & u les mêmes valeurs que ci-dessus (53). En cela il n'y a point de difficulté.

Cette théorie s'applique aux roues horisontales.

Fig. 7.

55. La position de la surface DE oblique à la direction AF & à celle du courant AB est pour l'ordinaire celle des aîles d'une roue horisontale. Ces aîles sont le plus souvent courbes. Lorsque leur courbure est considérable, il est impossible de calculer exactement l'impulsion; mais il arrive souvent qu'elle est peu sensible, & pour lors on peut les supposer planes, sur-tout quand la section du courant au point où se fait l'impulsion est fort petite. Nous aurons occasion dans la suite de calculer l'impulsion sur une roue de cette espece. Voyons à présent ce qu'on doit penser de la courbure qu'on a coutume de donner à leurs aîles.

Dans les roues les aîles courbes font désavantageuses.
FIG. 8.

56. Soit ABD (*fig.* 8) la ſection d'une aîle courbe, & AD celle du plan qui lui ſert de baſe. Suppoſons que le filet d'eau BC perpendiculaire à AD tombe ſur la concavité de la courbe, & repréſentons ſa force par BE. Menons au point B la tangente BG & BF perpendiculaire à BG, & conſtruiſons le parallélogramme BGEF. Il eſt évidenr qu'il n'y aura que BF qui agiſſe ſur la courbe, tandis que la force entiere EB agira ſur AD. Et puiſque ſur la totalité des filets il n'y en aura qu'un qui ſoit perpendiculaire à la courbe & que tous les autres lui ſeront obliques, il s'enſuit qu'il n'y aura qu'un filet qui choque la courbe avec autant d'avantage que le plan AD. Donc l'aile courbe aura du déſavantage vis-à-vis l'aîle plane, & par conſéquenr *l'aîle plane eſt préférable à l'aîle courbe.*

Impulſion directe de l'eau d'un canal ſur un plan en mouvement.
FIG. 9.

57. Juſqu'ici nous avons ſuppoſé que tous les filers avoient la même viteſſe. Prenons un canal dont la ſection longirudinale ſoit repréſenrée par ABCD (*fig.* 9). Que AE ſoit la hauteur due à la ſuperficie. Conſtruiſons la parabole EFG dont le parametre ſoit $= 2p = 60$ pieds. Ses ordonnées ſeront les vîteſſes des différents filets aux profondeurs correſpondantes (10). Suppoſons que la ſurface dont le profil eſt repréſenté par AB ſe meuve parallélement à elle-même & dans la direction du courant avec une vîteſſe $AL = u$. Cherchons l'expreſſion de l'impulſion de l'eau ſur cette ſurface. Pour cet effet nommons AE, h; AB, a; la largeur du plan b; & EP, x. PP′ ſera $= dx$, $PM = \sqrt{2px}$, & la vîteſſe relative QM en vertu de laquelle le choc ſe fera $= \sqrt{2px} - u$.

D'après ce que nous avons vu (46), l'impulſion ſur l'élément PP′ ſera $= Kb \times PP' \times \overline{QM}^2 = Kbdx\,(\sqrt{2px} - u)^2$. L'intégrale de cette quantiré eſt $= Kb \times (px^2 - \frac{4}{3}ux\sqrt{2px} + u^2x)$. Cette intégrale s'anéantira en A où x ſera $= h$, & elle recevra ſa valeur complete en B où x ſera $= h + a$. Ainſi l'impulſion totale ſur AB ſera $= Kb \times (p.\overline{h+a}^2 - \frac{4}{3}u\sqrt{2p}.\overline{h+a}^{\frac{3}{2}} + u^2$

$u^2 . \overline{h+a}) - Kb \times (ph^2 - \frac{4}{3} u \sqrt{2p} . h^{\frac{3}{2}} + u^2 h) = Kb \times [p . \overline{2ah + a^2} - 4u \sqrt{2p} . (\overline{h+a}^{\frac{3}{2}} - h^{\frac{3}{2}}) + au^2]$.

58. Si l'on compare cette formule avec celle du n. 46, on verra que celle que nous venons de trouver eſt incomparablement plus compliquée. La ſimplicité de la premiere vient de ce que nous avons ſuppoſé tous les filets animés de la même vîteſſe. Celle-ci ſe ſimplifieroit auſſi, ſi l'on trouvoit une méthode ſimple de connoître la vîteſſe moyenne, ou ſi l'on veut, la profondeur à laquelle répond l'ordonnée qui donneroit un réſultat égal à celui que nous venons de trouver. Nous ne connoiſſons cette méthode que quand AE eſt beaucoup plus grande que AB : car alors (11) cette ordonnée répond ſenſiblement au milieu de AB. Hors ce cas il eſt preſque impoſſible de trouver une formule exacte moins compoſée. Ainſi en pareils cas pour connoître l'impulſion avec exactitude & avec facilité, il faudra *donner au plan choqué une hauteur beaucoup moindre que la hauteur due aux eaux de la ſuperficie, & ſuppoſer à tous les filets la vîteſſe de celui qui répond au milieu du plan.* Conſéquences qui en réſultent. FIG. 9.

59. Si la hauteur due AE devenoit AE′, la parabole EFG deviendroit E′F′G′. Que la ſurface AB ait toujours la même vîteſſe AL. L'on voit que cette vîteſſe ſera plus grande que celle de l'eau depuis A juſqu'en P, & que depuis ce point juſqu'en B elle ſera moindre ; par conſéquent la partie AP pouſſera l'eau au lieu d'en être pouſſée comme la partie BP. Cela ſe rencontre ſouvent dans les roues placées ſur une riviere dont la vîteſſe à la ſurface eſt peu conſidérable & quand on donne beaucoup de hauteur aux aîles. Car pour lors ſi le point inférieur B décrit dans une ſeconde un arc égal à la ligne BL′ ; quoique celui qui ſera décrit par le point ſupérieur A de l'aube ſoit moindre, à cauſe qu'il eſt plus près du centre ; cependant il arrivera ſouvent qu'il ſera plus grand que AF′, à cauſe de l'exceſſive diſproportion qu'il y aura entre les FIG. 9.

ordonnées extrêmes B G′ & AF′. En pareils cas le seul parti qu'il y ait à prendre est de rapprocher de l'égalité le rapport des arcs décrits par les points extrêmes B & A, ainsi que celui des ordonnées extrêmes B G′ & AF′; ce qui ne peut se faire qu'en rendant A B la moindre possible. Lorsque cela aura lieu, si l'arc décrit par le point B est dans un rapport convenable avec B G′, celui qui sera décrit par le point A s'éloignera peu du même rapport avec AF′. Ajoutons à cela la simplification du calcul d'impulsion (58), & sur-tout le peu d'obliquité du choc dont nous avons déjà dit un mot (40) & dont nous parlerons plus amplement ailleurs. Nous déterminerons plus bas la moindre hauteur due aux eaux de la surface pour qu'elles ne soient pas refoulées.

Réflexions sur la maniere dont les fluides exercent leur action.

60. Imaginons une surface exposée au choc direct d'un courant & soutenue par un poids assez considérable pour résister à la force absolue de ce courant. Il est évident que la surface & le poids resteront en repos. Qu'on diminue le poids par degrés : lorsqu'il ne sera plus assez fort pour contrebalancer l'impulsion absolue du courant, il sera entraîné avec la surface, & il recevra un degré de vîtesse d'autant moindre que sa quantité de matiere sera plus grande. Que l'on continue de le diminuer : sa vitesse, qui est la même que celle de la surface, augmentera de plus en plus jusqu'à ce qu'enfin elle deviendra égale à la vitesse absolue du courant; ce qui arrivera lorsque le poids sera anéanti.

Pour bien sentir comment la chose se passe, concevons la vîtesse absolue du courant décomposée en deux parties dont l'une soit la même que celle de la surface ou du poids enlevé, & l'autre l'excès de sa vitesse absolue sur celle dont nous venons de parler. Dans quelque état que soit le poids, en repos ou en mouvement, son inertie oppose toujours une résistance proportionnelle à la quantité de matiere qui le compose; & il ne peut être mis en mouvement que quand cette résistance est

en équilibre avec une autre force. Pour lors ſi une puiſſance quelconque agit ſur lui avec une certaine vîteſſe, il n'oppoſera plus de réſiſtance, & ils ſe mouveront enſemble avec la vîteſſe de la puiſſance. C'eſt ainſi que tout ſe paſſe à l'égard du poids enlevé par le courant. La réſiſtance qu'il oppoſe à chaque inſtant doit être ſurmontée par une impulſion qui le mette en état d'obéir comme un corps parfaitement libre à toute autre force qui agira ſut lui & qui lui imprimera ſa viteſſe. Cette réſiſtance eſt ſans ceſſe vaincue par le choc qui s'opere en vertu de la viteſſe relative du courant; & alors le poids n'en oppoſant plus aucune, ſe meut avec la viteſſe réſidue du fluide.

61. L'on voit par ce que nous venons de dire que ce n'eſt pas pat l'impulſion ſeule qu'on doit juger de l'effet d'un courant; car l'impulſion ne fait connoître que la maſſe avec laquelle elle eſt en équilibre, ou qu'elle met en état d'être mue. Or l'effet n'eſt pas ſeulement l'aptitude au mouvement: c'eſt le mouvement même; c'eſt la maſſe dont l'impulſion détruit la force d'inertie, c'eſt, dis-je, cette maſſe mue avec une certaine vîteſſe; & cet effet ſera le plus grand poſſible lorſque la maſſe ſera la plus grande poſſible, & qu'elle ſera enlevée avec la plus grande vîteſſe poſſible. Ainſi, pour comparer les effets que peuvent produire deux courants donnés, il faut prendre les expreſſions de ces effets, je veux dire les produits des maſſes enlevées par leurs vîteſſes, & les comparer.

62. Nommons λ la ſurface choquée, u ſa vîteſſe, v celle du courant, & π le poids enlevé. Par le n. 46, l'impulſion ſera $= K\lambda . \overline{v-u}^2$; pat le n. 60, cette expreſſion ſera égale au poids enlevé π; & par le n. 61, l'effet eſt égal au poids multiplié par ſa vîteſſe, c'eſt-à-dire $= \pi u$. Donc nous aurons $\pi u = K\lambda . \overline{v-u}^2 . u$. Repréſentons par les mêmes caracteres majuſcules les mêmes grandeurs priſes dans un autre courant; nous aurons pareillement l'effet $\Pi U = K\Lambda . \overline{V-U}^2 . U$; par conſéquent

Loix des effets produits par l'action des fluides.

$\pi\, u : \Pi U :: \lambda \times \overline{v-u}^2 \times u : \Lambda \times \overline{V-U}^2 \times U$; c'eſt-à-dire que *quand les maſſes enlevées ont une vîteſſe égale à la vîteſſe abſolue du courant diminuée de ſa vîteſſe relative, les effets ſont en raiſon compoſée des ſurfaces choquées, des quarrés des vîteſſes relatives & de celles des maſſes enlevées.*

Fig. 10. 63. Suppoſons que le poids π ſoit ſuſpendu à une corde qui ſe roule autour d'un tambour (*fig.* 10). La vîteſſe du poids ne ſera pas alors la même que dans le cas précédent. Cherchons l'expreſſion de l'effet. Conſervant les mêmes dénominations, & nommant de plus R le rayon de la roue, & r celui du tambour, nous aurons l'impulſion ſur l'aîle $= K\lambda . \overline{v-u}^2$. Afin que cette force faſſe équilibre au poids π, il faut que leurs moments ſoient égaux, ou que $\pi\, r = K\lambda . \overline{v-u}^2 . R$; ce qui donne $\pi = K\lambda . \overline{v-u}^2 . \frac{R}{r}$.

La vîteſſe qui reſte au courant après le choc, ou, ſi l'on veut, la viteſſe aux aîles de la roue $= u$. Donc puiſque la roue & le tambour font leurs révolutions en même temps, les vîteſſes à leurs circonférences ſeront comme leurs rayons. Ainſi la vîteſſe du poids π ſera le quatrieme terme de cette proportion : $R : r :: u : \frac{ru}{R}$.

Multiplions l'expreſſion du poids π par celle de ſa vîteſſe ; & nous aurons celle de l'effet qui ſera $= K\lambda . \overline{v-u}^2 . \frac{R}{r} . \frac{ru}{R} = K\lambda . \overline{v-u}^2 . u$.

Exprimons par des lettres majuſcules les grandeurs variables employées au n. précédent, & donnons telles dénominations que nous voudrons aux rayons d'une autre roue & de ſon tambour ; nous trouverons pour l'expreſſion de l'effet correſpondant $K\Lambda . \overline{V-U}^2 . U$. Ainſi le premier eſt au ſecond $:: \lambda \times \overline{v-u}^2 \times u : \Lambda \times \overline{V-U}^2 \times U$; c'eſt-à-dire que *les effets ſont en raiſon*

composée des surfaces choquées, de leurs vîtesses, & des quarrés des vîtesses relatives.

64. Supposons à présent trois roues (*fig.* 11) dont les rayons soient respectivement R, R′ & R″. Les deux premieres portent des hérissons dont les dents engrenent les fuseaux des lanternes des deux dernieres. La premiere est à aubes, & la derniere porte un tambour autour duquel se roule la corde à laquelle est suspendu le poids π. L'impulsion sur les aîles de la premiere sera $= K\lambda . \overline{v - u}^2$; par conséquent pour qu'elle soit en équilibre avec le poids π, il faut que l'on ait $\pi r r' r'' = K\lambda . \overline{v - u}^2 . RR'R''$; d'où l'on tire $\pi = K\lambda . \overline{v - u}^2 . \frac{RR'R''}{rr'r''}$. Cherchons la vîtesse de ce poids ou celle de la circonférence du tambour. Suivant ce que nous avons remarqué (63), la vîtesse des dents du premier hérisson sera $= \frac{ru}{R}$; ce sera aussi celle des fuseaux de la premiere lanterne, &, par la même raison, la vîtesse des dents du second hérisson sera $\frac{ru}{R} \times \frac{r'}{R'}$. Cette vîtesse sera aussi celle des fuseaux de la seconde lanterne. Donc celle de la circonférence du tambour, ou celle du poids, sera $= \frac{ru}{R} \times \frac{r'}{R'} \times \frac{r''}{R''}$. Fig. 11.

Multiplions, ainsi que nous avons fait (63), l'expression du poids π par celle de sa vîtesse; & nous aurons pour expression de l'effet la quantité $K\lambda . \overline{v - u}^2 . \frac{RR'R''}{rr'r''} . \frac{urr'r''}{RR'R''} = K\lambda . \overline{v - u}^2 . u$.

Donnons encore les dénominations que nous voudrons aux rayons d'un autre pareil engrénage quelconque, & conservons celles que nous avons employées au n. 63, nous trouverons pour l'expression de l'effet qui leur répondra, la quantité $K\Lambda . \overline{V - U}^2 \times U$.

Comparons ces deux effets; & nous trouverons qu'ils sont encore $:: \lambda \times \overline{v - u}^2 \times u : \Lambda \times \overline{V - U}^2 \times U$; c'est-à-dire dans le même rapport qu'aux n. précédents.

65. Puisque les rayons des machines n'entrent pour rien dans l'expression des effets produits par des courants, nous conclurons généralement que *si un courant agit sur une machine quelconque, simple ou composée, l'effet sera toujours en raison composée de la surface choquée, du quarré de la vîtesse relative & de la vîtesse du courant après le choc, ou de celle de sa machine, & que sa valeur doit se déterminer ainsi que nous avons vu* (62), *c'est-à-dire de la même maniere que si l'on n'employoit aucune machine.* Cette conclusion ne paroîtra surprenante qu'à ceux qui ignorent que les machines, quelles qu'elles soient, ne font autre chose que modifier les effets, sans les augmenter ni les diminuer.

Pour le plus grand effet la vîtesse de la surface choquée doit être les $\frac{1}{3}$ de celle du courant.

66. De ce que l'effet produit par un courant est comme la surface choquée multipliée par le quarré de la vîtesse relative & par la vîtesse résidue, il s'ensuit que si la surface choquée est constante, ainsi que cela est dans le même courant, l'effet sera seulement comme le quarré de la vîtesse respective multiplié par la vîtesse du courant après le choc, ou par celle de la surface choquée; c'est-à-dire comme $\overline{v-u}^{2} \times u$, en conservant les dénominations du n. 62; par conséquent il subira les mêmes variations que le produit de ces deux grandeurs, & il deviendra le plus grand ou le moindre possible, lorsque ce produit sera un *maximum* ou un *minimum.* Supposons donc v constante & u variable, & faisons sa différentielle $\overline{v-u}^{2} . du - 2u\,du . \overline{v-u} = 0$; nous aurons $u = \frac{1}{3} v$; c'est-à-dire que *quand la surface choquée se meut parallèlement à elle-même, pour le plus grand effet sa vîtesse doit être le tiers de celle du courant.*

Mais, dans la pratique, les surfaces choquées sont les aîles des roues qui n'ont qu'un mouvement de rotation autour du centre; par conséquent elles ne doivent pas avoir une pareille vîtesse pour le plus grand effet, ainsi que les expériences le démontrent. Car M. l'Abbé Bossut a trouvé que cette vîtesse, au lieu d'être le tiers de la vîtesse absolue du courant, doit en être les $\frac{2}{5}$ (Hydrod.

n. 808). C'eſt donc ce dernier rapport qu'il faut adopter, & non pas celui que donne le calcul précédent.

Expreſſion générale de l'effet produit par l'action directe d'un fluide.

67. Suppoſons encore, ainſi que nous avons fait au n. 47, que l'on ait $v-u : u :: s' : s$; nous aurons $u = \frac{sv}{s'+s}$, & $v-u = \frac{s'v}{s'+s}$. Ainſi dans l'expreſſion $K\lambda . \overline{v-u}^2 . u$ du n. 62, qui repréſente un effet quelconque, ſubſtituons les valeurs de $v-u$ & de u, & nous aurons $K\lambda . \frac{s'^2 s}{\overline{s'+s}^3} . v^3$ pour l'expreſſion générale de l'effet qu'un courant produit en choquant directement une ſurface $= \lambda$. Quand il s'agira du plus grand effet, on ſuppoſera $s = 2$, & $s' = 3$, conformément au réſultat donné par l'expérience; & ſi l'on vouloit ſavoir celui qui répond au *maximum* donné par la théorie, on feroit $s = 1$ & $s' = 2$.

Comparaiſon des effets produits par différentes actions directes des fluides.

68. Si nous employons les mêmes caracteres majuſcules, nous trouverons que l'effet produit par un autre courant dont la vîteſſe eſt $= V$, ſera exprimé par la quantité $K\Lambda . \frac{S'^2 S}{\overline{S'+S}^3} . V^3$. En comparant cette expreſſion avec celle du n. précédent, nous trouverons tout de ſuite les rapports des effets produits dans tous les cas, quelles que ſoient les ſurfaces choquées, leurs vîteſſes & celles des courants.

69. Suppoſons que les ſurfaces choquées ſoient égales & placées ſur le même courant. On aura $\lambda = \Lambda$, & $v = V$; & par conſéquent le premier effet ſera au ſecond :: $\frac{s'^2 s}{\overline{s'+s}^3} : \frac{S'^2 S}{\overline{S'+S}^3}$. Ce rapport peut ſervir à faire connoître l'effet que produiroit une machine dont la vîteſſe eſt trop grande ou trop petite, ſi elle étoit rectifiée, ou qu'elle reçût une vîteſſe convenable.

Comparaiſon des plus grands effets ſelon la théorie & ſelon la pratique.

Ce même rapport peut auſſi faire connoître celui des plus grands effets, ſelon la théorie & ſelon la pratique. Suppoſons pour cela que le premier terme réponde au plus grand effet ſelon la théorie, & le ſecond au plus grand effet ſelon la pratique. Suivant ce que nous avons dit (67), on aura $s = 2$,

$s = 1$, $S' = 3$, $S = 2$. Après avoir substitué, on trouvera que *le plus grand effet selon la théorie est au plus grand effet selon l'expérience* :: 250 : 243.

Rapport de la section à la vitesse du courant pour le plus grand effet.

70. Si les deux courants produisoient l'un & l'autre le plus grand & le même effet, nous aurions $\lambda v^3 = \Lambda V^3$; d'où nous tirerions la proportion $\lambda : \Lambda :: V^3 : v^3$; c'est-à-dire que *les sections des courants sont réciproquement comme les cubes des vîtesses, lorsqu'ils produisent les plus grands effets & des effets égaux.*

Degrés de vîtesse imprimés à une même colonne d'eau selon la théorie & selon la pratique.

71. Nommons h la hauteur due à la vitesse v. Nous avons vu (43) que l'on aura $v^2 = \frac{2h \,.\, 70}{K}$. Substituons cette valeur dans la formule du n. 67, & elle deviendra $\frac{s'^2 s}{(s'+s)^2} \times v\lambda \,.\, 2h \,.\, 70$.

Supposons qu'elle exprime encore le plus grand effet selon la théorie; on aura $\frac{8}{27} v \times \lambda h \,.\, 70$. Mais $\lambda h \,.\, 70$ exprime le poids d'une colonne d'eau dont la base est la surface choquée λ, & la hauteur la même que la hauteur h due à la vîtesse v. Donc *le plus grand effet que pourroit produire un courant selon la théorie, seroit d'imprimer les $\frac{8}{27}$ de la vîtesse à une colonne d'eau dont la base est égale à la section, & dont la hauteur est due à sa vîtesse absolue.*

Si cette formule exprimoit le plus grand effet selon la pratique, elle se réduiroit à $\frac{36}{125} v \,.\, \lambda h \,.\, 70$. D'où l'on concluroit que *dans la pratique le plus grand effet d'un courant seroit d'imprimer les $\frac{36}{125}$ de sa vîtesse absolue à la masse précédente.*

Comparaison générale des effets exprimés par la dépense & par la chute.

72. Dans la formule $\frac{s'^2 s}{(s'+s)^2} \,.\, v\lambda \,.\, 2h \,.\, 70$, le facteur $v\lambda$ exprime la dépense du courant évaluée en pieds cubes (11). Nommons m cette dépense, &, après la substitution, la formule deviendra $\frac{s'^2 s}{(s'+s)^2} \,.\, 140\, h\, m$. Nommons pareillement M la dépense du courant du n. 68, & H la hauteur due à sa vîtesse V.

L'expression

L'expreſſion de ſon effet deviendra $\frac{S'^{2}S}{S'+S}$. 140 H M. D'où nous concluons que l'effet du premier courant eſt à celui du ſecond : : $\frac{s'^{2}s}{s'+s}$. hm : $\frac{S'^{2}S}{S'+S}$. H M.

73. Suppoſons que l'un & l'autre de ces deux courants produiſe le plus grand effet. Nous aurons l'effet du premier, qui ſera par rapport à l'effet du ſecond : : hm : H M ; c'eſt-à-dire que *les plus grands effets de deux courants ſont en raiſon compoſée de leurs dépenſes & de leurs chûtes.*

Les plus grands effets ſont comme les dépenſes par les chutes des courants.

74. S'il s'agiſſoit du même courant, dans la proportion précédente on auroit $m = M$, & par conſéquent *les effets produits ſous différentes chûtes, proportionnels à ces mêmes chûtes.* Par où l'on voit que dans la conſtruction d'une machine hydraulique, pour produire le plus grand effet avec une quantité d'eau donnée, il faut ſe procurer la plus grande chûte poſſible.

Conſéquences qui en réſultent.

75. Si les deux courants produiſoient le plus grand & le même effet, on auroit $hm = HM$; d'où l'on tireroit $m : M :: H : h$, proportion qui nous fait voir que *pour produire le plus grand & le même effet, les dépenſes des courants doivent être en raiſon inverſe des chûtes.*

76. Plus la durée de l'action de l'eau ſera grande, plus auſſi l'effet ſera grand. Nommons donc t & T les temps de ces durées relativement aux deux formules du n. 72 ; nous aurons le plus grand effet produit par le premier courant, qui ſera au plus grand effet produit par le ſecond : : hmt : HMT ; c'eſt-à-dire qu'*en général les plus grands effets produits par divers courants ſont en raiſon compoſée de la dépenſe, de la chûte & de la durée de leur action.*

Rapport des plus grands effets produits en différents temps par différents courants.

77. Dans la formule du n. 67, ſubſtituons ſeulement m à λv, & elle deviendra K . $\frac{s'^{2}s}{s'+s}$. mv^{2}. Par une ſemblable ſubſtitution la formule du n. 68 deviendra K . $\frac{S'^{2}S}{S'+S}$. M V². D'où nous

Les plus grands effets ſont auſſi comme les dépenſes par les quarrés des viteſſes.

pourrons conclure que le plus grand effet du premier courant eſt au plus grand effet du ſecond : : $mv^2 : MV^2$; & ſi $m = M$, ces deux effets ſeront entre eux : : $v^2 : V^2$. C'eſt-a dire que *les plus grands effets de deux courants ſont en raiſon compoſée des dépenſes & des quarrés des vîteſſes ; & s'il s'agit d'un même courant animé ſucceſſivement de différentes vîteſſes, que les plus grands effets produits ſous ces vîteſſes ſont comme les quarrés de ces mêmes vîteſſes.*

Regle générale pour trouver l'effet produit par une impulſion oblique.

78. Nous avons vu (49) que ſi une ſurface DE (*fig.* 7) ſe mouvoit dans la direction & avec la viteſſe AF, & que le courant la choquât dans la direction & avec la viteſſe AG, le choc étoit le même que ſi la ſurface & le fluide ſe mouvoient ſelon une direction perpendiculaire à DE, & avec des vîteſſes repréſentées reſpectivement par les perpendiculaires FM & GN ; & (54) repréſentant cette impulſion par la perpendiculaire AQ, nous avons trouvé que l'effort ſelon AF étoit $= p' . AQ$. Donc puiſque l'effet eſt produit ſelon la perpendiculaire, ſa viteſſe ne ſera pas AF, mais FM, c'eſt-à-dire la partie de AF qui eſt dans la direction ſelon laquelle l'effet eſt produit. Par conſéquent (61) cet effet ſera $= p' . FM . AQ = K\lambda p' . p'u(\overline{pq'} + \overline{p'q} . \overline{v} - p'u)^2 = K\lambda . p' . FM \times (GN - FM)^2$. Qu'on emploie tant de roues qu'on voudra, par les procédés des n. 62-64 on trouvera conſtamment le même réſultat, & l'effet produit ſera toujours en raiſon compoſée de la ſurface DE, du ſinus de l'angle EAF, de FM & du quarré de ſa différence avec GN ; ce qu'on peut exprimer ainſi généralement : *Décompoſez la vîteſſe abſolue du courant & celle de la ſurface choquée chacune en deux autres, dont l'une ſoit parallele, & l'autre perpendiculaire à la ſurface ; enſuite ſuppoſez que la ſurface ſe meuve parallèlement à elle-même, & qu'elle n'ait, ainſi que le courant, d'autre vîteſſe que la vîteſſe perpendiculaire, ni d'autre mouvement que ſelon cette même perpendiculaire ; l'effet ſera en raiſon compoſée de la ſurface, du*

finus de l'angle qu'elle forme avec fa vraie direction, de fa vîteffe perpendiculaire & du quarré de la différence de cette vîteffe avec la vîteffe perpendiculaire du courant.

79. Cherchons la vîteffe la plus avantageufe à cette furface. Puifque l'effet eft produit de la même façon que dans l'impulfion directe, pour trouver cette vîteffe, nous pourrions nous difpenfer d'avoir recours au calcul ; car il eft clair que felon la théorie on doit avoir $FM = \frac{1}{3} GN$. Cependant, pour nous en convaincre, égalons à un *maximum* la quantité $K\lambda p' p' u (\overline{pq'} + \overline{p'q} \cdot v - p'u)^2$ en regardant u comme variable ; nous aurons $du(\overline{pq'} + \overline{p'q} \cdot v - p'u)^2 - 2p'u\,du \times (\overline{pq'} + \overline{p'q} \cdot v - p'u) = 0$; ce qui donne $p'u = \frac{1}{3} \cdot \overline{pq'} + \overline{p'q} \cdot v$, ou $FM = \frac{1}{3} GN$, & par conféquent $u = \frac{1}{3} v \cdot \frac{pq' + p'q}{p'}$. Mais il eft naturel de croire que la furface choquée, étant l'aîle d'une roue, & l'impulfion fe rapportant au choc direct, dans la pratique on doit avoir $FM = \frac{2}{5} GN$, ou $p'u = \frac{2}{5} v \cdot \overline{pq'} + \overline{p'q}$; d'où l'on tire $u = \frac{2}{5} v \times \frac{pq' + p'q}{p'}$. C'eft la vraie expreffion de la vîteffe de la furface pour le plus grand effet.

Expreffion de la vîteffe du plan choqué obliquement pour le plus grand effet. FIG. 7.

80. Suppofons que l'on ait $GP : FM :: s' : s$, ou $GN : FM :: s' + s : s$. Nous aurons $FM = \frac{s}{s' + s} \cdot GN$, ou $p'u = \frac{s}{s' + s} \cdot v \cdot \overline{pq'} + \overline{p'q}$; ce qui donne, par la fubftitution dans la formule du n. 78, $K\lambda \frac{s'^2 s}{\overline{s' + s}^3} \cdot p' \cdot \overline{pq'} + \overline{p'q}^3 \cdot v^3$ pour l'expreffion de l'effet produit par l'impulfion d'un courant fur une furface λ inclinée à fa direction ; & cet effet fera le plus grand poffible felon la théorie, lorfqu'on fera $s' = 2$, & $s = 1$; & felon la pratique, quand on fuppofera $s' = 3$, & $S = 2$.

Expreffion générale de l'effet produit par l'impulfion oblique. FIG. 7.

81. Menons TX perpenciculaire à AB, & par les points D & E les lignes DX, ET paralleles à AB. Nous aurons $1 : \mathit{fin.}\, AET :: AE : AT :: DE : TX$. Donc $TX = DE \times$

Autre expreffion du même effet. FIG. 7.

fin. AET. Mais AET = EAG = BAD, & par conféquent *fin.* AET $= pq' + p'q$. Nommons TX, λ'; & nous aurons $\lambda' = \lambda . \overline{pq' + p'q}$, & $\lambda = \frac{\lambda'}{pq'+p'q}$. Subftituons cette valeur dans la formule précédente, & elle deviendra $K\lambda' . \frac{s'^2 s}{s'+s} . p' . \overline{pq' + p'q}^2 . v^3$.

Rapport des plus grands effets produits par des impulfions obliques.

82. Nommons h la hauteur due à la vîteffe v, & m la dépenfe du courant. (43) Nous aurons $v^2 = \frac{2h.70}{K}$, & (11) $\lambda' v = m$. Subftituons ces expreffions dans la formule précédente, & elle deviendra $140 . \frac{s'^2 s}{s'+s} . p' . \overline{pq' + p'q}^2 . hm = 140 \times \frac{s'^2 s}{s'+s} \times$ *fin.* EAF × *fin.* BAD × hm. Mais lorfqu'il s'agit du plus grand effet, la quantité $140 . \frac{s'^2 s}{s'+s}$, eft conftante. Donc *dans les chocs obliques des furfaces dont la direction du mouvement eft différente de celle du courant, les plus grands effets font entre eux en raifon compofée de la dépenfe, de la chûte, du quarré du finus de l'angle d'incidence, & du finus de celui d'inclinaifon de la furface fur la direction de fon mouvement.*

Rapport d'un effet oblique à un effet direct.

83. Comparons cette formule avec la feconde du n. 72, & nous aurons : *l'effet produit par le choc oblique eft à l'effet produit par le choc direct* : : $\frac{s'^2 s}{s'+s} \times p' \times \overline{pq' + p'q}^2 \times hm : \frac{S'^2 S}{S'+S} \times HM$.

Dans les roues horifontales, le courfier doit être horifontal, & les ailes doivent être verticales. Fig. 7.

84. L'expreffion du plus grand effet $140 \times \frac{s'^2 s}{s'+s} \times$ *fin.* EAF × *fin.* BAD × hm nous donne le moyen de trouver tout de fuite la pofition la plus avantageufe du courfier & de la furface choquée. Car la quantité $140 . \frac{s'^2 s}{s'+s} . hm$ étant conftante, pour rendre l'effet le plus grand poffible, il faut que les facteurs reftants *fin.* EAF & *fin.* BAD deviennent les plus grands poffibles ; ce qui arrivera lorfque EAF fera = 90^d,

ainſi que BAD ou BAE. On aura donc alors BAE = EAF. Mais dans les roues la ligne AF eſt horiſontale. Donc la *ſurface DE doit être verticale & la direction AB du courant horiſontale.*

La choſe eſt d'ailleurs évidente. Car pour qu'un courant agiſſe ſur une roue avec le plus d'énergie, il faut qu'il exerce ſon action dans le plan même de la roue, & que cette action ne ſouffre point de décompoſition. Or il eſt clair que dans les roues horiſontales il n'y a que la direction horiſontale du courant & la poſition verticale des aîles qui ſatisfaſſent à ces deux conditions. Cependant nous ne devons pas abuſer de la théorie, mais la modifier par l'expérience. Nous verrons dans la ſuite que pour produire le plus grand effet les aîles ont beſoin d'être un peu inclinées.

85. Lorſque nous avons introduit la hauteur due h dans les formules précédentes, nous avons employé la premiere formule du n. 43, laquelle ſe rapporre aux fluides définis; par conſéquent la valeur des effets calculés ſe rapporre pareillement aux fluides définis. Si l'on vouloit les rapporter aux fluides indéfinis, cette valeur ſeroit deux fois moindre (38). Quant aux formules qui n'expriment que des rapports, elles doivent être priſes ſans reſtriction. Remarque.

86. Juſqu'ici nous n'avons fait entrer dans nos rapports que la chûte naturelle & dégagée de tout frottement. Mais nous avons vu (20) que dans la pratique la gravité étoit moindre, & par conſéquent les chûtes que nous avons employées ſont moindres que les chûtes effectives. Conſtruiſons la parabole ARQ (*fig.* 4.) dont le parametre = 60 pieds. Ses ordonnées exprimeront les différenres vîteſſes de l'eau aux points correſpondants, en faiſant abſtraction des frottements; & ſuivant ce que nous avons dit (21) les vîteſſes effectives ſeront repréſentées par celles de la parabole ADE dont le parametre = 2P = 2pB (25). Ainſi lorſque l'eau ſera arrivée en K, s'il n'y avoit point de frottement, ſa

La chûte naturelle & la chûte effective ſont dans un rapport conſtant.

Fig. 4.

viteſſe ſeroit $= CQ$, & avec le frottement elle ſera ſeulement $= CE$. Menons parallèlement à AC la ligne ER qui coupe la parabole extérieure en R, & par ce point l'ordonnée RF : elle ſera $= CE$, & par conſéquent la hauteur naturelle due à CE n'eſt pas AC, mais AF. Nous avons $\overline{CE}^2 = 2P'.AC = 2pB.AC$, & $\overline{FR}^2 = 2p.AF$. Donc $2pB.AC = 2p.AF$, ou $B.AC = AF$; d'où nous tirons $AC : AF :: 1 : B$. Or (23) B eſt conſtante & $= \frac{8}{9}$. Donc la chûte effective & la chûte naturelle ſont dans un rapport conſtant, & par conſéquent les rapports mentionnés depuis le n. 72, & dans leſquels entrent les chûtes naturelles, auront également lieu rélativement aux chûtes effectives.

87. Nommons h' la chûte effective AC correſpondante à la chûte naturelle $AF = h$. Puiſque (86) $AF = B.AC$, nous aurons $h = Bh'$. Si nous ſubſtituons cette valeur dans les formules mentionnées depuis le n. 72, elles exprimeront des réſultats rapportés aux chûtes effectives. Subſtituons-la dans les formules du n. 43, & nous aurons $v^2 = \frac{140\,Bh'}{K}$ ou $v^2 = \frac{70\,Bh'}{K}$, ſelon que le fluide ſera défini ou indéfini.

Le choc doit ſe faire au point le plus bas & ſelon l'horiſontale.

88. *Pour produire le plus grand effet le choc ſur les aîles d'une roue doit ſe faire au point le plus bas & ſelon l'horiſontale.*

Nous avons vu (74) qu'on devoit ſe procurer la plus grande chûte poſſible. Donc 1°. le choc doit ſe faire au point le plus bas. 2°. Il doit auſſi ſe faire ſelon l'horiſontale. Nous l'avons démontré pour les roues horiſontales (84). Quant aux roues verticales, on verra aiſément que la théorie indiquant le choc perpendiculaire pour le plus avantageux, l'aube qui répond au point le plus bas ſe trouvant verticale, exige que le courant ſoit horiſontal. Donc dans tous les cas il doit avoir cette direction.

Il eſt bon de remarquer que quoique l'expérience faſſe voir qu'il eſt avantageux d'incliner un peu les aîles des roues, cela

ne prouve rien contre la direction horisontale du courant. Nous avons enseigné (22) la maniere de lui donner cette direction sans altérer sa vîtesse.

89. *Soit le bassin A A′ C C constamment entretenu plein. Si l'on en dérive la même quantité d'eau par deux coursiers A B & F Q′, dont le premier parte de la surface même A A′, & le second d'un point F pris à une certaine profondeur, l'eau arrivée à l'horisontale C Q produira un plus grand effet par A B que par F Q′.* Le coursier doit partir du plus haut point possible. FIG. 4.

Nous avons fait voir (26) que l'eau arrivée à l'horisontale C Q auroit plus de vîtesse par A B que par F Q′. Mais (77) lorsque la dépense est la même, les plus grands effets sont comme les quarrés des vitesses sous lesquelles ils sont produits. Donc l'effet sera plus grand par A B que par F Q′.

90. L'on voit par la proposition précédente qu'on est dans l'erreur en plusieurs pays où l'on a coutume de construire un bassin à l'endroit même de la chûte, & d'en dériver les eaux près du fond, sans faire attention aux effets de la contraction (6). Si l'on renonçoit à ces bassins, & qu'on dérivât simplement les eaux du haut de la chûte par un coursier, l'on augmenteroit l'effet de la machine en même temps qu'on diminueroit les frais de construction. Erreur qui regne en plusieurs endroits.

91. Il y a des constructeurs qui font la plupart des machines d'une même espece à-peu-près de même grandeur sans avoir égard à la quantité d'eau & à la chûte dont on a à disposer; & il arrive assez souvent que l'une & l'autre sont telles qu'on pourroit imprimer un mouvement continu à une moindre machine par le moyen de laquelle on produiroit le plus grand effet, tandis qu'on préfere d'en employer une plus grande & de la mouvoir par le moyen d'une écluse. Examinons lequel de ces deux partis est le plus avantageux. On doit éviter autant qu'on le pourra, d'employer des écluses.

Nommons m la dépense de la source dans une seconde, & h sa chûte. Construisons un bassin qui se remplisse dans un temps $= t$, & qui se vuide dans un temps $=$ T. Nous avons démon-

tré (76) que les plus grands effets sont en raison composée des chûtes, des dépenses & des temps. Supposons que quand le bassin se désemplira, la vîtesse, & par conséquent la chûte, soit constante & $= h$, & que dans une seconde sa dépense soit alors $=$ M. Nous aurons : l'effet produit d'un mouvement continu est à l'effet produit d'un mouvement interrompu : : $m \times \overline{T + t}$: M T. Nommons m' la dépense de la source pendant le temps $T + t$, & M' celle de l'écluse pendant le temps T. Il est clair que nous aurons $m' = m \times \overline{T + t}$, & $M' = MT$. Mais la dépense de la source pendant le temps $T + t$ est égale à celle de l'écluse pendant le temps T, ou $m' = M'$. Donc aussi $m \times \overline{T + t} = MT$, & par conséquent les deux effets énoncés dans la proportion précédente seroient dans un rapport d'égalité. Or dans les écluses, 1°. la chûte, loin d'être constante, diminue à chaque instant, ainsi que la vitesse; 2°. elle est moindre que h dès le commencement du mouvement, à cause de la contraction (6) ainsi que nous verrons ailleurs; 3°. la machine ne produira qu'un instant le plus grand effet. Donc le second effet sera moindre que le premier, & par conséquent on ne doit employer des écluses que quand la dépense & la chûte ne pourront pas suffire pour mouvoir la moindre machine. Dans la troisieme Section nous examinerons la construction la plus avantageuse des écluses.



SECTION

SECTION II.

De l'action de l'eau sur les aîles des roues ; de la construction des roues & du calcul des machines.

92. DANS la Section précédente nous avons supposé que l'action de l'eau ne s'exerçoit que sur une surface plane qui se mouvoit parallélement à elle-même, & que tous les filets avoient une vîtesse commune. Mais quand on applique cette action au mouvement des machines, ce n'est pas ainsi qu'elle s'exerce. L'eau agit alors sur les aîles d'une roue : ces aîles sont ordinairement choquées plusieurs à la fois, & leur mouvement est un mouvement circulaire dont le centre est le même que celui de la roue. D'ailleurs les filets inférieurs ont plus de vîtesse que les supérieurs. Ainsi cette action est beaucoup plus compliquée que celle dont nous avons traité. Suivons-la de près, & tâchons de la rapporter à la premiere.

Comparaison des moments des impulsions directes & obliques sur la surface des aubes. Fig. 12.

93. Cherchons d'abord le rapport du moment de l'impulsion sur l'élément Mm (*fig.* 12.) d'une aîle oblique NH à celui de l'impulsion sur l'élément correspondant Ff de l'aîle perpendiculaire AL. Soit le sinus total $= 1$; *cos.* $HCL = b$; $CM = x$; $Mm = dx$; la vîtesse absolue du fluide ou $Mp = v$, & celle de la roue en M ou $MN = u$. Nous aurons : $1 : b :: CM : CF = bx$; $Ff = bdx$, & la vîtesse du point $F = \frac{bu}{1} = bu$.

Menons np & construisons le parallélogramme $Mnpq$; Mq sera la vîtesse avec laquelle l'impulsion se fera sur Mm. (44) Cette impulsion sera $= K \times Mm \times \overline{Mq}^2 \times \overline{\text{sin. } rMq}^2$, & son moment $= K \times CM \times Mm \times \overline{Mq}^2 \times \overline{\text{sin. } rMq}^2$. La ligne Mn exprimant la vîtesse du point M, est perpendiculaire à CM. Il en est de même de sa parallele pq, & par conséquent l'angle en r,

formé par son prolongement, sera droit. Dans le triangle rMq nous aurons : $Mq : qr :: 1 : \text{sin.}\, rMq = \frac{qr}{Mq}$, & $\overline{\text{sin.}\, rMq}^2 = \frac{\overline{qr}^2}{\overline{Mq}^2}$. Substituant cette expression, le moment d'impulsion sur Mm deviendra $= K \times CM \times Mm \times \overline{qr}^2$. Il ne reste plus qu'à trouver l'expression de qr. Dans le triangle rMp on a l'angle $Mpr = HCL$. Donc nous aurons la ptoportion : $1 : b :: Mp = v : pr = bv$. Mais $pq = Mn = u$. Donc $qr = bv - u$, & $\overline{qr}^2 = \overline{bv - u}^2$. Substituons les valeurs algébriques dans l'expression du moment, & nous aurons $K\,x\,dx \,.\, \overline{bv - u}^2$ pour le moment de l'impulsion sur l'élément oblique Mm.

L'impulsion sur Ff sera $= K \,.\, Ff \,.\, \overline{v - bu}^2$, & son moment $= K \,.\, Ff \,.\, CF \,.\, \overline{v - bu}^2$, ou (en substituant au lieu des lignes leurs valeurs) $= K\,b^2 x\,dx \,.\, \overline{v - bu}^2$.

Comparons ces deux moments, & nous aurons : *le moment d'impulsion sur $M\,m$ est au moment d'impulsion sur Ff ::* $K\,x\,dx\,(bv - u)^2 : K\,b^2\,x\,dx\,(v - bu)^2 :: (bv - u)^2 : b^2 \times (v - bu)^2 :: \left(v - \frac{u}{b}\right)^2 : (v - bu)^2$.

Pour mieux sentir la relation de ces deux grandeurs, il faut remarquer que quand le mouvement est arrivé à l'uniformité, la quantité u est toujours une partie déterminée de v. Faisons donc $u = mv$, & substituons ; nous aurons : *le premier moment est au second ::* $\left(v - \frac{mv}{b}\right)^2 : (v - bmv)^2 :: \left(1 - \frac{m}{b}\right)^2 : (1 - bm)^2$. Mais b ne peut être qu'une fraction. Donc $\frac{m}{b}$ sera $> bm$; & par conséquent, pourvu que m ait une valeur réelle, on aura $\left(1 - \frac{m}{b}\right)^2 < (1 - bm)^2$; c'est-à-dire que *le moment de l'impulsion oblique sur les aîles d'une roue en mouvement sera moindre que celui de l'impulsion perpendiculaire correspondante.* On peut voir la même vérité démontrée dans l'Hydr. de M. Bossut, n. 771.

Impulſion ſur les ailes d'une roue en repos.

94. Retranchons le premier terme du ſecond dans la proportion précédenre, & égalons le reſte à y; nous aurons l'équation $y = \frac{m}{b} . \overline{b^2 - 1} . (m . \overline{b + \frac{1}{b}} - 2)$. L'impulſion ſur la plupart des aîles étant oblique, pour obtenir le plus grand effet, il faut que la quantité y ſoit ou zéro, ou la moindre poſſible. Elle deviendra zéro lorſqu'on fera $m = 0$, ce qui donne $u = 0$. Donc *l'impulſion ſera la plus avantageuſe lorſque la roue ſera en repos.* Voyez l'Hydr. de M. Boſſut, n. 772.

Impulſion ſur les ailes d'une roue dont le mouvement eſt très lent.

95. Si au lieu de faire $m = 0$ nous ſuppoſons cette grandeur extrêmement petite, la différence y ſera auſſi très petite, & nous pourrons conclure que *l'impulſion ſera d'autant plus avantageuſe que la roue tournera plus lentement.* Mais d'après les principes établis par la théorie & par l'expérience, la viteſſe de la roue doit avoir un tappott déterminé avec celle du fluide (*66*), & la quantité m ne peut être ni zéro ni extrêmement petite. Donc on ne peut retirer aucun profit de ces deux remarques.

Impulſion ſur un arc infiniment petit.

96. Au lieu de ſuppoſer $m = 0$, ſuppoſons $b^2 - 1 = 0$: nous aurons encore $y = 0$. Or de l'équation $b^2 - 1 = 0$ on tire $b = 1$. Ainſi *la différence des moments s'évanouira lorſque l'arc plongé dans l'eau ſera infiniment petit.*

L'arc de la roue plongé dans l'eau doit être du moindre nombre poſſible de degrés.

97. Si nous faiſons $b < 1$, la différence des moments repatoîtra, mais elle ſera d'autant moindre que b ſera plus grande ou s'approchera davantage de l'unité. Donc *l'impulſion ſera d'autant plus avantageuſe, que l'arc plongé dans l'eau ſera d'un moindre nombre de degrés.*

Valeur de l'impulſion ſur toutes les ailes choquées.

98. Nous avons vu (40. 3°.) que dans la pratique l'impulſion oblique ſurpaſſoit le réſultat que donnoit la théorie. Ainſi lorſque la différence des moments donnée par l'équation $y = \frac{m}{b} . \overline{b^2 - 1} . (m . \overline{b + \frac{1}{b}} - 2)$ ſera petite, on doit dans la pratique la regarder comme nulle. Mais, ſelon ce que nous venons de voit (97), la différence des moments donnée par l'équation eſt d'au-

tant plus petite, que l'arc plongé eſt d'un moindre nombre de degrés. Donc nous conclurons que *quand le nombre de degrés de l'arc plongé eſt peu conſidérable, on peut regarder l'impulſion ſur toutes les aîles comme la même que celle qui auroit lieu ſur la partie plongée de l'aîle perpendiculaire.*

Hauteur des aîles par rapport au rayon extérieur ou intérieur de la roue.

99. La concluſion que nous venons de déduire eſt fondée, comme l'on voit, ſur la ſuppoſition que la valeur de b approche de l'unité. Mais quelle doit être ſa valeur extrême au-delà de laquelle l'égalité des moments n'aura plus lieu ? C'eſt ſur quoi il faudroit conſulter l'expérience. En attendant qu'elle ait réſolu la queſtion, je crois que, ſans craindre de trop avancer, on peut dire que b ne doit jamais être $< 0,75$. Il pourra ſe faire que ſous cette valeur le calcul fondé ſur la concluſion précédente donne un réſultat différent de celui de la pratique ; mais la différence ne peut pas être conſidérable. Ainſi, à la rigueur, la hauteur de l'aîle pourra être le quart du rayon extérieur ou le tiers du rayon intérieur. Cependant il faut remarquer qu'on ne doit donner une ſi petite valeur à b que quand on y eſt forcé par les circonſtances, & que cette valeur doit être dans tous les cas la plus grande poſſible. Cela aura lieu ſur-tout dans les roues verticales mues par un courant dont la vîteſſe eſt fort petite : car alors il pourroit arriver que l'aîle fût obligée de refouler l'eau, ainſi que nous avons déjà vu (59). Dans ces roues, lorſque la vîteſſe du courant eſt très petite, on peut aſſez généralement ſuppoſer que b ne doit pas être $< \frac{7}{8}$, & par conſéquent que la hauteur de l'aîle doit être tout au plus la huitieme partie du rayon extérieur, ou la ſeptieme du rayon intérieur.

Nous verrons dans la ſuite que les aîles des roues placées ailleurs que ſur des rivieres, doivent être plus grandes que nous ne les aſſignons ici, & qu'elles doivent déborder en tout ſens la ſection du courant au point d'impulſion ; par conſéquent ce que nous diſons ici des aîles doit s'entendre de cette même ſection conſidérée ſans *remoux*. Cependant nous continuerons de traiter les

choses de la même maniere jusqu'à ce que nous ayons démontré ce que nous venons d'annoncer.

Réflexions sur l'action d'un courant aux aîles d'une roue. Fig 13.

100. Puisque (93) l'impulsion perpendiculaire est la plus avantageuse, il semble qu'on doit adopter le systême de ceux qui veulent que l'intervalle d'une aube à l'autre soit la moitié de l'arc plongé dans l'eau. Pour ne laisser aucun doute sur une matiere aussi intéressante, examinons la roue dans ses différentes positions. Dans ce systême, lorsque l'aube GE (*fig.* 13) est perpendiculaire à la direction du courant dont je suppose le mouvement de D vers L, l'aube MD arrive seulement à la surface DL du même courant, & pour lors le moment est à plusieurs égards le plus grand possible. Mais cela n'a lieu qu'un seul instant, & bientôt le point E s'approchant du point B, GE deviendra oblique & laissera échapper à pure perte une partie du fluide en E. DM entrant dans l'eau la couvrira d'abord en partie, & ensuite en entier, lorsqu'elle aura pris la position PA telle que la verticale CE divise également l'angle ACB formé par deux aîles consécutives. Alors l'impulsion sera la plus désavantageuse : car elle se fera seulement sur $AH < GE$; elle se fera obliquement, & par conséquent (93) son moment sera moindre que celui de l'impulsion sur la partie correspondante GF; enfin le fluide qui passera par l'intervalle AQ s'écoulera à pure perte & sa quantité sera un *maximum*. Ainsi il y aura une différence entre les moments des impulsions dans ces deux positions; & le mouvement de la roue sera inégal, tantôt fort, tantôt foible, selon la position des ses aîles par rapport au courant. L'on voit au premier coup d'œil que cette inégalité & la différence des moments seront l'une & l'autre d'autant plus grandes que l'arc plongé sera d'un plus grand nombre de degrés. Or lorsque la résistance est variable, on doit la regarder comme constante & égale à son *maximum*. Donc aussi, par une raison semblable, lorsque la force motrice varie, il faut la supposer invariable & égale à son *minimum*. Par conséquent, dans le calcul qu'on fera, on prendra pour force

motrice l'impulſion ſur AH & non pas l'impulſion ſur GE. Et puiſque le moment de l'impulſion ſur AH eſt à tous égards moindre que celui de l'impulſion ſur GE, il s'enſuit que ce ſyſtême eſt déſavantageux & qu'on doit l'abandonner.

101. Il y a apparence que ce qui a fait prendre à bien des gens l'impulſion ſur GE pour la force motrice de la machine, c'eſt qu'on n'a pas fait attention à ce que nous venons de dire, que *quand la force motrice varie, il faut la ſuppoſer invariable & égale à ſon minimum.* En effet ſi l'on prend pour force motrice l'impulſion ſur GE & qu'on lui proportionne la réſiſtance & toutes les parties de la machine, il eſt évident que l'action du fluide ne produira l'effet calculé que pendant le ſeul inſtant où GE ſera perpendiculaire au courant. Cet inſtant paſſé l'impulſion ſera plus foible & la réſiſtance trop forte.

102. Si nous prenons pour force motrice l'impulſion ſur AH & qu'en conſéquence nous déterminions la valeur de la réſiſtance & celle des dimenſions des différentes parties de la machine pour la production du plus grand effet, ce plus grand effet n'aura lieu que pendant l'inſtant où l'aube aura pris la poſition AP. Dans les autres poſitions, l'impulſion étant plus forte, la roue tournera avec trop de vîteſſe, & l'action du courant ſur la machine ne ſera plus un *maximum.*

On doit donner aux roues le plus grand nombre d'aîles poſſible. Fig. 13.

103. L'on voit par-là qu'il eſt eſſentiel d'imprimer à la roue une vîteſſe uniforme, & pour cela de rendre la plus petite poſſible la différence des moments d'impulſion dans la poſition la plus avantageuſe de la roue & dans la plus déſavantageuſe. Or, ſans qu'on ait beſoin d'aucun calcul, on voit au premier abord que l'intervalle entre ces deux poſitions doit être un *minimum*, ou que l'angle ACB formé par deux aîles conſécutives doit être le plus petit poſſible, c'eſt-à-dire que le nombre d'aîles doit être le plus grand poſſible, ce qui eſt conforme à l'expérience (Hydr. n. 803). Donc dans la pratique on peut regarder comme une regle générale *de donner aux roues le plus grand nombre d'aî-*

les qu'elles pourront porter ſans s'affoiblir ou devenir trop lourdes.

M. Boſſut a démontré par le calcul (Hydr. notes du Chap. X) que quand la roue a pris une vîteſſe uniforme, le nombre d'aîles le plus avantageux eſt déterminé, & il donne au n. 778 la méthode de le trouver. Mais cette méthode ſemble trop pénible pour pouvoir l'employer commodément dans la pratique. D'ailleurs d'après l'expérience que j'ai citée, il paroît que ſi l'on ſe trompe en donnant aux roues le plus d'aîles qu'il eſt poſſible, l'erreur ſera tout-à-fait négligeable, & qu'en ſuivant ce principe il y a moins à perdre qu'à gagner.

Détermination de l'action d'un courant ſur une portion d'aube quelconque d'une roue verticale. FIG. 14.

104. Suppoſons une roue verticale mue par un courant dont il faut déterminer l'action : ſoit LN (*fig.* 14) la ſurface du fluide qui choque obliquement une portion d'aube EB. Il s'agit de trouver l'expreſſion du moment d'impulſion ſur la portion PB, en ſuppoſant que la vîteſſe des différents filets eſt exprimée par les ordonnées d'une parabole, ainſi que nous avons vu (10) que cela devoit être.

Que le ſinus total ſoit $= 1$; *coſ.* $BCA = b$, la largeur de l'aube $= q$; $CG = a$; $GH = f$; $GD = g$; $CA = c$; $GF = x$; $Ff = dx$; la vîteſſe de la roue en $A = u$; la hauteur due en $LN = h$; & la gravité $= p$. L'on aura $CF = a + x$; $CM = \overline{a+x} \cdot \frac{1}{b} = \frac{a+x}{b}$; $Mm = \frac{dx}{b}$; la vîteſſe de la roue en M, c'eſt-à-dire, $Mn = u \cdot \frac{a+x}{bc}$; & celle du fluide au même point, c'eſt-à-dire $Mp = \sqrt{2p \cdot \overline{h+x}}$.

Conſtruiſons le parallélogramme $Mnpq$. En raiſonnant, ainſi que nous avons fait au n. 93, nous trouverons le moment de l'impulſion ſur l'élément $Mm = Kq\,(Mm \cdot CM \cdot \overline{Mq}^2 \cdot \overline{\text{ſin.}\, rMq}^2) = Kq\,(Mm \cdot \overline{qr}^2 \cdot CM)$, (à cauſe que $\overline{\text{ſin.}\, rMq}^2 = \frac{\overline{qr}^2}{\overline{Mq}^2}$). Nous avons l'expreſſion de Mm & de CM. Quant à

celle de qr, elle eſt $= pr - Mn = b \times Mp - Mn = b\sqrt{2p.\overline{h+x}} - u.\frac{a+x}{bc}$. Subſtituons les valeurs de ces lignes, & nous aurons le moment de l'impulſion ſur $Mm = \frac{Kq}{b^2}.dx.\overline{a+x}\left(b\sqrt{2p.\overline{h+x}} - u.\frac{a+x}{bc}\right)^2$. Intégrons cette expreſſion, & nous aurons le moment de l'impulſion ſur $BP = \frac{Kq}{b^2}$

$$\Big\{2b^2p\left(ah.\overline{g-f} + \tfrac{1}{2}.\overline{a+h}.\overline{g^2-f^2} + \tfrac{1}{3}.\overline{g^3-f^3}\right) - \frac{4u\sqrt{2p}}{c}\Big[\tfrac{2}{3}a^2\left(\overline{h+g}^{\frac{3}{2}} - \overline{h+f}^{\frac{3}{2}}\right) + \tfrac{2}{5}a\left(\overline{g-\tfrac{2}{3}h}.\overline{h+g}^{\frac{3}{2}} - \overline{f-\tfrac{2}{3}h}.\overline{h+f}^{\frac{3}{2}}\right) + \tfrac{2}{7}\left(\overline{h+g}^{\frac{3}{2}}.\overline{\tfrac{8}{15}h^2 - \tfrac{4}{5}hg + g^2} - \overline{h+f}^{\frac{3}{2}} \times \overline{\tfrac{8}{15}h^2 - \tfrac{4}{5}hf + f^2}\right)\Big] + \frac{u^2}{b^2c^2}\left(a^3.\overline{g-f} + \tfrac{3}{2}a^2.\overline{g^2-f^2} + a.\overline{g^3-f^3} + \tfrac{1}{4}.\overline{g^4-f^4}\right)\Big\}.$$

Expreſſion générale de l'action ſur toutes les aîles choquées.
Fig. 14.

105. Nous avons dit (99) que la hauteur de l'aîle devoit toujours être la moindre poſſible, & (98) que pour lors le moment d'impulſion ſur toutes les aîles choquées étoit ſenſiblement le même que celui de l'impulſion ſur l'aube perpendiculaire : par conſéquent, pour avoir le moment de l'impulſion totale ſur les aîles choquées de la roue de la *fig.* 14, il faudra prendre celui de l'impulſion ſur l'aîle GA. Or s'il n'y avoit que la ſeule aîle GA qui reçût le choc, on auroit $b = 1$, $f = 0$, & $GD = GA = g$. Le moment de l'impulſion totale deviendra donc $= Kq\Big\{2p\left(agh + \tfrac{1}{2}g^2.\overline{a+h} + \tfrac{1}{3}g^3\right) - \frac{4u\sqrt{2p}}{c}\Big[\tfrac{2}{3}a^2\left(\overline{h+g}^{\frac{3}{2}} - h^{\frac{3}{2}}\right) + \tfrac{2}{5}a\left(\overline{g-\tfrac{2}{3}h}.\overline{h+g}^{\frac{3}{2}} + \tfrac{2}{3}h^{\frac{5}{2}}\right) + \tfrac{2}{7}\left(\overline{h+g}^{\frac{3}{2}} \times \overline{\tfrac{8}{15}h^2 - \tfrac{4}{5}hg + g^2} - \tfrac{8}{15}h^{\frac{7}{2}}\right)\Big] + \frac{u^2}{c^2}\left(a^3g + \tfrac{3}{2}a^2g^2 + ag^3 + \tfrac{1}{4}g^4\right)\Big\}$; expreſſion très compoſée, à cauſe qu'on ſuppoſe différentes vîteſſes aux filets, & qui le ſeroit encore beaucoup ſi on leur ſuppoſoit une vîteſſe commune, à cauſe que chaque point de l'aube

a

a une vîtesse particuliere, c'est-à-dire qu'il parcourt un espace différent, selon sa distance au centre.

Expression de la vîtesse du milieu de l'aîle. Fig. 14

106. Avant d'entreprendre la simplification de la formule précédente, il faut savoir qu'elle doit être l'expression de la vîtesse u du point A. Pour la trouver, on rapportera cette vitesse au milieu de l'aîle ; & comme il s'agit de produire le plus grand effet, on la fera égale aux $\frac{2}{5}$ de la vîtesse du filet correspondant. La vîtesse de la roue au milieu de l'aube est $= u \,.\, \frac{c - \frac{1}{2} g}{c}$, & la vîtesse du filet correspondant $= \sqrt{2p \,.\, \overline{h + \frac{1}{2} g}}$. On aura donc $u \,.\, \frac{c - \frac{1}{2} g}{c} = \frac{2}{5} \sqrt{2p \,.\, \overline{h + \frac{1}{2} g}}$; d'où l'on tire $u = \frac{2}{5} \,.\, \frac{c}{c - \frac{1}{2} g} \sqrt{2p \,.\, \overline{h + \frac{1}{2} g}}$. Cette valeur sera sensiblement celle qui convient au plus grand effet.

Réduction de l'expression de l'action de l'eau sur toutes les aîles. Fig. 15.

107. Supposons à présent que l'impulsion sur l'aube se fasse de la même maniere que si tous les points de l'aube se mouvoient avec une vîtesse égale à celle du milieu, & que tous les filets aient pareillement une vîtesse commune. Il s'agit de trouver à quel point de l'aube répondra cette vîtesse commune qui doit être telle que le moment d'impulsion soit le même que dans l'état naturel.

Soit CG (*fig.* 15) le rayon extérieur de la roue & GA la hauteur de l'aîle. Puisque les différents points de l'aîle GA décrivent des arcs de cercle, rectifions-les, & supposons que celui qui est décrit par le point A soit $=$ AQ. Menons du centre C la ligne CQ. Les différents arcs décrits par les points de l'aube, seront les éléments du trapeze GAQR. Prenons GE $= h$, & d'un paramerre $= 2p = 60$ pieds décrivons sur AE comme axe la parabole EFH dont le sommet soit en E. Les ordonnées GF, MI & AH représenteront les vîtesses de l'eau aux points correspondants G, M, A ; & les vîtesses respectives en vertu desquelles le choc se fera sur les mêmes points dans l'état naturel seront RF, LI & QH.

H

Par le milieu L de RQ menons NP parallele à AG, & ſuppoſons que l'aube G A ſe meuve parallélement à elle-même avec une vîteſſe = LM. Soit le point D tel que ſi tous les filets agiſſoient avec une vîteſſe commune correſpondante à ce point ſur l'aube ainſi mue, ils produiſiſſent un moment égal à celui dont nous avons trouvé l'expreſſion (105). CG ſera $= a$; GA $= g$; GM $= \frac{1}{2}g$; & AQ $= u$. Par la comparaiſon des triangles ſemblables CAQ, CML, nous aurons $ML = AQ \times \frac{CM}{CA} = u \times \frac{a + \frac{1}{2}g}{a+g}$. Nommons GD, z: DI ſera $= \sqrt{2p . \overline{h + z}}$; la vîteſſe reſpective VI' $= \sqrt{2p . \overline{h + z}} - u \times \frac{a + \frac{1}{2}g}{a+g}$; l'impulſion ſur GA ſera $= Kgq \left(\sqrt{2p . \overline{h+z}} - u . \frac{a + \frac{1}{2}g}{a+g}\right)^2$, & ſon moment $= Kgq . \overline{a + \frac{1}{2}g} . \left(\sqrt{2p . \overline{h + z}} - u . \frac{a + \frac{1}{2}g}{a+g}\right)^2$. Faiſons = M la partie du moment trouvé ci-deſſus (105) compriſe entre les deux crochets extrêmes. Ce moment ſera $= KqM$, lequel, égalé à celui que nous venons de trouver, donnera l'équation $KqM = Kgq . \overline{a + \frac{1}{2}g} . \left(\sqrt{2p . \overline{h+z}} - u . \frac{a+\frac{1}{2}g}{a+g}\right)^2$; d'où nous tirerons z ou GD $= \frac{1}{2p}\left(u . \frac{a + \frac{1}{2}g}{a+g} + \sqrt{\frac{M}{\overline{a+\frac{1}{2}g} . g}}\right)^2 - h$; expreſſion extrêmement compoſée, & qu'il eſt comme impoſſible de traiter généralement. Contentons-nous donc d'examiner les cas extrêmes entre leſquels les autres tomberont. Mais auparavant déterminons la moindre hauteur due aux eaux de la ſurface, pour qu'elles ne ſoient pas refoulées par les aubes.

Expreſſion générale de la moindre hauteur due aux eaux de la ſuperficie d'un courant. Fig. 15.

108. La moindre hauteur due cherchée doit être telle que l'on ait au moins GF = GR. Car ſi elle étoit moindre, l'aube vers la partie ſupérieure G refouleroit l'eau & la pouſſeroit au lieu d'en être pouſſée (59). Conſervons les mêmes dénominations, nous aurons $MI = \sqrt{2p . \overline{h + \frac{1}{2}g}}$, & en repréſen-

tant le rapport de la vîteſſe réſidue à la vîteſſe perdue par celui de $\frac{s}{s'}$, $ML = \frac{s}{s'+s}\sqrt{2p \cdot \overline{h + \frac{1}{2}g}}$. Les triangles ſemblables CML, CGR donnent CM : CG :: ML : GR $= \frac{CG \times ML}{CM}$ $= \frac{as}{s'+s} \times \frac{\sqrt{2p \cdot \overline{h + \frac{1}{2}g}}}{a + \frac{1}{2}g}$. Pour réſoudre la queſtion d'une maniere plus générale, ſuppoſons $a = gl$; GB ſera $= gl \cdot \frac{s}{s'+s} \cdot \frac{\sqrt{2p \cdot \overline{h + \frac{1}{2}g}}}{gl + \frac{1}{2}g}$, quantité qui peut être tout au plus $=$ GF ou $\sqrt{2ph}$. Nous aurons donc l'équation $gl \cdot \frac{s}{s'+s} \cdot \frac{\sqrt{2p \cdot \overline{h + \frac{1}{2}g}}}{gl + \frac{1}{2}g} = \sqrt{2ph}$, de laquelle nous tirerons $h = \frac{1}{2}g \cdot \frac{1}{\left(\frac{s'+s}{s'}\right)^2 \left(1 + \frac{1}{2l}\right)^2 - 1}$ pour l'expreſſion de la moindre hauteur due cherchée.

109. Nous avons ſuppoſé que le point G recevoit immédiatement l'impulſion du fluide, tandis que c'eſt le point correſpondant de la circonférence. Il reſte à faire voir que ce dernier point fuit devant le fluide avec une vîteſſe égale à la vîteſſe de rotation du point G. Reprenons la *fig.* 13, & par le point L menons la tangente LT égale à la vîteſſe du point L. Abaiſſons TV perpendiculaire à la direction du fluide. LV ſera la vîteſſe avec laquelle le point L fuira devant le fluide que je ſuppoſe ſe mouvoir de L vers D. Or LV eſt égale à la vîteſſe de rotation du point correſpondant G. Car on a : la vîteſſe en L eſt à la vîteſſe en G :: CL : CG. Mais à cauſe des triangles ſemblables CGL, TVL on a auſſi : TL : LV :: CL : CG. Donc la vîteſſe en L, eſt à la vîteſſe en G :: TL : LV; & puiſque les deux antécédents ſont égaux, les deux conſéquents le ſont auſſi, c'eſt-à-dire que LV eſt la vîteſſe de rotation du point G correſpondant au point L. Donc *le point L fuit devant le fluide*

Les points des aîles pris ſur la même horiſontale fuient devant le fluide avec la même vîteſſe.
FIG. 13.

avec une vîteſſe égale à la vîteſſe de rotation du point correſpondant G.

Si l'eau n'eſt pas pouſſée par la partie ſupérieure de l'aile, elle ne le ſera pas par la partie inférieure. Fig. 15.

110. Il eſt donc certain que quand on aura la hauteur due aux eaux de la ſurface $>$ ou du moins $= \frac{1}{2} g . \frac{1}{\frac{\overline{s'+s}^2}{s^2}\left(1+\frac{1}{2l}\right)^2 - 1}$, l'eau ne ſera pas refoulée par la partie ſupérieure de l'aube G A (*fig.* 15.) : mais ne pourroit-elle pas l'être par les parties inférieures? Cela auroit lieu ſi dans l'hypotheſe où G R ſeroit = G F, on avoit les ordonnées inférieures à G F moindres que les éléments correſpondants du trapeze G A Q R. Or ſi cela étoit ainſi, la roue ne pourroit pas ſe mouvoir ; puiſque l'aube ne recevroit aucune impulſion de la part du fluide. Donc ſi l'eau n'eſt pas pouſſée par les points ſupérieurs de l'aube, elle ne le ſera pas par les points inférieurs.

Regle générale pour calculer avec facilité l'impulſion de l'eau ſur les ailes d'une roue verticale.

111. Revenons à préſent à la queſtion du n. 107. Conformément à ce que nous avons dit (99), ſuppoſons $a = 7g$ & par conſéquent $c = 8g$. Dans cette hypotheſe la moindre hauteur a la vîteſſe des eaux de la ſurface, & déterminée au n. 108, ſera relativement au plus grand effet $h = 0{,}08g$; puiſque $l = 7$; $s' = 3$ & $s = 2$. Quoique cette hauteur due, priſe dans les cas où elle eſt la plus grande, ſoit rarement $= 25g$, & encore plus rarement $= 100g$, cependant ſuppoſons-la ſucceſſivement égale à ces trois grandeurs $0{,}08g$; $25g$; $100g$, & ſubſtituons-la ainſi que les valeurs de a & de c dans la formule $z = GD = \frac{1}{2p}\left(u . \frac{a+\frac{1}{2}g}{a+g} + \sqrt{\frac{M}{\overline{a+\frac{1}{2}g} . g}}\right) - h$;

lorſque h ou G E ſera $= \left\{ 0{,}08g : 25g : 100g \right\}$
On aura z ou G D $= \left\{ 0{,}5294g : 0{,}4612g : 0{,}4199g \right\}$.

Si nous faiſons $a = 3g$, c ſera $= 4g$, & la moindre hauteur due $h = 0{,}07g$. En ſubſtituant pour a & c leurs valeurs reſpectives $3g$, & $4g$, & pour h, ſucceſſivement les trois quantités

0,07g, 25g & 100g, nous trouverons des quantités peu différentes de celles que nous venons de trouver.

Ces résultats nous font voir que le filet dont la vîtesse doit être censée commune à tous les filets, se trouve d'abord au-dessous du milieu de l'aîle, & qu'à mesure que la hauteur due augmente, ce filet s'éleve & s'approche de la surface, mais fort lentement. Comme il est rare que la hauteur due h soit $= 25g$, l'on voit que GD deviendra sensiblement $= \frac{1}{2}g$. Le centre d'impression sera donc sensiblement au milieu de l'aîle, ainsi que le filet dont la vîtesse sera censée commune à toute la masse. Donc *dans une roue verticale, on pourra supposer 1°. que le choc se fait sur une seule aube perpendiculaire à la direction du courant; 2°. qu'il se fait de la même maniere que si cette aube se mouvoit parallèlement à elle-même dans la direction du courant avec une vîtesse égale à celle de son milieu, & que si tous les filets du courant avoient la même vîtesse que celui qui répond au milieu de l'aube; 3°. enfin que le bras de levier de la force motrice est égal à la distance du centre de la roue au milieu de l'aube.*

112. Par le milieu I de l'arc FH, menons la tangente ID'. Si l'on fait attention que le rayon de courbure est de 30 pieds en E, qu'il augmente de plus en plus à mesure qu'on s'éloigne du sommet, & que la hauteur GA des aubes doit être la moindre possible (98), on verra que dans la pratique on peut regarder l'arc FH comme se confondant sensiblement avec la portion correspondante de la tangente. Supposons donc que cette portion prenne la position F'H' parallele à RQ. Par les points I & L menons les verticales TS, NP. Dans notre hypothese la vîtesse respective du fluide sera $= LI = NT = PS$, & dans l'état naturel elle sera $= LI = RF' = QH'$. Donc *lorsque la tangente ID' sera parallele à CQ, le moment naturel sera assez exactement le même que selon notre hypothese.*

Considérations sur le même objet.

Fig. 15.

Pour le vérifier, cherchons la hauteur due à ce cas : en la

fubftituant dans l'expreffion de z ou GD (107), nous devons trouver un réfultat très approchant de $\frac{1}{2}g$. La ligne ID' étant fuppofée parallele à CL, nous aurons : MD' : MC :: MI : ML :: 5 : 2. Donc $MD' \times 2 = MC \times 5$. Mais la fous-tangente MD' $= 2\,EM = 2\,(h + \frac{1}{2}g)$, & $MC = a + \frac{1}{2}g$. Subftituons, & nous aurons $h = \frac{5}{4}\,a + \frac{3}{4}\,g$, & en fuppofant $a = 7g$, $h = 8{,}875g$. Cette valeur, fubftituée dans l'expreffion de z, donne $z = GD = 0{,}49g$, quantité qui ne differe de $\frac{1}{2}g$ que de $0{,}01g$. Or cette différence eft tout-à-fait négligeable. Donc, &c.

FIG. 15. 113. Lorfque la hauteur due EG ou h fera $< \frac{5}{4}\,a + \frac{3}{4}\,g$, la tangente ID' fera avec AD' un angle plus grand que ACQ; le point F' s'approchera de G, & le point H' s'éloignera de A. La viteffe refpective du fluide au-deffus de LI dans notre hypothefe fera plus grande que dans l'état naturel, & moindre au-deffous. Pour lors le bras de levier, diminuant au-deffus de LI, & augmentant au-deffous, il doit y avoir une certaine compenfation; mais cette compenfation ne fera jamais exacte, & le réfultat hypothétique fera moindre que le réfultat naturel, comme on peut voir par la valeur de z ou GD. Car lorfque $h = \frac{5}{4}\,a + \frac{3}{4}\,g$, on a affez exactement $GD = \frac{1}{2}g$, ainfi que nous venons de voir (112). Donc lorfqu'on aura $h < \frac{5}{4}\,a + \frac{3}{4}\,g$, GD fera $> \frac{1}{2}\,g$, & pour produire un moment égal au moment naturel la viteffe refpective du fluide doit être > LI. Mais cette différence eft trop légere pour n'être pas négligée dans la pratique. L'on voit que le contraire arrivera, lorfque la tangente ID' s'approchera plus que F'H' du parallélifme avec AC, ou que l'angle MD'I fera < ACQ, c'eft-à-dire lorfque h fera $> \frac{5}{4}a + \frac{3}{4}\,g$. Dans ce cas, le réfultat d'après notre hypothefe fera plus grand que le réfultat naturel, puifqu'on doit avoir z ou GD $< \frac{1}{2}\,g$, & une viteffe refpective < LI pour produire le moment hypothétique égal au moment naturel. *Voyez la table du n.* 111.

114. Plus la hauteur due EG augmente, plus la tangente ID

s'approche du parallélifme avec l'axe, & par conféquent la hauteur G A de l'aube reftant la même, plus la différence entre les ordonnées correfpondantes à G & M diminuera. Donc *lorfque la hauteur due G E ou* h *fera* $> \frac{5}{4} a + \frac{1}{8}$ g, *on pourra, fans craindre d'erreur, & pour compenfer l'excès donné par notre hypothefe, prendre la vîteffe de l'eau à la fuperficie pour la vîteffe commune à tous les filets.*

Cas où l'on peut prendre la viteffe à la furface du courant pour la viteffe commune à tous les filets. FIG. 25.

En effet, lorfque $h = \frac{5}{4} a + \frac{1}{8} g$, on trouvera M I — G F $= 0{,}07 \sqrt{2pg}$; c'eft-à-dire que la différence entre ces deux vîteffes n'eft que la $\frac{7}{100}$ partie de la vîteffe qu'acquerroit un corps en tombant de la hauteur G A de l'aube. Or il eft aifé de voir que cette quantité, déjà très petite par elle-même, le deviendroit encore davantage fi la hauteur due G E devenoit plus grande, ou fi la hauteur G A de l'aube devenoit moindre.

115. Reprenons l'équation $gl . \frac{s}{s'+s} . \frac{\sqrt{2p . \overline{h + \frac{1}{2} g}}}{gl + \frac{1}{2} g} = \sqrt{2ph}$ que nous avons trouvée au n. 108. Elle nous donnera la folution de cette importante queftion : *De ces quatre chofes, le rapport de la vîteffe moyenne du courant à celle de l'aube, celui du rayon intérieur de la roue à la hauteur de l'aube, la hauteur même de l'aube & celle qui eft due à la vîteffe des eaux de la furface, trois étant données, trouver quelle doit être la quatrieme pour que l'eau ne foit pas pouffée par l'aube.* La folution de cette queftion s'applique fur-tout aux roues placées fur des rivieres qui n'ont pas beaucoup de vîteffe. Examinons fucceffivement chacun de ces cas.

Examen des cas où l'eau pourroit être pouffée par une partie de l'aube.

1°. Nous avons déjà trouvé (108) que la hauteur due aux eaux de la furface, ou h étoit $= \frac{1}{2} g . \frac{1}{\frac{\overline{s'+s}^2}{s^2} \left(1 + \frac{1}{2l}\right)^2 - 1}$. Sous cette hauteur le point fupérieur de l'aîle aura la même vîteffe que le filet correfpondant. Mais fi h devenoit tant foit peu moindre, le poinr fupérieur de l'aube auroit plus de vîteffe que le filet correfpondant, & l'eau feroit refoulée.

Examen de la hauteur due aux eaux de la furface.

Suppoſons, par exemple, que l'on ait $s' = 3$, $s = 2$, $g = 2$ pieds & $l = 7$. En ſubſtituant on trouvera $h = 0{,}16$ pieds; ce qui fait voir que l'eau ſera pouſſée par la partie ſupérieure de l'aube, ſi la hauteur due aux eaux de la ſurface eſt moindre que cette quantité, & qu'au contraire elle ne le ſera point, & qu'elle pouſſera l'aube, ſi la hauteur due eſt plus grande.

Examen de la hauteur des aîles d'une roue verticale.

2°. Si nous cherchons la hauteur de l'aube, l'équation nous donnera $g = 2h\left[\frac{\overline{s'+s}^2}{s^2}\left(1+\frac{1}{2l}\right)^2 - 1\right]$ pour la hauteur la plus forte que l'on puiſſe employer, & telle que la moindre augmentation procureroit à ſa partie ſupérieure plus de vîteſſe qu'aux filets correſpondants. On peut lire dans cette formule, que plus la hauteur due eſt petite, moins l'aube doit avoir de hauteur, toutes choſes d'ailleurs égales. C'eſt une confirmation de ce que nous avons dit (59).

Suppoſons $h = 1$ pied, & aux autres quantités du ſecond membre les mêmes valeurs que dans l'exemple précédent, nous trouverons $g = 12{,}34$ pieds. C'eſt la plus forte hauteur qu'on puiſſe donner à l'aube en pareil cas. Donc toute autre aîle qui, dans les mêmes circonſtances, aura moins de hauteur, ne pouſſera pas l'eau.

Examen du rapport de la vîteſſe de l'aube à celle du courant.

3°. Nous trouverons le rapport de la vîteſſe du courant à celle de l'aube, ou $\frac{s'+s}{s} = \frac{\sqrt{\frac{1}{2} \cdot \frac{g}{h} + 1}}{1 + \frac{1}{2l}}$. Ce réſultat exprimera le moindre rapport qu'il ſoit poſſible d'employer. Car il eſt évident que la vîteſſe du courant reſtant la même, ſi celle de l'aube augmente, ſa partie ſupérieure aura plus de vîteſſe que le fluide correſpondant.

Suppoſons, par exemple, $g = 2$, $h = 1$, & $l = 7$. Nous trouverons $\frac{s'+s}{s} = 1{,}31 = \frac{131}{100}$; ce qui nous fait voir que la vîteſſe moyenne du courant étant $= 131$, ſi celle de l'aîle étoit > 100, l'eau ſeroit pouſſée par l'aîle.

4°.

Examen du rapport du rayon intérieur à la hauteur de l'aile.

4°. Enfin nous trouverons le tapport du rayon intérieur de la roue à la hauteur de l'aube où $l = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{-1 + \frac{s}{s'+s}\sqrt{\frac{1}{2} \cdot \frac{g}{h} + 1}}$ qui sera un *maximum* ; cat il est aisé de voir que la hauteur de l'aube restant constante, si le rayon intérieur de la roue augmentoit, la vîtesse des points supérieurs de l'aube augmenteroit & deviendroit plus grande que celle du fluide correspondant. Dans cette formule le dénominateur étant composé de quantités positives & négatives, afin que la valeur de l ne soit pas négative, il faut que l'on ait $\frac{s'+s}{s} < \sqrt{\frac{1}{2} \frac{g}{h} + 1}$. Mais puisque ce rapport a des limites (99), il est évident qu'on ne le regardera pas comme inconnu dans la construction.

Limites de la vîtesse des eaux de la surface du courant.

116. Supposons toujours le rayon intérieur de la roue 7 fois plus grand que la hauteur de l'aîle. Faisons $s' = 3$ & $s = 2$. En substituant dans la formule $h = \frac{1}{2} g \cdot \frac{1}{\frac{\overline{s'+s}^2}{s^2}\left(1 + \frac{1}{2l}\right)^2 - 1}$, nous trouverons la moindre hauteur due h aux eaux de la surface $= 0{,}08 \cdot g$. Or (3) la vîtesse due à une pareille hauteur est $= \sqrt{60 \cdot 0{,}08\, g} = \sqrt{4{,}8\, g}$. Ainsi nous conclurons que pour lors *la roue étant mue avec la vîtesse la plus avantageuse par rapport au courant, afin que les eaux ne soient pas poussées par les aîles, il faut que la vîtesse de celles de la surface soit au moins égale à la moyenne géométrique entre* 4,8 *& la hauteur de l'aîle.*

Moins le courant a de vîtesse, moins les aîles auront de hauteur.

117. Nommons v cette vîtesse. Nous aurons $v = \sqrt{4{,}8 \cdot g}$. Or le facteur 4,8 est constant. Donc la moindre vîtesse des eaux de la surface sera proportionnelle à la racine quarrée de la hauteur de l'aîle, & la plus grande hauteur de l'aîle sera comme le quarré de cette vîtesse ; par conséquent *moins le courant aura de vîtesse, moins les aîles doivent avoir de hauteur.*

118. L'équarion $v = \sqrt{4,8\,g}$, nous donne $g = \frac{v^2}{4,8}$; valeur qui nous fait voir que *pour trouver la plus grande hauteur de l'aube, lorſqu'elle eſt la ſeptieme partie du rayon intérieur de la roue, il faut diviſer par* 4,8 *le quarré de la vîteſſe des eaux de la ſuperficie.*

Seconde formule générale pour trouver la plus grande hauteur de l'aile.

119. Prenons la formule $g = 2\,h\left[\frac{\overline{s'+s}^2}{s^2}\left(1+\frac{1}{2\,l}\right)^2 - 1\right]$. Nommons l' le nombre de fois que la haureur de l'aube ſera conrenue dans l'inrervalle enrre ſon milieu & le cenrre de la roue. Nous aurons $l = l' - \frac{1}{2}$. Pareillemenr (3) nous aurons $h = \frac{v^2}{60}$. Subſtiruons ces deux valeurs dans la formule, & merrons 3 & 2 au lieu de s' & s reſpectivemenr : nous trouverons $g = \frac{v^2}{30}\left(\frac{\overline{5\,l'}^2}{\overline{2\,l'-1}^2} - 1\right)$ pour la plus grande hauteur de l'aîle rapporrée au rayon moyen de la roue, & à la vîreſſe des eaux de la ſurface du courant.

Comment on doit meſurer la vîteſſe des eaux de la ſurface d'une riviere.

120. Les dernieres formules ſont principalemenr deſtinées à fixer la haureur des ailes dans les roues placées ſur des rivieres. Pour pouvoir en faire uſage, il faur connoîrre la vîreſſe des eaux de la ſuperficie. Il y a pour cela diverſes mérhodes qu'on peut voir dans l'Hydrodynamique de M. Boſſut, n. 653-662. De tous ces différents moyens, je crois qu'il n'y en a pas de plus commode dans la prarique que celui des corps flottanrs, à cauſe du peu d'appareil qu'il exige (Hydrod. 653). Il n'y a qu'à jerrer dans le couranr un perir corps qui s'enfonce preſque enrièremenr dans l'eau, & donr la couleur ſe faſſe remarquer pour ne le pas perdre de vue. Qu'on meſure exactement l'eſpace parcouru & le remps employé à le parcourir, & qu'on diviſe le premier par le ſecond ; le quorienr ſera la vîreſſe du corps, ainſi que celle des eaux de la ſurface.

Comment on trouve la vîteſ-

121. Connoiſſant la vîreſſe des eaux de la ſurface, il ſera aiſé d'avoir celle du filet qui répond au milieu de l'aube. Sup-

posons que HI (*fig.* 1,) soit la vîtesse à la surface, BH sa hauteur due, CH la hauteur de l'aîle, FG la vîtesse moyenne cherchée, & $2p = 60$ pieds le parametre de la courbe. On aura $\overline{FG}^2 = 2p . \overline{BH + HF} = 2p . BH + 2p . HF$. Mais (3) $2p \times BH = \overline{HI}^2$, & $2p \times HF = 2p \times \frac{1}{2} CH$. Donc $\overline{FG}^2 = \overline{HI}^2 + 2p \times \frac{1}{2} CH$, & par conséquent $FG = \sqrt{\overline{HI}^2 + p \times CH} = \sqrt{\overline{HI}^2 + 30 CH}$. Cette formule nous fait voir que, *pour trouver la vîtesse moyenne, d'après laquelle on doit faire le calcul de l'impulsion sur les aîles d'une roue verticale, il faut multiplier la hauteur de l'aîle par 30, ajouter le produit au quarré de la vîtesse des eaux de la surface du courant, & extraire la racine quarrée de la somme. Cette racine sera la vîtesse moyenne cherchée.* — le moyenne d'un courant. Fig. 1.

122. Venons à l'examen de l'impulsion de l'eau sur les aîles d'une roue horisontale. Partageons le fluide moteur en tranches verticales & longitudinales. Toutes ces tranches seront composées d'un même nombre de filets dont les homologues auront dans chacun la même vîtesse : & puisque dans une tranche quelconque on peut supposer tous les filets animés d'une vîtesse commune & égale à la vîtesse moyenne ; cette vîtesse moyenne étant la même pour toutes les tranches, il s'ensuit qu'on pourra regarder tous les filets d'un courant qui choque les aîles d'une roue horisontale, comme animés de la même vîtesse. — Examen de l'action de l'eau sur les aîles d'une roue horisontale.

123. Nous avons dit que quand l'arc plongé dans l'eau n'étoit pas considérable, l'impulsion sur plusieurs aîles étoit sensiblement la même que celle qui auroit lieu sur une seule aîle perpendiculaire (98). Ainsi, pour simplifier, ne prenons que la seule aîle GA (*fig.* 16.) perpendiculaire à la direction AS du courant. Soit C le centre de la roue, AS = GT la vîtesse moyenne du courant, & AQ celle du point A de l'aîle. Menons CQ, & nous aurons les éléments du trapeze GAQB, qui — Fig. 16.

feront les viteffes des points correfpondants de l'aube. L'impulfion fur un élément quelconque H h fera (46) $= \mathrm{K} \times \mathrm{H}h \times \overline{\mathrm{FH'}}^2$; ou plutôt en nommant q la dimenfion verticale de l'aîle, cette impulfion fera $= \mathrm{K}q \times (\mathrm{H}h \,.\, \overline{\mathrm{FH'}}^2)$, & fon moment $= \mathrm{K}q \times (\mathrm{CH} \,.\, \mathrm{H}h \,.\, \overline{\mathrm{FH'}}^2)$. Nommons CG, a; GA, g; CA, c; AS, v; AQ, u; & GH, x. H h fera $= dx$. Les triangles femblables CAQ, CHF donneront : CA : CH :: AQ : HF $= \mathrm{AQ} \times \frac{\mathrm{CH}}{\mathrm{CA}} = u \,.\, \frac{a+x}{c}$. Donc FH' $= \mathrm{HH'} - \mathrm{HF} = v - u \,.\, \frac{a+x}{c}$; l'impulfion fur H h fera $= \mathrm{K}q\,dx \left(v - u \,.\, \frac{a+x}{c}\right)^2$, & fon moment $= \mathrm{K}q\,dx \,.\, \overline{a+x} \left(v - u \,.\, \frac{a+x}{c}\right)^2$. Intégrons cette derniere expreffion, & nous aurons le moment de l'impulfion totale fur GA $= \mathrm{K}q \left\{ v^2 \,.\, \overline{ag + \tfrac{1}{2}g^2} - \frac{2vu}{c}(a^2g + ag^2 + \tfrac{1}{3}g^3) + \frac{u^2}{c^2}(a^3g + \tfrac{3}{2}a^2g^2 + ag^3 + \tfrac{1}{4}g^4) \right\}$; expreffion fort compofée, quoique la vîteffe des filets foit la même. Tâchons de ramener cette théorie à des méthodes plus fimples, en employant à-peu-près les procédés dont nous avons fait ufage à l'égard des roues verticales.

Fig. 16. 124. Suppofons que l'aube GA fe meuve parallèlement : il faut trouver à quelle diftance GD on doit prendre le point D tel que l'aube mue avec la vîteffe correfpondante à ce point, on ait un moment égal à celui que nous venons de trouver. Avant d'entreprendre cette recherche, il eft néceffaire d'obferver que, puifqu'on fe propofe de produire le plus grand effet, on doit rapporter la viteffe u ou AQ au milieu de l'aube, & faire ML $= \frac{2}{3}$ MI. Les triangles femblables CAQ, CML donnent CA : CM :: AQ : ML $= \mathrm{AQ} \times \frac{\mathrm{CM}}{\mathrm{CA}} = u \times \frac{a + \frac{1}{2}g}{c} = \frac{2}{3}v$; & par conféquent $u = \frac{2}{3}v \times \frac{c}{a + \frac{1}{2}g} = \frac{2}{3}v \times \frac{a+g}{a+\frac{1}{2}g}$. C'eft la quantité qu'il faudra fubftituer au lieu de u dans les opérations fuivantes.

Cela posé, nommons GD, z; CD sera $= a + z$, & par la similitude des triangles CAQ, CDV, nous aurons DV $=$ AQ $\times \frac{CD}{CA} = u \times \frac{a+z}{c}$. Donc I'V sera $=$ DI' $-$ DV $= v - u \times \frac{a+z}{c}$. L'impulsion sur GA (46) sera $= Kgq \left(v - u \times \frac{a+z}{c}\right)^2$, & son moment sera $= Kgq \times \overline{a + \frac{1}{2}g} \times \left(v - u \times \frac{a+z}{c}\right)^2$. Représentons par M la partie du moment du n. 123, renfermée entre les deux crochets extrêmes. Ce moment sera $=$ Kq M. Egalons ces deux expressions, & nous aurons l'équation $g \times \overline{a + \frac{1}{2}g} \times \left(v - u \times \frac{a+z}{c}\right)^2 = M$, de laquelle nous tirerons $z = GD = \frac{c}{u}\left(v - \sqrt{\frac{M}{(a+\frac{1}{2}g) \cdot g}}\right) - a$. Cette expression est trop compliquée pour la traiter dans toute sa généralité. Il faut donc nous borner à l'examen des limites qui renferment tous les cas.

125. La vîtesse v du courant étant supposée constante, les variations de GD dépendront de celles du rapport de CG à GA, ou de celles du rapport de a à g. Nous avons vu (99) que la plus grande valeur de GA par rapport à CG étoit $= \frac{1}{3}$ CG: ainsi le moindre rapport de GC à GA $= 3$. Si l'on fait attention que les roues horisontales sont ordinairement susceptibles de beaucoup moins de grandeur que les verticales, on verra que GA ne peut guere être moindre que la septieme partie du rayon intérieur CG, & qu'en général on peut regarder 7 comme le plus grand rapport de CG à GA. Supposons donc qu'on ait successivement $a = 3g$, $a = 5g$, $a = 7g$ Substituons ces valeurs dans l'expression de z ou GD que nous venons de trouver (124), & nous verrons que pour remplir les conditions de la question:

Regle générale pour calculer avec facilité l'action de l'eau sur les ailes d'une roue horisontale. Fig. 16.

$$\begin{array}{ll} \text{Lorsqu'on aura } a = & \left\{ \begin{array}{ccccc} 3g & : & 5g & : & 7g \\ 0,587g & : & 0,637g & : & 0,687g \end{array} \right\}. \\ \text{CD ou } z \text{ sera } = & \end{array}$$

On voit par ces résultats que le point D dont on doit prendre la vitesse pour celle de la roue, ou plutôt pour celle de l'aube

mue parallèlement à elle-même, tombe toujours au-delà du milieu M de l'aîle par rapport au centre, & qu'il s'en éloigne de plus en plus, à mesure que le rapport de CG à GA augmente. Mais si nous comparons les vitesses ML & DV dans les deux cas extrêmes où l'on a $a = 3g$ & $a = 7g$, en prenant pour unité la vitesse du point M, nous trouverons dans le premier ML : DV :: 3,5 : 3,587 :: 1 : 1,02485 ; & dans le second ML : DV :: 7,5 : 7,687 :: 1 : 1,02493. Donc, puisque dans chacune de ces deux proportions les deux derniers termes différeront très peu entre eux, dans la pratique nous pourrons prendre ML au lieu de DV. Il est vrai que nous augmenterons un peu le moment, puisque la vitesse respective deviendra $LI > VI'$. Mais outre que la différence sera très petite en elle-même, on peut encore compenser l'erreur jusqu'à un certain point, en prenant pour vitesse commune AS celle des eaux de la surface. Concluons donc généralement que *dans le choc d'un courant sur les aîles d'une roue horisontale, on peut supposer 1°. que l'impulsion se fait sur une seule aîle perpendiculaire à la direction du courant, & qui se meut parallèlement à elle-même dans cette direction avec une partie déterminée de la vîtesse des eaux de la superficie ; 2°. que tous les filets sont animés de la même vîtesse que les eaux de la superficie ; 3°. que le centre d'impression se trouve au milieu de l'aîle.*

Considérations sur l'inclinaison des ailes pour le plus grand effet.

126. A ne consulter que la théorie, il n'y a pas d'impulsion plus avantageuse que celle qui s'exerce perpendiculairement : Mais la pratique démontre qu'il y a un degré d'obliquité sous lequel l'impulsion est plus forte que si, toutes choses d'ailleurs égales, elle étoit perpendiculaire ; tant il est vrai que, dans les sciences physico-mathématiques, il faut, autant qu'on peut, soumettre tous les principes à l'expérience. En 1759 M. Deparcieux découvrit que dans une roue verticale les aîles étoient choquées plus avantageusement lorsqu'elles n'étoient pas dirigées vers le centre, & qu'elles faisoient un certain angle avec les rayons

cotreſpondants, comme on voit dans la fig. 17. M. l'Abbé Boſſut a vétifié cette découverte, & il a obſervé (Hydr. 814.) que quand les canaux ont peu de pente, & que l'eau a la liberté de s'échapper après le choc, les aîles doivent être dirigées vers le centre; mais que dans les roues placées ſur des courſiers qui ont beaucoup de pente, les aîles doivent être inclinées au rayon. En effet, lorſque l'eau a beaucoup de viteſſe, elle n'en perd qu'une partie pat le choc, & il lui en reſte encore aſſez pour s'élever à une certaine hauteur le long de l'aube. Or elle ne peut ainſi s'élever ſans la preſſer, & il n'eſt pas ſurprenant que ſous une certaine obliquité l'action réſultante de cette preſſion ſoit plus grande que la force perdue par cette même obliquité. Cela ne doit pas avoir lieu lotſque l'eau a peu de viteſſe, & qu'elle a la liberté de s'échapper; à cauſe que par cette double raiſon il n'y a point ou preſque point de remoux, ni par conſéquent de preſſion.

127. Comme tout ſe fait par gradation dans la nature, il paroît par-là que plus la viteſſe de l'eau ſera grande, plus l'angle de déviation B A C de l'aube A B par rapport au rayon C A devra être grand. Mais en pareils cas le mouvement de la roue eſt le téſultat de la preſſion combinée avec l'impulſion. Ainſi cette déviation doit avoir des bornes au-delà deſquelles on petdroit plus par l'obliquité de l'impulſion qu'on ne gagneroit pat la preſſion. Lorſque la viteſſe de l'eau eſt de $\frac{300}{17}$ pieds, ces bornes ſont fixées entre 15^d & 30^d par les expériences de M. Boſſut (Hydr. 817.). Quoique le raiſonnement que nous venons de faire prouve que quand la viteſſe du courant ſera $> \frac{300}{17}$ pieds, on doit donnet plus de 30^d à l'angle de déviation, je penſe néanmoins qu'il vaut mieux en pareils cas s'en tenir à 30^d que de s'expoſer à perdre une partie du choc pat une trop grande obliquité; & quand on excédera ce terme, il faudta être autoriſé par des expérienccs que nous n'avons pas encore. Si la viteſſe du courant eſt $< \frac{300}{17}$ pieds, on donneta à l'angle de dé- FIG. 17.

viation moins de 15^d, & d'autant moins que la vîtesse sera plus petite. Il me paroît que cette déviation peut s'anéantir lorsque la vîtesse du courant ne sera que de 4 pieds par seconde. Au reste, je ne donne ceci que comme des conjectures dont on peut s'écarter plus ou moins, selon les circonstances.

128. Quoique les expériences mentionnées n'aient été exécutées que sur des roues verticales, il est aisé de voir qu'on doit avoir aussi le même résultat par rapport aux roues horisontales. Donc on inclinera aussi leurs aîles sur leur plan sous un angle plus ou moins voisin de 30^d, selon que la vîtesse du courant sera plus ou moins grande. A cela près, elles doivent être dirigées vers le centre. Au reste, cela n'empêche pas que la direction du courant ne doive être horisontale, ainsi que nous avons vu (84 & 88).

129. Que la roue soit verticale ou horisontale, quand on inclinera les aîles pour profiter de la pression du remoux, il faut avoir soin de donner plus d'étendue à leur dimension verticale, afin que l'eau, en s'élevant, ne puisse pas franchir l'aube. La détermination de cet excès de hauteur seroit très compliquée sans être d'une grande utilité. On doit remarquer que cet excès sera plus grand dans les roues horisontales que dans les roues verticales. Dans les premieres l'impulsion sur chaque aîle se fait sur une bande verticale ou à-peu-près; au lieu que dans les autres cette bande est horisontale : ce qui est cause que dans les roues verticales il reste toujours au-dessus de la partie choquée des aîles une portion considérable qui ne l'est point, & le long de laquelle le remoux peut s'élever, tandis que cela n'est pas ainsi dans les roues horisontales. Dans la pratique, quelques pouces d'augmentation suffiront, observant néanmoins qu'on ne peut se tromper que par défaut.

Ce qu'on doit entendre par *aube* ou *aîle* dans le calcul d'une machine.
Fig. 17.

130. En inclinant les aîles, on se procure un accroissement d'action, qui, bien loin de détruire les principes établis aux n. 111 & 125, ne fait au contraire que les rectifier. Car il supplée à

à une certaine précision toujours difficile à atteindre dans la pratique. Ainsi ces deux principes n'en reçoivent qu'un nouveau degré de force, & on peut les employer en toute sûreté dans le calcul de l'action des fluides sur les roues. Il faudra seulement faire attention que ce qu'on entend alors par aube, est la section perpendiculaire du fluide au point d'impulsion, & considéré sans remoux, par exemple A D' si l'eau dans son état naturel ne s'éleve que jusqu'en E F ; & C D' en est alors le rayon intérieur. Il en sera de même des roues horisontales, toutes choses d'ailleurs égales.

131. Continuons d'examiner les roues, & nous verrons que l'inclinaison des aîles n'est pas le seul moyen d'augmenter l'action que les fluides exercent sur elles. Les aubes doivent avoir assez d'épaisseur pour résister au choc du courant. Si on leur donne la forme A B D E (*fig.* 18.), il est évident que l'extrémité A B interceptera une partie de fluide qui n'agira pas comme elle eût fait en tombant sur la partie correspondante de l'aube voisine: &.comme le nombre d'aîles doit être le plus grand possible (103), on perdroit plus d'un côté qu'on ne gagneroit de l'autre. Il faudra donc, pour éviter cet inconvénient, tailler les aubes en biseau, & leur donner la forme E A F D. L'angle E A F du biseau sera déterminé en supposant que l'aube A B D E est la premiere qui entre dans le fluide dont la surface A G formera avec A C l'angle cherché, lorsque les aîles seront dirigées vers le centre ; ce qui donne cette regle : *Retranchez de 180^d le nombre de degrés de l'arc plongé A G*; *prenez la moitié du reste, & vous aurez l'angle cherché.*

Les ailes doivent être taillées en biseau à la circonférence extérieure de la roue. Fig. 18.

Lorsque les aîles seront inclinées au rayon comme E' A F'D', pour avoir l'angle E' A F', on déterminera l'angle C A G par la méthode précédente, & l'on en retranchera l'angle de déviation E A E'. Le reste sera l'angle E' A F'. Et parceque le bois n'est pas assez dur pour conserver long-temps cette forme, on revêtira l'angle d'une enveloppe de fer dont l'arête sera la plus aiguë possible.

Usage des roues dentées pour augmenter le nombre d'aîles.
Fig. 19.

132. Il suit de là qu'on peut augmenter autant qu'on voudra le nombre d'aîles en employant une roue dentée telle que celle de la fig. 19. Car si l'on fait les angles du biseau D C E, E L Q égaux entre eux, & à celui que fait la direction du courant C F avec le premier rayon C H de l'arc plongé C M B, il est clair qu'il n'y aura aucun filet qui porte à faux. Dans le calcul, la dimension de l'aîle selon le rayon n'en sera pas moins F M. Cependant il est bon de remarquer que cette figure ne peut s'appliquer qu'aux roues horisontales, à cause que dans les verticales le fluide, après le choc sur la face quelconque E L, se trouveroit arrêté par l'angle E, & l'on seroit privé de l'action produite par le remoux (126).

Moyen d'anéantir la perte du fluide qui se fait par le jeu de la circonférence extérieure dans les roues verticales.
Fig. 20.

133. Soit la roue verticale D E F (*fig.* 20). Si l'on suit la méthode ordinaire, on laissera pour le jeu de la roue un espace B *b* entre la circonférence extérieure & le fond A B du coursier. A travers cet intervalle il s'échappera en pure perte une certaine quantité d'eau d'autant plus considérable qu'elle y aura plus de vîtesse à raison de sa plus grande chûte, & dont l'effet seroit d'autant plus grand pour cette même raison (74). Ainsi la perte ne peut être que considérable. Prenons la position la plus désavantageuse de la roue, celle où l'angle G C H, formé par deux aîles consécutives G *g*, H *h*, est divisé en deux parties égales par la verticale C B ; & par un point *g'* pris tant soit peu au-dessus de l'extrémité G de l'aîle G *g*, menons *g'* B' A' parallele à B A. Laissons entre la circonférence extérieure & le point B' de cette ligne l'intervalle nécessaire au jeu de la roue. Si nous regardons A' B' comme le fond du coursier, & que nous donnions à la roue le plus grand nombre d'aîles possible, pour peu de vîtesse qu'ait le courant, il n'y aura aucune des particules qui s'échappoient auparavant qui ne produise son effet sur la roue. Car pour que cela n'eût pas lieu, il faudroit que ces particules pussent descendre de la quantité *b b'* dans le temps qu'elles emploieroient à parcourir B' *b'*; ce qui n'est guere possible, à cause de la petitesse de l'espace B' *b'*.

134. Donnons au fond du coursier la forme A'B'LL' telle que LL' soit parallele à A'B', & qu'elle s'étende jusqu'au point H, le dernier qui reçoive l'impulsion du fluide. Il est clair que le fluide répandu sur l'espace B'LL' soutiendra les filets inférieurs qui seront forcés pour lors à choquer la roue, quand même leur vîtesse seroit extrêmement petite. L'on voit par-là qu'un simple ressaut au fond du coursier supprimera la perte de fluide qui se fait par le jeu inférieur de la roue dans la construction actuelle. On pourra, si l'on veut, former ce ressaut par un arc de cercle BB' concentrique à la roue.

135. Il n'est pas plus difficile d'anéantir la perte de fluide qui se fait par le jeu latéral. Soit ABCD (*fig.* 21.) la partie inférieure du coursier, & CDEF la portion dans laquelle doit se faire le mouvement de la roue selon la méthode ordinaire. Augmentons de chaque côté la largeur EF de cette derniere partie des quantités égales EG, HF; elle deviendra EGKIHF. Ce ne sera plus dans CDEF, mais dans GHIK que la roue doit se mouvoir. Donnons aux aîles la largeur LM > EF; je dis que les filets latéraux qui se perdoient dans la construction ordinaire produiront ici nécessairement leur effet. Cela est évident, puisque tous les filets compris dans la largeur EF seront forcés à tomber sur PN, & ne pourront s'échapper à travers le jeu LQ & MR qu'après avoir choqué les aubes. Ainsi il ne se fera point de perte à travers le jeu latéral d'une roue verticale en augmentant la largeur des aubes & celle du coffre du coursier au point d'impulsion.

Comment on peut anéantir la perte qui se fait à travers le jeu latéral d'une roue verticale.
Fig. 21.

136. Dans la roue horisontale DFN (*fig.* 22.) prenons deux aîles consécutives D*d*, F*f*. Par leur extrémité D & F menons DFA; & par le point G, pris à égale distance de *d* & de *f*, tirons sa parallele MB. Enfin du centre C & d'une ouverture de compas plus grande que le rayon extérieur CF d'une quantité égale au jeu latéral de la roue, décrivons l'arc HI. Si l'on regarde ABHI comme la projection horisontale de la partie

Comment on anéantit la perte à travers le jeu d'une roue horisontale.
Fig. 22.

inférieure du courfier, & qu'on place le plan inférieur de la roue au-deffous du fond de cette même partie du courfier, je dis qu'il n'y aura point de filet d'eau qui ne produife fon effet; car les filets ne peuvent point fortir hors des lignes A D, B M, puifque leur direction eft parallele à ces mêmes lignes. Donc il ne s'échappera point de filet par le jeu latéral qui ne produife fon effet. Il ne s'en échappera point par le jeu inférieur, puifque, par fuppofition, le plan inférieur de la roue fe trouvant au-deffous du fond du courfier, la partie inférieure des aîles recevra le choc de ceux qui feroient entraînés par la gravité au-deffous de ce même fonds. Donc tous les filets produiront leur effet.

Fig. 22. 137. Moins l'eau a de liberté de s'échapper, plus l'effet qu'elle produit eft grand (34); par conféquent il eft à propos de la foutenir au-deffous de la roue fur toute l'étendue où elle agit fur les aubes, & de la contenir fur le même efpace par le prolongement du côté du courfier oppofé au centre de la roue. Prolongeons l'arc H I jufqu'en K, & tirons K L tangente à I K, & parallele à A I. La forme du fond du courfier au-deffous de la roue fera repréfentée par la figure H I K L M. Cette portion fera diftinguée de la partie A B H I par un reffaut qui fe trouvera dans l'arc H I. Le côté A I du courfier oppofé au centre de la roue fera prolongé jufqu'en L felon la ligne mixte I K L; au lieu que le côté B H qui eft vers le centre ne le fera que jufqu'au reffaut en H.

Fig. 23. 138. Dans la fig. 23, A B C D E F eft la fection verticale & longitudinale de la partie horifontale, ou de l'extrémité inférieure du courfier, & I K L M eft la projection verticale de la roue. G H repréfente la furface de l'eau s'il n'y avoit point de choc, & G Q I celle du remoux. Elle s'éleve, comme on voit, d'une quantité H I au-deffus de G H; & c'eft pour cela que nous avons recommandé (129) d'augmenter la dimenfion verticale des aîles. Par la même raifon on donnera aux côtés du

courſier une hauteur proportionnée à celle du remoux, afin que l'eau ne puiſſe pas s'extravaſer avant l'impulſion. La même choſe doit s'entendre des côtés des courſiers deſtinés à recevoir des roues verticales.

139. Dans les courſiers deſtinés à des roues verticales, la hauteur du reſſaut eſt compoſée du débordement *b' b* (*fig.* 20.) au-deſſous du prolongement de A'B' & du jeu *b* B de la roue. Le jeu *b* B eſt arbitraire, & n'eſt ſoumis à aucune loi; il faut ſeulement qu'il ne ſoit pas nul. Au contraire le débordement eſt aſſujetti à une loi, ainſi qu'on verra plus bas; par conſéquent la détermination du reſſaut dans ces courſiers eſt en partie arbitraire, & en partie dépendante du rayon de la roue. Mais à cauſe que le débordement eſt toujours très petit, on pourra dans la pratique aſſigner 3 pouces ou environ à la hauteur B'L du reſſaut. Quelle doit être la hauteur du reſſaut. FIG. 20.

Dans les courſiers conſtruits pour recevoir des roues horiſontales, le reſſaut EF (*fig.* 23.) eſt tout-à-fait arbitraire. Car il eſt compoſé du débordement F*f* de la partie inférieure des aîles au-deſſous de AF & du jeu *f*E de la roue. Or l'un & l'autre ſont arbitraires. Ainſi on pourra lui donner la même valeur que dans les courſiers à roues verticales, & conclure en général que *dans la pratique on peut donner environ* 3 *pouces de hauteur au reſſaut d'un courſier quelconque.* FIG. 23.

Il faut néanmoins obſerver qu'il peut arriver que la machine ſoit de nature à exiger que l'on hauſſe ou que l'on baiſſe de temps en temps l'équipage de la roue d'une quantité déterminée plus grande que celle que nous avons aſſignée pour la hauteur du reſſaut. En pareils cas on donneroit au reſſaut cette hauteur augmentée d'un pouce ou deux pour faciliter le jeu de la roue. Mais ces cas ſont peu communs, & en général on peut ſuivre la regle que nous avons établie.

140. Nous avons dit (130) que ce qu'on devoit prendre pour *aube* dans le calcul de l'impulſion de l'eau ſur les aîles d'une roue, étoit la ſection du courant pris au point d'impulſion, & Quel eſt le centre d'impreſſion & le rayon moyen de la roue.

considéré sans choc & sans remoux. Le centre d'impression est supposé au milieu de cette section ; & le bras de levier de la force motrice, ou le *rayon moyen* de la roue, est la distance de ce point au centre de la roue. Qu'on prenne dans cette section la moitié du côté qui est sur le prolongement du rayon ; en l'ajoutant au rayon moyen, ou en le retranchant de ce même rayon, on aura *le rayon extérieur ou le rayon intérieur* proprement dit, & dont nous avons parlé (99).

Rapport le plus avantageux de la largeur d'une aîle à sa hauteur.

141. La perte de fluide qui se fait à travers le jeu de la roue dans la construction ordinaire, a donné lieu à ce problême, aussi intéressant que difficile à résoudre : *Trouver le rapport le plus avantageux de la largeur à la hauteur d'une aîle rectangulaire.* La solution de ce problême devoit remplir deux conditions ; savoir, que la quantité de fluide qui s'échapperoit à travers le jeu fût un *minimum*, & l'effet du reste un *maximum*. Cette question se trouve résolue par la suppression de la perte à travers le jeu, & par le principe du n. 74, que *les effets d'un même courant sont comme les chûtes.* Car puisque les rayons des roues n'entrent pour rien dans la production des effets (65), on produira le plus grand en donnant au fluide toute la chûte possible, quelle que soit d'ailleurs la roue. Ainsi si la chose pouvoit avoir lieu, il faudroit réduire le fluide à une lame horisontale infiniment mince, & lui faire exercer son action au point le plus bas de la chûte. Mais comme dans l'état naturel cela n'est pas possible, & que chaque espece de roue exige quelques modifications particulieres, examinons-les chacune à part.

Limites de ce rapport dans les roues verticales placées sur des coursiers inclinés.

142. Dans les roues verticales mues dans des coursiers inclinés & par des courants dont la dépense est déterminée, l'on ne peut donner à la section du fluide au bas du coursier une figure rectangulaire différente du quarré, qu'en augmentant le frottement ; & on l'augmentera d'autant plus que les deux côtés contigus de la section s'éloigneront davantage de l'égalité. D'un

autre côté, en ſuppoſant, ainſi qu'on doit le faire (141), que la dimenſion horiſontale de cette ſection ſoit la plus grande, en l'augmentant, on augmentera la chûte commune à toutes les particules, & par conſéquent leur vîteſſe. Or on voit évidemment qu'il y aura un point où l'excès du frottement fera équilibre à l'augmentation de la force, & au-delà duquel le frottement l'emportera. On ne peut rien dire de précis au ſujet de ces limites. Il eſt ſeulement bon de remarquer que le frottement agiſſant avec moins d'énergie ſur une maſſe qui a plus de vîteſſe, plus la chûte de l'eau ſera grande, plus auſſi le rapport des deux côtés de la ſection du fluide pourra s'éloigner de l'égalité. *Dans la pratique on peut ſe contenter de faire la dimenſion horiſontale tout au plus triple de la verticale.* Je dis *tout au plus ;* car ſi la dépenſe de la ſource eſt peu conſidérable, il pourroit arriver que la dimenſion verticale ſoit exceſſivement petite, & pour lors il faudroit rapprocher le rapport de l'égalité.

Limites de ce rapport dans les roues verticales placées ſur des rivieres.

143. On n'eſt pas auſſi gêné dans la conſtruction des roues placées ſur des rivieres. Car quoique pour en augmenter l'effet il ſoit à propos de les faire tourner dans un courſier (37), & que par conſéquent on diminue la vîteſſe du courant par le frottement ; cependant, comme on eſt obligé, ſelon l'ancien uſage, de laiſſer entre les côtés du coffre du courſier & les bords des aîles l'intervalle néceſſaire au jeu, on peut diminuer l'action du frottement ſur la maſſe choquante du fluide par une augmentation dans cet intervalle. Mais la vîteſſe des rivieres n'étant pas, pour l'ordinaire, auſſi conſidérable que celle de l'eau mue dans un courſier incliné ; ſi le rapport de la dimenſion horiſontale à la dimenſion verticale augmentoit au-delà d'un certain point, ſelon ce que nous venons de remarquer (142), l'augmentation du frottement pourroit enfin l'emporter ſur celle de la force de l'eau. Ajoutons à cela que ſi ce rapport devenoit trop grand, il ſeroit tout-à-fait incommode dans la pratique.

Ainſi il me paroît que, *dans l'uſage ordinaire, le rapport de la largeur à la hauteur des aîles dans les roues placées ſur des rivieres, & mues dans un courſier, ne doit pas excéder* 10.

Limites de ce rapport dans les roues horiſontales.

144. Dans les roues horiſontales la dimenſion horiſontale de la ſection du courant pourra, ainſi que dans les roues verticales placées ſur des courſiers inclinés (141), être triple de la dimenſion verticale lorſque le rayon intérieur de la roue ſera aſſez grand pour que la dimenſion horiſontale de l'aîle, ou plutôt (130) la dimenſion horiſontale de la ſection du courant n'en excede pas le tiers (99). La dimenſion horiſontale étant triple de la verticale, ſi elle ſurpaſſoit le tiers du rayon intérieur, il faudroit avoir ſoin de rapprocher ces deux dimenſions de l'égalité, & ſi, étant égales, la dimenſion horiſontale étoit plus grande que le tiers du rayon intérieur, la dimenſion verticale devroit prendre le deſſus, & devenir à ſon tour double & même triple de la dimenſion horiſontale, afin que celle-ci n'excede jamais le tiers du rayon intérieur. Si elle devoit l'excéder, il faudroit employer des engrénages pour produire le degré de viteſſe que la machine exige, à moins que la réſiſtance du frottement des engrénages n'équivalût ou même ne ſurpaſsât la perte qu'on feroit par un choc trop oblique ſur les aîles extrêmes d'un trop grand arc (97). Mais, dans ce dernier cas, on ne pourroit pas, à la rigueur, employer le principe du n. 125; & l'application qu'on en feroit ne donneroit qu'un réſultat plus ou moins éloigné du véritable, ſelon que la dimenſion horiſontale excéderoit plus ou moins le tiers du rayon intérieur. En cela, c'eſt à l'intelligence du conſtructeur à voir & à choiſir le parti le plus avantageux.

Limites du rapport du rayon moyen de la roue à la dimenſion de la ſection du courant priſe dans le même ſens.

145. Nous avons donné la définition du *rayon moyen* de la roue au n. 140. Dans le calcul de l'effet d'une machine, le rayon moyen eſt ce qu'on doit regarder comme le vrai rayon de la roue, à cauſe que toute la force du choc eſt cenſée réunie à ſon extrémité. Ainſi à l'avenir quand nous parlerons du rayon

rayon de la roue, on doit entendre le *rayon moyen ;* car s'il s'agissoit du rayon extérieur ou du rayon intérieur, nous aurions soin de le désigner. De ce que nous avons dit (99), on peut déduire que ce rayon doit être, dans tous les cas, 3, 5 fois au moins plus grand que la dimension de la section du courant prise dans le même sens, & qu'en général le rapport de ces deux grandeurs doit être le plus grand possible. Le rapport 3, 5 est le moindre qui puisse regner entre ces deux quantités; & lorsque par les conditions de la question il devra être au-dessous de ce nombre, il vaudra mieux le rendre plus grand en employant un engrénage, à moins que la différence fût peu considérable.

Expression du rayon de la roue à aubes pour faire un nombre donné de révolutions par seconde.

146. Supposons qu'on ait un courant dont la vîtesse absolue $= v$; que ce courant agisse sur une roue & lui imprime un degré de vîtesse qui soit à sa vîtesse absolue $v :: s \,.\, s' + s$. Quel seroit le rayon de la roue pour faire un nombre $= q$ de révolutions par seconde ?

Nommons R le rayon de cette roue, & représentons par c le rapport de la circonférence au rayon. Nous trouverons la circonférence pour le quatrieme terme de la proportion $1 : c :: R : cR$, & sa vîtesse pour le quatrieme de celle-ci ; $s' + s : s :: v : \frac{sv}{s' + s}$. Ce sera l'espace parcouru dans une seconde par le centre d'impression, ou par l'extrémité du rayon moyen R. Mais dans le même temps la roue doit faire un nombre $= q$ de révolutions, c'est-à-dire que le centre d'impression doit parcourir dans le même temps la circonférence cR un nombre de fois $= q$. Donc nous aurons l'équation $\frac{sv}{s' + s} = cq\,R$, de laquelle nous tirerons $R = \frac{s}{s' + s} \cdot \frac{v}{cq}$.

Autre expression du même rayon.

147. Nous avons vu (87) qu'en nommant h' la chûte effective, on avoit dans les fluides définis $v^2 = 140 \frac{B\,h'}{K}$; d'où nous avons $v = \sqrt{140 \frac{B\,h'}{K}}$. Substituons cette expression dans la for-

mule précédente, & nous aurons $R = \frac{s}{s'+s} \cdot \frac{\sqrt{140\,B}}{c\sqrt{K}} \cdot \frac{\sqrt{h'}}{q}$. Mais (23) $B = \frac{8}{9}$; (41) $K = \frac{7}{3}$; $c = \frac{44}{7}$; & (67) pour le plus grand effet $s' = 3$ & $s = 2$. Mettant au lieu de ces lettres leurs valeurs numériques, & faiſant les opérations indiquées, nous trouverons le rayon cherché $R = 0{,}464 \times \frac{\sqrt{h'}}{q}$.

Par exemple, ſuppoſons que la chûte effective h' ſoit de 16 pieds, & que la roue doive faire $\frac{2}{3}$ de révolution dans une ſeconde. En ſubſtituant, on trouvera $R = 0{,}464 \times \frac{4}{\frac{2}{3}} = 2{,}784$ pieds. Ce ſera le rayon moyen de la roue.

Expreſſion du même rayon lorſqu'il y a double engrénage.

148. Suppoſons qu'on eût un double engrénage tel que celui de la fig. 11, & qu'on voulût que le poids π parcourût un nombre de fois $= q$ dans une ſeconde un eſpace égal à la circonférence du tambour autour duquel ſe roule la corde qui le ſoutient.

L'eſpace parcouru par le centre d'impreſſion de la premiere roue ſera, ainſi que dans le cas précédent, $= \frac{s\,v}{s'+s}$. Cette quantité a été repréſentée par u au n. 64, où nous avons trouvé la vîteſſe du poids $= \frac{r\,u}{R} \times \frac{r'}{R'} \times \frac{r''}{R''}$. Par conſéquent cette vîteſſe, dans le cas dont il s'agit ici, ſera $= \frac{r\,r'\,r''}{R\,R'\,R''} \cdot \frac{s\,v}{s'+s}$. La circonférence du tambour ſera $= c\,r''$; & puiſque le poids π doit parcourir un nombre $= q$ de fois dans une ſeconde un eſpace égal à cette circonférence, cet eſpace ſera $= c\,q\,r''$. Egalons-le à la vîteſſe trouvée, & nous aurons $\frac{r\,r'\,r''}{R\,R'\,R''} \cdot \frac{s\,v}{s'+s} = c\,q\,r''$, ou $\frac{r\,r'}{R\,R'\,R''} \cdot \frac{s\,v}{s'+s} = c\,q$; équation qui nous donnera $R = \frac{r\,r'}{R'\,R''} \cdot \frac{s\,v}{s'+s} \cdot \frac{1}{c\,q}$ pour le rayon de la roue à aubes.

Autre expreſſion du même rayon dans le même cas.

149. Subſtituons au lieu de v ſa valeur $\sqrt{140 \cdot \frac{B\,h'}{K}}$, & nous aurons $R = \frac{r\,r'}{R'\,R''} \cdot \frac{s}{s'+s} \cdot \frac{\sqrt{140\,B}}{c\sqrt{K}} \cdot \frac{\sqrt{h'}}{q}$; ou à cauſe que $\frac{s}{s'+s} \cdot \frac{\sqrt{140\,B}}{c\sqrt{K}}$

$= 0{,}464$, ainſi que nous avons vu (147), $R = 0{,}464 \frac{r\,r'}{R'\,R''} \cdot \frac{\sqrt{R'}}{q}$.

150. Il faut remarquer que la ſolution relative aux engrénages ſuppoſe que le nombre de dents d'une roue quelconque, ainſi que celui des fuſeaux d'une lanterne, eſt proportionnel à la circonférence ou au rayon. Cette hypotheſe eſt conforme à la nature des choſes; car il eſt très naturel que le nombre de dents ou de fuſeaux ſoit plus ou moins grand, ſelon que la circonférence ſera plus ou moins étendue. Nous traiterons ailleurs ce ſujet plus au long.

Remarque ſur le nombre de dents des roues & celui des fuſeaux des lanternes.

151. Il y a des machines qui ſont de nature à pouvoir être mues ſans aucun engrénage, par le moyen d'une roue horiſontale ou verticale, mais qui exigent en même temps que cette roue faſſe un nombre donné de révolutions dans un temps connu, & qui ſuppoſent par conſéquent que le courant ait une vîteſſe déterminée. Tels ſont, par exemple, les moulins à bled ſimples, les moulins à poudre, & en général la plupart des machines deſtinées à élever des pilons ou des maillets. L'équation $R = \frac{s}{s'+s} \cdot \frac{v}{c\,q}$ du n. 146, nous fait voir que, toutes choſes égales d'ailleurs, le rayon de la roue eſt proportionnel à la vîteſſe du fluide. Suppoſons que cette vîteſſe diminue, & que néanmoins le courant ait toujours aſſez de force pour produire le même effet; le rayon moyen R de la roue diminuera, & la ſurface de l'aîle, ou plutôt la ſection du courant au point d'impulſion, augmentera fort rapidement (70). Ainſi (145) le rapport du rayon à la dimenſion correſpondante de cette ſection ſera bientôt $< 3{,}5$; & par conſéquent ſi l'on veut conſerver ce rapport & produire le degré de vîteſſe que demande la queſtion, on ſera obligé d'employer un engrénage.

Remarque ſur le rapport du rayon de la roue à la dimenſion correſpondante de la ſection du courant.

152. Déterminons à préſent la chûte au-deſſous de laquelle on pourra employer des engrénages. Nommons m la dépenſe

Expreſſion de la chûte relative au deſſous de laquelle il faut employer des engrénages.

de la fource, λ' la dimenfion felon le rayon prife dans la fection du courant au bas du courfier ; $\frac{1}{n}$ le rapport de cette dimenfion avec la feconde ; γ le moindre rapport du rayon de la roue à la dimenfion correfpondante λ' de la fection (145), & h' la chûte effective. La feconde dimenfion de la fection du fluide fera $= \lambda' n$; la furface de la fection $= \lambda'^2 n$, & (11) la dépenfe $= \lambda'^2 n v = m$. De cette équation nous tirons $\lambda' = \sqrt{\frac{m}{nv}}$. Mais dans le cas extrême nous devons avoir (145 & 151) le rayon moyen de la roue à aubes ou $R = \gamma \lambda' = \gamma \sqrt{\frac{m}{nv}}$. Donc puifque (146) l'on a auffi $R = \frac{s}{s'+s} \cdot \frac{v}{cq}$, nous aurons $\gamma \sqrt{\frac{m}{nv}} = \frac{s}{s'+s} \cdot \frac{v}{cq}$. Cette équation donne $v^3 = \gamma^2 c^2 q^2 \cdot \frac{(s'+s)^2}{s^2} \cdot \frac{m}{n}$. Or (87) le fluide étant défini, nous avons $v^2 = \frac{140\,B\,h'}{K}$, & par conféquent $v^3 = \left(\frac{140\,B}{K}\right)^{\frac{3}{2}} \cdot h'^{\frac{3}{2}}$. Subftituons cette expreffion, & prenons la valeur de h' ; nous aurons $h' = \frac{K}{140\,B} \left(\gamma^2 c^2 q^2 \cdot \frac{m}{n} \cdot \frac{(s'+s)^2}{s^2}\right)^{\frac{2}{3}}$ pour la moindre chûte effective dont on puiffe difpofer en employant des roues fans engrénage, puifque (145) γ eft un *minimum*, ou du moins nous l'avons confidéré fous ce point de vue. Si l'on veut regarder γ comme variable tant au-deffus qu'au-deffous de 3, 5, la valeur qu'on lui donnera déterminera, dans tous les cas, celle de h' ; mais fi on la fuppofe conftante & $= 3, 5$, la valeur correfpondante de h' fera réellement celle de la moindre chûte effective. Par conféquent lorfque la chûte fera plus grande que cette valeur, on pourra, dans l'exécution, faire $\gamma > 3, 5$, & employer des roues fans engrénage ; mais quand la chûte fera moindre, on fuppofera dans l'exécution $\gamma = 3, 5$ & l'on fe fervira d'un engrénage.

Expreffion plus fimple de la même chûte.

153. Donnons à la valeur de h' cette forme $h' = \frac{K}{140\,B} (\gamma^2 c^2 .$

$\frac{\overline{s'+s}^2}{s^2})^{\frac{2}{3}} \times \sqrt[3]{\frac{q^4 m^2}{n^2}}$. La quantité $\frac{K}{140\,B}(\gamma^2 c^2 . \frac{\overline{s'+s}^2}{s^2})^{\frac{2}{3}}$ eſt conſtante. Subſtituons 3, 5 pour γ, & pour les autres quantités les nombres que nous leur avons ſubſtitués au n. 147 : faiſant les opérations indiquées, nous aurons $\frac{K}{140\,B}(\gamma^2 c^2 . \frac{\overline{s'+s}^2}{s^2})^{\frac{2}{3}} = 3,921$. Ainſi la moindre chûte effective dont on puiſſe diſpoſer ſans engrénage eſt $h' = 3,921 \sqrt[3]{\frac{q^4 m^2}{n^2}}$.

Remarque ſur les grandeurs littérales de cette expreſſion.

154. Dans la ſection ſuivante nous ferons voir comment, par la connoiſſance de la dépenſe & de la chûte du courant, on peut déterminer les côtés de la ſection ſelon le rapport qu'on veut. Le nombre de révolutions eſt ordinairement déterminé par la nature même de la machine qu'on emploie, ou plutôt par celle de l'effet qu'on veut produire. Il en eſt de même de la dépenſe de la ſource ; car une machine en général ne pouvant être employée au-deſſous d'une certaine grandeur, la dépenſe de la ſource ne peut pas avoir une valeur arbitraire : mais dans la détermination de la moindre chûte, elle doit être au moins aſſez conſidérable pour mouvoir la moindre machine de l'eſpece propoſée.

Moyen de trouver le débordement d'une roue. Fig. 22.

155. Connoiſſant le rayon de la roue & les dimenſions de la ſection du courant au bas du courſier, on trouvera le débordement de la roue par la méthode ſuivante.

Prenons d'abord la roue horiſontale DFN (*fig.* 22). L'on ajoutera la moitié de la largeur G b' du courſier ABHI au rayon de la roue, & l'on aura C b' (140). On fixera le nombre d'aîles qu'on doit donner à la roue (103), & l'on diviſera 360^d par ce nombre. Le quotient ſera le nombre de degrés de l'arc DF, & la moitié ſera celui de l'arc bF ou de l'angle b'CF. Dans le triangle b'CF on connoîtra les angles en b' & en C & le côté b'C. On aura donc l'hypothénuſe par la proportion : *coſ.* b'CF : *ſin. tot.* : : b'C : CF. Si l'on en retranche C b', on aura le débordement $b'b$.

FIG. 20.

Dans la roue verricale D E F (*fig.* 20.), comme le point g' (133) eft exrrêmemenr proche de G, on fuppofera qu'ils coïncident, & l'on réfoudra la queftion de la même maniere que dans la roue horifontale.

Autre moyen de trouver le débordement d'une roue.
FIG. 22.

156. Dans la pratique, on peur avoir par approximarion ce débordemenr d'une maniere beaucoup plus fimple & fans le fecours des tables de finus. Après avoir dérerminé Cb' (*fig.* 22.) par la méthode du n. 140, on aura fa circonférence en multipliant Cb' par $\frac{44}{7}$. Divifant par le double du nombre d'aîles qu'on veut employer, on aura l'arc $b'f'$ femblable à l'arc bF. Qu'on mene fon finus narurel $f'b''$, & qu'on regarde l'arc $b'f'$ comme confondu avec fa corde; on aura la proportion : $2Cb'$: $b'f'$ :: $b'f'$: $b'b'' = \frac{\overline{b'f'}^2}{2Cb'}$. Certe valeur fera un peu plus grande que celle que doit avoir $b'b''$ confidérée comme finus verfe de l'arc $b'f'$, à caufe que l'arc $b'f'$ eft un peu plus grand que fa corde. Or le finus verfe de l'arc $b'f'$ eft un peu moindre que celui de l'arc bF, ou que le débordement bb'. Donc le débordement de la roue fera affez exactement $= \frac{\overline{b'f'}^2}{2Cb'}$.

Réflexion fur la réfiftance qu'éprouvent les machines en général.

157. Avant de faire l'application des principes précédents au mouvement des machines, on doit remarquer qu'il n'y a point de machine qui ne foir pefanre & qui ne fe rapporre au levier. Le poids des pieces occafionne une preffion, & par conféquent une réfiftance que la force motrice doit vaincre avant d'agir fur le corps qu'il s'agir d'enlever. Cette réfiftance n'eft pas la feule. La machine fe rapporrant au levier, la force morrice ne pourra agir fans un point d'appui. Ce poinr d'appui effuiera une preffion accompagnée d'une réfiftance qui, pour être furmonrée, exigera une nouvelle force, de laquelle naîrra une nouvelle réfiftance; & ainfi de fuite jufqu'à l'infini. Lorfque la machine fera tout-à-fait fimple, ou fort petire, on pourra négliger la plupart de ces téfiftances, & ne s'occuper que du poids à enlever. Mais

on ne pourroit pas se le permettre si la machine étoit tant soit peu composée, ou d'une grandeur assez considérable, à cause qu'alors les résistances se multiplient ou qu'elles augmentent à raison du poids des pieces dont la machine sera composée. Il y a néanmoins un cas où la machine étant simple, mais d'un poids considérable, on peut faire abstraction du frottement : ce sera lorsque le bras de levier de la résistance qui en résultera sera très petit, & que son moment sera beaucoup moindre que celui de la force motrice. Nous allons voir que le calcul d'une machine devient en général fort compliqué, quand on veut tenir compte de tous les éléments qui influent sur la production de l'effet.

Calcul de l'effet produit par la machine de la Fig. 24.

158. Supposons qu'il s'agisse d'enlever un poids Π par le moyen d'une corde qui se roule autour d'un arbre vertical, & par celui d'une roue horisontale EFG (*fig.* 24.) mue par un courant horisontal HL dont on connoît la section & la vîtesse absolue, ou si l'on veut, la dépense & la chûte. Il s'agit de trouver l'équation qui donnera la valeur du poids enlevé Π.

Nommons Π' le poids de la roue & de l'équipage porté par le pivot D; r le rayon A C de l'arbre A B ou du tambour autour duquel se roule la corde qui porte le poids Π, & à la circonférence duquel ce poids est censé agir; R celui de la roue; g celui du pivot D; λ la section du courant H L ou la surface de l'aube qu'on doit employer dans le calcul (130); v la vîtesse du courant, & n la pression divisée par la résistance du frottement ou le rapport de ces deux grandeurs. Suivant ce que nous avons dit (60), concevons la vitesse du fluide décomposée en deux parties qui soient entre elles :: s' : s, dont la premiere répondra à une force $=$ F uniquement employée à faire équilibre aux résistances, & la seconde à une autre force $= f$ qui agit sur la machine comme sur un systême libre. Puisque le centre du mouvement est dans l'axe A B, rapportons à cette ligne les moments de toutes les résistances, ainsi que celui de la puis-

ſance F qui leur fera équilibre. Nous trouverons par ce moyen l'équation d'où nous pourrons tirer la valeur de Π. Nous ferons abſtraction de la peſanteur & de la roideur de la corde qui porte le poids, ainſi que de ſon frottement ſur la poulie de renvoi M.

Le moment du poids Π eſt $\Pi \times AC = \Pi\, r$. Le poids Π' de l'équipage de la roue eſt porté ſur un cercle qui ſert de baſe au pivot D. Donc il y occaſionnera une preſſion $= \Pi'$, & conſéquemment une réſiſtance $= \frac{\Pi'}{n}$. Comme le centre de gravité d'un triangle ſe trouve aux $\frac{2}{3}$ de la ligne tirée de ſon ſommet au milieu de la baſe, celui d'un ſecteur élémentaire quelconque ſera aux $\frac{2}{3}$ du rayon ; & puiſque cette diſtance ſera la même pour tous les ſecteurs qui compoſent le cercle, le bras de levier moyen de la réſiſtance du frottement ſur le fond de la crapaudine ſera $= \frac{2}{3} g$; & ſon moment $= \frac{2}{3} \cdot \frac{\Pi' g}{n}$. La force F étant appliquée aux aîles de la roue, ſon moment ſera $= FR$. Ainſi s'il n'y avoit pas d'autre réſiſtance, on auroit $FR = \Pi\, r + \frac{2}{3} \cdot \frac{\Pi' g}{n}$, & par conſéquent $F = \frac{\Pi\, r}{R} + \frac{2}{3} \cdot \frac{\Pi' g}{R\, m}$. Mais nous allons voir qu'il y en a d'autres à vaincre. Faiſons donc $\frac{\Pi\, r}{R} + \frac{2}{3}\, \frac{\Pi' g}{R\, n} = f'$.

Cette force f' qui tend à mouvoir la machine, agit conjointement avec la force f contre le pivot D, & le pouſſe vers les côtés de la crapaudine. Le pivot s'en approchera réellement lorſque la ſomme de ces deux forces ſera plus grande que la réſiſtance du frottement ſur le fond, laquelle, n'agiſſant plus circulairement à cet égard, puiſque les deux forces f' & f ſont cenſées agir ſur le centre de la machine, ſera pour lors $= \frac{\Pi'}{n}$. La preſſion latérale du pivot contre les côtés de la crapaudine ſera donc $= f' + f - \frac{\Pi'}{n} = \varphi$, pour ſimplifier.

Cette preſſion occaſionne une réſiſtance $= \frac{\varphi}{n}$ dont le moment

ment eſt $= \frac{\varphi g}{n}$, & qui doit être vaincue pat une force appliquée aux aîles G & $= \frac{\varphi g}{Rn}$.

Cette premiere force produit une ſeconde preſſion latérale $= \frac{\varphi g}{Rn}$, & une réſiſtance $= \frac{\varphi g}{R\,n^2}$, qui, pour être vaincue, exigera aux aîles une ſeconde force $= \frac{\varphi g^2}{R^2\,n^2}$.

Cette ſeconde fotce fera naître une troiſieme preſſion latérale ſuivie d'une téſiſtance $= \frac{\varphi g^2}{R^2\,n^3}$ qui ſera ſurmontée par une troiſieme force aux aîles G $= \frac{\varphi g^3}{R^3\,n^3}$; & ainſi de ſuite à l'infini.

Ces forces formeront donc la ſuite décroiſſante à l'infini $\div\!\!:$ $\frac{\varphi g}{Rn} : \frac{\varphi g^2}{R^2\,n^2} : \frac{\varphi g^3}{R^3\,n^3} \cdots\cdot \varphi \times \frac{1}{\infty}$; ou, ſi l'on veut, $\frac{\varphi g}{Rn} \times$ ($\div\!\!:$ $1 : \frac{g}{Rn} : \frac{g^2}{R^2\,n^2} : \frac{g^3}{R^3\,n^3} \cdots\cdot \frac{1}{\infty}$); dont la ſomme $= \varphi \times \frac{g}{Rn - g}$.

Ainſi les forces qui agiront aux aîles pour ſurmonter les obſtacles ſeront f' & $\varphi \times \frac{g}{Rn-g}$. Mais la ſomme de ces deux forces doit être $=$ F. Donc nous aurons l'équation $F = f' + \varphi \times \frac{g}{Rn-g}$; ou en ſubſtituant au lieu de φ ſa valeur, $F = \frac{1}{Rn - g} \times (Rnf' + g\,.\,\overline{f - \frac{\Pi'}{n}})$. Mais (47) $F = \frac{s'^2}{\overline{s'+s}^2} . K\lambda v^2$, & puiſque $s'^2 : s^2 :: F : f$, on tirera auſſi $f = \frac{s^2}{\overline{s'+s}^2} . K\lambda v^2$. Subſtituons au lieu de F, f, & f' leurs valeurs, & tranſportons tous les termes dans un membre; nous aurons l'équation demandée $Rn\left(\frac{\Pi r}{R} + \frac{2}{3}\frac{\Pi' g}{n}\right) + \frac{s'^2}{\overline{s'+s}^2} . K\lambda v^2 (g\,.\,\overline{1 + \frac{s^2}{s'^2}} - Rn) - \frac{g\,\Pi'}{n} = 0$, de laquelle nous tirerons $\Pi = \frac{1}{nr}\,[g\,\Pi'\,.\,\overline{1 - \frac{2}{3}R} - \frac{s'^2}{\overline{s'+s}^2} . K\lambda v^2 (g\,.\,\overline{1 + \frac{s^2}{s'^2}} - Rn)]$ pour la valeur du poids enlevé.

159. Pour rendre la ſolution plus utile, ſuppoſons qu'on Formule plus générale du même effet.

M

veuille que la roue faſſe dans une ſeconde un nombre $= q$ de révolutions. On prendra (146) la valeur de R qui eſt $= \frac{s}{s'+s} \cdot \frac{v}{cq}$; & en la ſubſtituant dans la formule précédente, on aura $\Pi = \frac{1}{nr}[g\Pi' . \overline{1 - \frac{2}{3} . \frac{s}{s'+s} . \frac{v}{cq}} - \frac{s'^2}{\overline{s'+s}^2} . K\lambda v^2 (g . \overline{1 + \frac{s^2}{s'^2}} - \frac{s}{s'+s} . \frac{nv}{cq})]$.

Comment on peut faire entrer dans cette formule la dépenſe & la chûte du courant.

160. On pourroit encore, au lieu de la ſection & de la vîteſſe du courant, faire entrer dans l'équation ſa dépenſe & ſa chûte. Car, en nommant m la dépenſe, & h' la chûte, (11) on a $\lambda v = m$, & (87) $v^2 = \frac{140\ B\ h'}{K}$, d'où l'on tire $v = \sqrt{\frac{140\ B\ h'}{K}}$.

Premiere formule du même effet ſimplifiée.
Fig. 24.

161. L'on voit par l'examen de l'effet de cette machine la confirmation de ce que nous avons dit (157), que, quelque ſimple que ſoit une machine, le calcul en devient fort compliqué quand tous les éléments y entrent. Cependant il eſt bon d'obſerver que, s'il n'y a pas d'autre réſiſtance étrangere au poids Π que celle qui s'exerce ſur le fond & contre les bords de la crapaudine, on peut, dans la pratique, ſans craindre d'erreur conſidérable, ſuppoſer le frottement nul, à cauſe que l'arbre étant vertical, le pivot peut être d'un diametre très petit, & que d'ailleurs on fera bien d'en arrondir la partie inférieure, ou même de lui donner la forme d'un cône tronqué renverſé, comme on voit dans la fig. 62. Faiſons donc $n = \infty$, la formule du n. 159 deviendra $\Pi = \frac{K\lambda}{cqr} . v^3 . \frac{s'^2 s}{\overline{s'+s}^2}$, expreſſion bien plus ſimple que la précédente.

Seconde formule du même effet ſimplifiée.
Fig. 24.

162. Puiſque (160) nous avons $\lambda v = m$ & $v^2 = \frac{140\ B\ h'}{K}$, en ſubſtituant ces deux quantités dans la formule ſimplifiée, nous aurons $\Pi = \frac{140\ B}{c} . \frac{s'^2 s}{\overline{s'+s}^2} . \frac{h'\ m}{qr}$. Mais la quantite $\frac{140\ B}{c} . \frac{s'^2 s}{\overline{s'+s}^2}$, eſt conſtante, &, en ſubſtituant les valeurs numériques qui con-

viennent aux grandeurs littérales qui la composent (147), elle se réduit à 2,85. Donc $\Pi = 2,85 \cdot \frac{k'm}{qr}$.

163. Les formules des n. 146 & 147 donnent la valeur du rayon de la roue pour qu'elle fasse un nombre $= q$ de révolutions par seconde. On a donc tout ce qu'il faut pour construire une machine de cette forme qui produise le plus grand effet possible, & pour trouver la valeur de cet effet.

Roues horisontales placées sur des rivieres.

164. Lorsque ces roues sont placées sur des rivieres, elles sont entièrement plongées dans l'eau, & leurs ailes sont mobiles autour d'une charniere. Mais nous renvoyons leur examen à un autre ouvrage. Nous nous contenterons ici de les supposer toujours placées sur des coursiers inclinés.

Calcul de l'effet produit par la machine de la Fig. 25.

165. Supposons que la roue à aubes doive être verticale comme dans la figure 25. Nommons encore le rayon de la roue à aubes, c'est-à-dire FG, R; celui (EC) de l'arbre autour duquel la corde se roule, ou à la circonférence duquel le poids agit, r; celui des tourrillons H, g; le poids à enlever Π; celui de l'arbre EF & de son équipage Π', & le rapport de la pression à la résistance du frottement n. Le moment du poids à enlever sera $= \Pi r$, & celui de la résistance produite par le frottement des tourrillons sur les coussinets sera $= \frac{\Pi' + \Pi}{n} \times g$. S'il n'y avoit pas d'autre résistance, la force en G nécessaire pour les vaincre seroit $= \frac{\Pi' + \Pi}{n} \times \frac{g}{R} + \frac{\Pi r}{R} = f$. Mais il y a encore les résistances produites par la pression latérale des tourrillons, qu'il faut évaluer. Pour nous en former une idée juste, suivons l'action du fluide sur la roue à aubes GL.

Fig. 26.

Que le cercle dont M (*fig.* 26.) est le centre, représente la section d'un des tourrillons. Supppofons que la figure du coussinet soit représentée par QPO, & que PQ soit la face contre laquelle le courant tend à pousser l'équipage. Soit S le centre d'impulsion de l'aube. La pression en N sera $= \Pi' + \Pi$. La

résistance à vaincre pour faire avancer le tourrillon de N vers P sera $= \frac{n'+n}{n}$, & la force nécessaire en S pour vaincre le frottement en N, & mettre le point S en état de se mouvoir dans l'arc ST sera $= \frac{n'+n}{n} \times \frac{MN}{MS} = \frac{n'+n}{n} \times \frac{g}{R}$ (en conservant les dénominations de la figure 25). Mais cette force appliquée en S pour faire tourner l'équipage autour de M, ne peut occasionner aucun mouvement de translation de N vers P, parceque, s'il devoit y avoir un transport en vertu du mouvement circulaire, à cause du frottement, ce transport se feroit plutôt vers O que vers P. Ainsi la résistance $\frac{n'+n}{n}$ qui s'oppose au transport du tourrillon de N vers P, doit être considérée comme indépendante du mouvement circulaire, & par conséquent pour avoir la pression sur PQ, il faut diminuer de la quantité $\frac{n'+n}{n}$ la somme des forces qui poussent le systême dans la direction NP.

Fig. 25. Cette observation faite, revenons à la fig. 25. Les deux forces f' & f dont la premiere surmonte les premiers obstacles, & la seconde donne le mouvement (158), ne peuvent agir sur la machine sans pousser l'arbre en avant, & sans produire sur la force opposée des coussinets une pression latérale qui feroit $= f' + f$, si rien ne s'y opposoit. Mais la pression verticale empêche ce transport avec une énergie $= \frac{n'+n}{n}$. Donc la pression latérale sera seulement $= f' + f - \frac{n'+n}{n} = \varphi$ pour abréger.

Cette pression produit aux tourrillons un frottement latéral $= \frac{\varphi}{n}$ qui sera vaincue par une force en G $= \frac{\varphi g}{Rn}$.

Cette premiere force ne peut agir sans produire aux tourrillons H une pareille pression latérale & un frottement $= \frac{\varphi g}{R n^2}$ qui sera détruit par une seconde force en G laquelle sera $= \frac{\varphi g^2}{R^2 n^2}$.

La ſeconde force en G produira aux tourrillons H une troiſieme réſiſtance latérale $= \frac{\varphi g^2}{R^2 n^2}$, laquelle ſera détruite par une troiſieme force en G $= \frac{\varphi g^3}{R^3 n^3}$; & ainſi de ſuite à l'infini. Les forces néceſſaires en G pour vaincre les réſiſtances latérales qui s'exercent aux tourrillons formeront la ſuite infinie $\frac{\varphi g}{Rn} \times (\div 1 : \frac{g}{Rn} : \frac{g^2}{R^2 n^2} \cdots \frac{1}{\infty})$, dont la ſomme $= \varphi \cdot \frac{g}{Rn - g}$.

Ainſi l'équation qui exprimera l'effet de cette machine ſera $F = \frac{\Pi' + \Pi}{n} \times \frac{g}{R} + \frac{\Pi r}{R} + \varphi \cdot \frac{g}{Rn-g}$. Subſtituons la valeur de φ, ainſi que celle de F tirée du n. 47, & celle de $f = F \times \frac{s^2}{s'^2}$, & tranſpoſons tous les termes dans un membre, nous aurons :

$$\frac{\Pi' g}{n}\left(\frac{1}{R} - \frac{1}{Rn-g} \times \overline{\frac{g}{R} - 1}\right) + \Pi\left(\frac{g}{Rn} + \frac{rn}{Rn-g} + \frac{1}{n} \times \overline{\frac{g}{R} - 1} \times \frac{g}{Rn-g}\right)$$

$$- K\lambda v^2 \times \frac{s'^2}{s'+s} \times \left(1 - \frac{s^2}{s'^2} \cdot \frac{g}{Rn-g}\right) = 0,$$ équation qui nous donnera le poids enlevé

$$\Pi = \frac{K\lambda v^2 \cdot \frac{s'^2}{s'+s}\left(1 - \frac{s^2}{s'^2} \cdot \frac{g}{Rn-g}\right) - \frac{\Pi' g}{n}\left(\frac{1}{R} - \frac{1}{Rn-g} \cdot \overline{\frac{g}{R} - 1}\right)}{\frac{g}{Rn} + \frac{rn}{Rn-g} + \frac{1}{n} \times \overline{\frac{g}{R} - 1} \times \frac{g}{Rn-g}}.$$

On peut, ſi l'on veut, faire entrer dans cette expreſſion la dépenſe & la chûte du courant (160). Si l'on veut la rendre plus générale, on ſuppoſera que la roue doit faire un nombre $= q$ de révolutions par ſeconde, & l'on ſubſtituera la valeur de R priſe dans le n. 146 ou 147.

Formule du même effet ſimplifiée Fig. 25.

166. La premiere preſſion latérale qui s'exerce aux tourrillons eſt, comme nous avons vu, $\varphi = f' + f - \frac{\Pi' + \Pi}{n}$. Mais dans cette expreſſion, pour peu que le poids à enlever Π ou celui de l'arbre Π' ſoit conſidérable, la quantité $\frac{\Pi' + \Pi}{n}$ étant négative, détruira entièrement l'effet des forces f' & f, ou du moins elle le diminuera aſſez pour pouvoir regarder comme nulle la preſſion

latérale. Donc dans la pratique nous pouvons ſuppoſer $\varphi = 0$, ce qui réduit l'équation à $F = \frac{\Pi' + \Pi}{n} \times \frac{g}{K} + \frac{\Pi r}{R}$. Subſtituant pour F ſa valeur (47), & tranſpoſant tous les termes dans un membre, on aura : $\Pi \left(r + \frac{g}{n} \right) + \frac{\Pi' g}{n} - \frac{s'^2}{s'+s} . RK\lambda v^2 = 0$;

d'où l'on tirera $\Pi = \frac{\frac{s'^2}{s'+s} . RK\lambda v^2 - \frac{\Pi' g}{n}}{r + \frac{g}{n}}$.

Formule du même effet, évaluée par approximation lorſque la machine eſt placée ſur un courſier incliné.
Fig. 25.

167. Nommons m la dépenſe du courant, & h' ſa chûte relative. Nous aurons (11) $\lambda v = m$, & (87) $v = \sqrt{\frac{140\ B h'}{K}}$. Subſtituons ces grandeurs dans la formule précédente, & au lieu des quantités littérales connues B, K', s' & s, mettons leurs valeurs numériques mentionnées au n. 147. Quant à n, nous la ſuppoſerons $= 3$. Après avoir fait les opérations néceſſaires, nous trouverons $\Pi = \frac{6{,}134\ R m \sqrt{h'} - \frac{1}{3}\ \Pi' g}{r + \frac{1}{3} g}$. Joignons à cette formule celle du n 147, & nous aurons tout ce qu'il faut avoir pour conſtruire une machine pareille à celle de la fig. 25, qui, placée ſur un courſier incliné, produiſe le plus grand effet poſſible, & pour déterminer ce même effet par approximation.

Ce qu'il faut obſerver quand on doit placer une machine ſur une riviere.

168. Quand on a à placer une machine ſur une riviere, on meſure d'abord la viteſſe des eaux de la ſuperficie par la méthode du n. 120, & par la formule du n. 121, on détermine la vîteſſe moyenne d'après laquelle l'impulſion eſt cenſée ſe faire. Cette viteſſe eſt, comme nous avons dit (111), celle du filet qui répond au milieu de la hauteur de l'aîle. Une fois déterminée, il ſeroit déſavantageux de la faire diſparoître des équations pour lui ſubſtituer d'autres quantités, puiſque les formules n'en deviendroient que plus compliquées. Ainſi, en pareils cas, il faudra prendre les équations telles que nous les avons trouvées, ſans y faire entrer ni la dépenſe ni la chûte du cou-

rant, regardant la quantité v comme la vîtesse moyenne. On aura seulement soin de donner à K la valeur qui lui convient. Ce sera $\frac{7}{5}$ quand on emploiera des coursiers, & $\frac{7}{6}$ lorsqu'on n'en emploiera point (41). Dans ce dernier cas nous supposons que le fluide est parfaitement indéfini. Sans cette condition il seroit impossible de trouver la vraie valeur de l'impulsion (35).

169. Suivant ce que nous venons de dire, prenons les formules des n. 146 & 166, & substituons des nombres au lieu des quantités littérales constantes. La premiere deviendra $R = \frac{7}{110} \cdot \frac{v}{q}$; & la seconde $\Pi = \frac{K \cdot \frac{9}{11} R \lambda v^2 - \frac{1}{2} \Pi' g}{r + \frac{1}{2} g}$. Par le moyen de ces deux équations nous pourrons construire sur une riviere une machine qui produise le plus grand effet possible, & connoître cet effet par approximation.

Calcul par approximation de l'effet précédent lorsque la machine est placée sur une riviere.
FIG. 25.

170. Les exemples que nous venons de rapporter suffisent pour faire voir comment on doit se conduire dans le calcul de l'effet d'une machine simple à roue horisontale ou verticale. Il nous reste à faire voir comment on doit calculer celui d'une machine à engrénage. Comme il seroit trop long de parcourir successivement toutes les machines de cette espece, nous nous contenterons d'en choisir deux à un seul engrénage. Dans la premiere l'arbre sur lequel le poids agira sera vertical, & il sera horisontal dans la seconde. Le procédé que nous suivrons indiquera la maniere de faire le calcul de celles qui seront plus compliquées, & dont la seconde partie nous fournira des exemples.

171. *Lemme.* Un levier A B (*fig.* 27.) dont le point d'appui est en C, étant donné avec un poids P suspendu à l'une de ses extrémités, trouver la position la plus désavantageuse d'un levier A G qui en souleve l'autre extrémité A.

Quelle est la position la plus désavantageuse d'un levier qui en souleve un autre.
FIG. 27.

Solution. Elevons la perpendiculaire AD, & faisons-la $= P \times \frac{BC}{AC}$. Elle représentera la pression en ce point : & puisque le point A du levier A G doit se mouvoir de A vers E, il éprouvera

dans cette direction une résistance égale à une partie de A D.

Prenons donc $AE = \frac{AD}{n}$, & achevons le parallélogramme E D ; la diagonale A F exprimera la résistance totale. Or dans la position la plus désavantageuse au levier, cette résistance doit agir perpendiculairement. Donc la position la plus désavantageuse est celle où l'angle F A G est droit. Dans toute autre position, la résistance agissant obliquement, sera moindre. L'angle E A G = F A D. Or on connoîtra le second par la proportion A D : D F : : *sin. tot.* : *tang.* F A D. Donc on connoîtra aussi le premier.

La proportion *sin. tot.* : *sec.* D A F : : A D : A F fait connoître la résistance totale $= AD \times \frac{sec.\ DAF}{sin.\ tot.}$. Mais $\frac{sec.\ DAF}{sin.\ tot.}$ est une quantité qu'on peut regarder comme constante. Représentons-la par p, & nous aurons la plus forte résistance $= p \times AD$.

Valeur de la résistance dans cette position. Fig. 27.

172. Dans les machines composées l'engrénage des parties n'est autre chose que des leviers qui agissent les uns sur les autres sous des angles variables. Mais lorsqu'on fait le calcul des résistances, & que ces résistances varient, il faut avoir soin de prendre la résistance totale dans son *maximum*. Donc dans les calculs des machines à engrénages, après avoir pris l'expression de la résistance considérée sans frottement, il faudra la multiplier par p aux endroits où il y aura engrénage. Quant à la valeur de p, on la déterminera par la connoissance de $\frac{AF}{AD}$, ou plutôt par celle du rapport de A D à A E ; rapport qui dépend de la nature des matériaux qu'on emploiera & du degré de poli qu'on leur donnera. Par exemple, si l'on donne aux surfaces tout le poli dont elles sont susceptibles, & que la résistance du frottement soit le tiers de la pression, ce qui est un des cas les plus ordinaires, on trouvera, à peu de choses près, $p = \frac{19}{18}$.

Calcul de l'effet produit par la machine de la Fig. 28.

173. Supposons qu'il soit question d'enlever le poids Π par le moyen d'une roue verticale G N L (*fig.* 28.) dont les dents du rouet

rouet engrenent les fuſeaux de la lanterne CQ, & font tourner l'arbre vertical AC autour duquel ſe roule la corde AM qui ſoutient le poids. Il faut trouver l'équation qui exprime l'effet de cette machine.

Nous ferons toujours abſtraction de la roideur & du poids de la corde, ainſi que du frottement occaſionné par la poulie de renvoi. Nommons Π' le poids de l'arbre vertical AC & de ſon équipage, Π'' celui de l'arbre horiſontal NE & de ſes dépendances, R le rayon CQ de la lanterne, r celui de l'arbre AC ou du tambour autour duquel la corde ſe roule, R' le rayon NG de la roue verticale, r' celui (EQ) de ſon rouet, g le rayon du pivot D, g' celui du tourillon H, n le rapport de la preſſion au frottement, λ la ſurface choquée, ou plutôt (130) la ſection du courant au point d'impulſion conſidéré ſans choc & ſans remoux, & v la vîteſſe abſolue du même courant. Concevons encore cette vîteſſe décompoſée en deux parties qui ſoient entre elles :: s' : s, dont la premiere réponde à la force F entièrement deſtinée à vaincre les réſiſtances & à mettre la machine en état d'obéir librement à une autre force f correſpondante à la ſeconde de ces deux quantités. AC étant un des axes du mouvement, rapportons-y les moments des poids Π & Π'. En raiſonnant ainſi que nous avons fait (158), nous trouverons le moment du poids $\Pi = \Pi r$, & celui du frottement du pivot D entre le fond de la crapaudine $= \frac{2}{3}\frac{\Pi' g}{n}$. Ces deux réſiſtances rapportées aux fuſeaux Q de la lanterne donneront une force $= \frac{\Pi r + \frac{2}{3}\frac{\Pi' g}{n}}{R}$. Donc (172), à cauſe du frottement de l'engrénage, il y aura à vaincre aux dents du rouet une réſiſtance $= \frac{p}{R}\left(\Pi r + \frac{2}{3}\frac{\Pi' g}{n}\right)$. Pour abréger, faiſons-la $= f'$.

La force qui agira en Q pour vaincre cette réſiſtance, & qui lui ſera égale, doit, conjointement avec la force f qui agit en

G, & qui exerce librement ſon action ſur toutes les parties de la machine, pouſſer l'équipage AC & preſſer le pivot D contre les côtés de la crapaudine. La force f rapportée en Q y agit avec une intenſité $= \frac{R'f}{r'}$. Ainſi le pivot D preſſeroit les côtés de la crapaudine avec une force $= f' + \frac{R'f}{r'}$. Mais le frottement du pivot contre le fond, & dont la réſiſtance eſt $= \frac{\Pi'}{n}$ s'y oppoſe avec une pareille force. Donc la preſſion latérale du pivot ſera ſeulement $= f' + \frac{R'f}{r'} - \frac{\Pi'}{n}$. Repréſentons-la par φ.

Cette preſſion produira ſur les côtés de la crapaudine une réſiſtance $= \frac{\varphi}{n}$, qui, à cauſe du frottement de l'engrénage, ne ſera vaincue que par une force appliquée aux dents du rouet & $= \frac{\varphi g p}{R n}$.

Cette premiere force produira contre les côtés de la crapaudine une nouvelle réſiſtance $= \frac{\varphi g p}{R n^2}$ qui exigera aux dents Q du rouet une ſeconde force $= \frac{\varphi g^2 p^2}{R^2 n^2}$.

Cette ſeconde force fera naître contre les côtés de la crapaudine une troiſieme réſiſtance $= \frac{\varphi g^2 p^2}{R^2 n^3}$, qui, pour être vaincue, exigera aux dents Q du rouet une troiſieme force $= \frac{\varphi g^3 p^3}{R^3 n^3}$, & ainſi de ſuite à l'infini.

De ſorte que les forces néceſſaires aux dents Q du rouet, pour vaincre les réſiſtances latérales du pivot D, formeront la ſuite infinie $\frac{\varphi g p}{R n} \times (\div 1 : \frac{g p}{R n} : \frac{g^2 p^2}{R^2 n^2} \cdots \frac{1}{\infty})$ dont la ſomme $= \varphi \cdot \frac{g p}{R n - g p}$.

Les forces néceſſaires aux dents Q du rouet, pour vaincre les réſiſtances du poids Π & des frottements, ſeront donc $= f' + \varphi \cdot \frac{g p}{R n - g p}$. Faiſons cette ſomme $= \varphi'$.

Pour faire équilibre à la force φ', il faudra appliquer en G une force $= \frac{\varphi' r'}{R'}$. Ces deux forces φ' & $\frac{\varphi' r'}{R'}$ étant en équilibre, on doit considérer les rayons de la roue & du rouet, à l'extrémité desquels elles agissent, comme composant ensemble un levier vertical dont le point d'appui est en H sur le côté du coussinet, & dont les bras sont pressés par deux puissances φ' & $\frac{\varphi' r'}{R'}$. D'ailleurs la force f agissant sur la machine comme sur un systême libre, pousse latéralement les tourrillons H de la même maniere que si elle étoit appliquée au centre. Donc il s'exercera aux tourrillons une pression latérale $= \varphi' . \frac{R' + r'}{R'} + f - \frac{\Pi''}{n}$. Faisons-la $= \varphi''$.

* Cette pression produira sur la face latérale du coussinet une résistance $= \frac{\varphi''}{n}$, & qui, pour être vaincue, exigera en G une force $= \frac{\varphi'' g'}{R' n}$.

Cette premiere force produit en H une seconde résistance latérale $= \frac{\varphi'' g'}{R' n^2}$ qui sera vaincue par une seconde force en G $= \frac{\varphi'' g'^2}{R'^2 n^2}$.

Cette seconde force produit en H une troisieme résistance latérale $= \frac{\varphi'' g'^2}{R'^2 n^3}$ qui sera détruite par une troisieme force en G $= \frac{\varphi'' g'^3}{R'^3 n^3}$; & ainsi de suite jusqu'à l'infini.

Les forces nécessaires en G, pour vaincre les frottements latéraux en H, formeront donc la suite infinie $\frac{\varphi'' g'}{R' n} \times (\div 1 : \frac{g'}{R' n} : \frac{g'^2}{R'^2 n^2} \cdots\cdots \frac{1}{\infty})$, dont la somme est $= \varphi'' . \frac{g'}{R' n - g'}$.

Mais le poids de l'arbre horisontal presse le fond du coussinet avec une force $= \Pi''$, & s'oppose au mouvement de rotation avec une force $= \frac{\Pi''}{n}$. Donc, pour la vaincre, il faudra en

G une nouvelle force $= \frac{\Pi'' g'}{R' n}$, laquelle, ſelon la remarque que nous avons faite au n. 165 ſur la figure 26, ne tendra qu'à faire tourner l'équipage ſans lui procurer un mouvement de tranſlation en avant. Ainſi, pour vaincre tous les obſtacles, il faudra appliquer trois forces en G. La premiere $= \frac{\Pi'' g'}{R' n}$, ſurmontera le frottement de rotation aux tourrillons H. La ſeconde $= \frac{\varphi' r'}{R'}$, vaincra la réſiſtance φ' qui s'exerce aux dents Q du rouet; & la troiſieme $= \varphi'' . \frac{g'}{R' n - g'}$ détruira les réſiſtances latérales qui naîtront aux tourrillons. Et puiſque F eſt la force qui ſurmonte tous les obſtacles, nous aurons l'équation : $F = \frac{\Pi'' g'}{R' n} + \frac{\varphi' r'}{R'} + \varphi'' \times \frac{g'}{R' n - g'}$. Rappellons-nous à préſent que nous avons $\varphi'' = \varphi' . \frac{R' + r'}{R'} + f - \frac{\Pi''}{n}$; $\varphi' = f' + \varphi . \frac{g p}{R n - g p}$; $\varphi = f' + \frac{R' f}{r'} - \frac{\Pi'}{n}$; $f' = \frac{p}{R} \left(\Pi r + \frac{2}{3} \frac{\Pi' g}{n} \right)$; $F = \frac{s'^2}{\overline{s' + s}^2} \times K \lambda v^2$, & $f = F \times \frac{s^2}{s'^2} = \frac{s^2}{\overline{s' + s}^2} \times K \lambda v^2$. Après avoir tranſpoſé tous les termes dans un membre, ſubſtitué & réduit, nous trouverons la formule : $\frac{\Pi'' g'}{n} \left(\frac{1}{R'} - \frac{1}{R' n - g'} \right) + K \lambda v^2 \times \frac{s^2}{\overline{s' + s}^2} \times \left(\frac{g'}{R' n - g'} - \frac{s'^2}{s^2} \right) + \frac{p}{R n - g p} \times \left(\frac{r'}{R'} + \frac{R' + r'}{R'} . \frac{g'}{R' n - g'} \right) \times \left(\Pi n r + \frac{2}{3} \Pi' g + g \times \overline{\frac{R'}{r'} . K \lambda v^2 . \frac{s^2}{\overline{s' + s}^2} - \frac{\Pi'}{n}} \right) = 0$; de laquelle nous tirerons la valeur du poids enlevé, ou $\Pi =$ . . . .

$$\frac{\frac{\Pi'' g'}{n} \left(\frac{1}{R' n - g'} - \frac{1}{R'} \right) + K \lambda v^2 \times \frac{s^2}{\overline{s' + s}^2} \times \left(\frac{s'^2}{s^2} - \frac{g'}{R' n - g'} \right)}{\frac{n r p}{R n - g p} \left(\frac{r'}{R'} + \frac{R' + r'}{R'} . \frac{g'}{R' n - g'} \right)} - \frac{2}{3} \frac{\Pi' g}{n r} - \frac{g}{n r} \times \left(\frac{R'}{r'} . K \lambda v^2 . \frac{s^2}{\overline{s' + s}^2} - \frac{\Pi'}{n} \right).$$

Cette formule eſt applicable à tous les cas, ſoit que la machine

ſoit placée ſur un courſier incliné, ſoit qu'elle ſoit conſtruite ſur une riviere. Dans le premier cas on fera $\lambda v = m$ & $v = \sqrt{\frac{140\ B\ h'}{K}}$. Cette expreſſion eſt des plus compliquées & des moins commodes dans la pratique. Tâchons donc de la ſimplifier; mais auparavant cherchons l'équation qui exprime le rapport entre la viteſſe ou la chûte du fluide & les rayons des différentes pieces de la machine, afin qu'elle faſſe un nombre donné de révolutions dans un temps connu.

174. Suppoſons que le poids doive parcourir dans une ſeconde un nombre $= q$ de fois la circonférence du tambour ou de l'arbre autour duquel ſe roule la corde qui le ſoutient. En ſuivant la méthode du n. 64, nous trouverons que l'eſpace parcouru dans une ſeconde par le point G ſera $= \frac{sv}{s'+s}$, & celui qui ſera parcouru dans le même temps par les dents du rouet $= \frac{r'}{R'} \times \frac{sv}{s'+s}$. Repréſentons toujours par c le rapport de la circonférence au rayon. La circonférence de la lanterne ſera $= cR$; & puiſque l'arbre qui la porte doit faire q révolutions dans une ſeconde, cette circonférence multipliée par q donnera un eſpace égal à celui qui aura été parcouru par les dents du rouet, c'eſt-à-dire que nous aurons l'équation: $\frac{r'}{R'} \cdot \frac{sv}{s'+s} = cqR$; ou en mettant pour v ſa valeur $\sqrt{\frac{140\ B\ h'}{K}}$, $\frac{r'}{R'} \cdot \frac{s}{s'+s} \cdot \sqrt{\frac{140\ B}{K}} \cdot \sqrt{h'} = cqR$.

Quelle eſt la relation entre les rayons des différentes pieces de la machine, & la viteſſe ou la chûte du fluide.
Fig. 18.

175. Puiſque dans la pratique il ſuffit d'obtenir un certain degré d'approximation, nous pourrons ſimplifier la formule du n. 173 en négligeant les moindres réſiſtances, ainſi que nous avons déjà fait aux n. 161 & 166. Ainſi les frottements du pivot D, tant contre le fond que contre les côtés de la crapaudine, étant très petits, & pouvant encore être diminués par la figure conique de la partie inférieure, on peut les ſuppoſer

Simplification de la formule du n. 173.
Fig. 18.

nuls. Quant à ceux des tourrillons, on prendra le frottement produit par le poids de l'arbre horifontal, & le premier terme feulement de la férie des frottements latéraux; ce qui rendra $f' = \frac{pr}{R} \times \Pi$; $\varphi = 0$; $\varphi' = f'$; & $\varphi'' = f' . \frac{R' + r'}{R'} + f - \frac{n''}{n}$. Pour lors l'équation primitive devient $F = \frac{n'' g'}{R' n} + f' \cdot \frac{r'}{R'} + \frac{g'}{R' n} \times \left(f' . \frac{R' + r'}{R'} + f - \frac{n''}{n}\right)$. Dans cette équation le dernier terme réfulte du frottement latéral, & il pourroit être entièrement négligé, à caufe que la quantité négative $\frac{n''}{n}$ eft ordinairement affez confidérable. Nous pouvons donc au moins fuppofer qu'il fe réduit à $\frac{g'}{R' n} \times \left(f' . \frac{r'}{R'} + f - \frac{n''}{n}\right)$. Subftituons & tranfportons tous les termes dans un membre; l'équation deviendra $\frac{n'' g'}{R' n} . \frac{n - 1}{n} + \frac{s^2}{s' + s} . K \lambda v^2 \left(\frac{g'}{R' n} - \frac{s'^2}{s^2}\right) + \frac{r'}{R'}\left(1 + \frac{g'}{R' n}\right)\frac{pr\Pi}{R} = 0$. Mais la premiere équation du n. 174 donne $\frac{r'}{R'} = \frac{s' + s}{s} . \frac{cqR}{v}$. Subftituons cette valeur, & nous aurons : $\frac{n'' g'}{R' n} . \frac{n - 1}{n} . v + \frac{s' + s}{s} . cpqr . \Pi\left(1 + \frac{g'}{R' n}\right) + \frac{s^2}{s' + s} . K \lambda v^3 \left(\frac{g'}{R' n} - \frac{s'^2}{s^2}\right) = 0$; d'où nous tirerons

$$\Pi = \frac{\frac{s^2}{s' + s} . K \lambda v^3 \left(\frac{s'^2}{s^2} - \frac{g'}{R' n}\right) - \frac{n - 1}{n} . \frac{n'' g'}{R' n} . v}{\frac{s' + s}{s} . cpqr . \left(1 + \frac{g'}{R' n}\right)}$$

pour la valeur approchée du poids enlevé.

Valeur du rayon du rouet. Fig. 28.

176. Puifqu'on a l'équation précédente & celle du n. 174, pour faire enforte que le poids faffe un nombre $= q$ de révolutions dans une feconde, il faut encore prendre pour inconnue le rayon de la roue, ou celui du rouet, ou celui de la lanterne. Au premier abord le choix paroît indifférent; & cependant il ne l'eft pas. La quantité R' fe trouve dans les deux équations, & il y a des cas où, en la prenant pour inconnue, l'équation finale feroit fort compofée. Le rayon (R) de la lan-

terne ne ſe trouve, à la vérité, que dans celle du n. 174; mais il ne peut pas diminuer au-delà d'un certain terme, à cauſe que le nombre de fuſeaux lui eſt proportionnel (150), & que d'ailleurs ces mêmes fuſeaux ont beſoin d'être d'une certaine groſſeur & d'avoir aſſez de force pour réſiſter à l'action des dents du rouet. Sa moindre valeur peut être fixée à environ 9 pouces. Il ne reſte donc plus que le rayon du rouet; & ce ſera celui que l'on prendra pour inconnue. Par conſéquent (174) on aura $r' = \frac{s'+s}{s} \cdot \frac{cqRR'}{v}$, ou bien $r' = \frac{s'+s}{s} \cdot \frac{c\sqrt{K}}{\sqrt{140\ B}} \cdot \frac{qRR'}{\sqrt{h'}}$. Subſtituons les valeurs numériques des quantités conſtantes qui entrent dans ces deux expreſſions, & faiſons les opérations indiquées : nous trouverons $r' = \frac{110}{7} \cdot \frac{qRR'}{v}$, & $r' = 2,151 \cdot \frac{qRR'}{\sqrt{h'}}$.

177. Suppoſons que la machine doive être placée ſur un courſier incliné. Comme on eſt cenſé connoître la dépenſe & la chûte de la ſource, dans la formule du n. 175 on ſubſtituera m pour λv, & $\sqrt{\frac{140\ B h'}{K}}$ pour v. Enſuite on mettra pour les quantités B, K, s' & s leur valeur (147); on fera $n = 3$ & $p = \frac{19}{18}$, conformément à ce que nous avons dit (172), & effectuant les opérations qui ſeront indiquées, on trouvera

Calcul approché du plus grand effet produit par la machine de la fig. 28 placée ſur un courſier incliné.

$$\Pi = \frac{19,911\ h' m \left(2,25 - \frac{\frac{2}{3} g'}{R'}\right) - 1,617 \frac{\Pi'' g'}{R'} \cdot \sqrt{h'}}{16,588\ q\ r \left(1 + \frac{\frac{2}{3} g'}{R'}\right)}$$ pour la

valeur approchée du plus grand poids que cette machine pourra enlever ; bien entendu que le rayon du rouet ſera (176) $= 2,151 \cdot \frac{qRR'}{\sqrt{h'}}$.

178. Si la machine devoit être placée ſur une riviere, pour avoir la valeur approchée du poids enlevé, on prendroit la formule du n. 175, laquelle, après la ſubſtitution des nombres convenables aux quantités conſtantes, deviendroit

Calcul approché du même effet lorſque la machine eſt placée ſur une riviere.
FIG. 28.

$\Pi = \frac{K \,.\, 25 \,.\, \lambda v^3 \left(\frac{9}{4} - \frac{\frac{1}{3} g'}{R'}\right) - \frac{2}{9} \,.\, \frac{\Pi'' g' v}{R'}}{\frac{1045}{63} \,.\, q r \left(1 + \frac{\frac{1}{3} g'}{R'}\right)}$; & pour avoit la valeur du rayon du rouet, on prendroit la premiere formule du n. 176, ou $r' = \frac{110}{7} \,.\, \frac{q R R'}{v}$. Qu'on ne perde pas de vue ce que nous avons dit au n. 168.

Calcul de l'effet produit par la machine de la Fig. 29.

179. Suppofons que, la roue à aubes étant verticale, l'arbre autour duquel fe roule la corde qui foutient le poids foit horifontal, comme dans la figure 29. Nommons g le rayon du tourrillon Q; g' celui du tourrillon H; r celui (NK) de l'arbre MN; R celui (MD) de la lanterne; r' celui (ED) du rouet; R' celui (FG) de la roue à aubes; Π le poids à enlever; Π' celui de l'arbre MN; Π'' celui de l'arbre EF. Quant aux autres grandeurs, telles que le rapport de la preffion à la réfiftance du frottement, la viteffe du courant, &c. nous leur conferverons la même dénomination que dans les calculs précédents.

Avant d'entreprendre le calcul de cette machine, on doit remarquer que les dents D du rouet agiffant fur les fufeaux de la lanterne, cette action influera différemment fur l'arbre MN, felon la pofition du rouet. Si les deux arbres font dans le même plan horifontal, cette action fe fera fentir de haut en bas, ou de bas en haut, & augmentera ou diminuera la preffion verticale des tourrillons Q fur leurs couffinets. Si au contraire les deux arbres font dans le même plan vertical, l'action fe tranfmettra latéralement. Enfin fi leur pofition refpective étoit différente de celles dont nous venons de parler, l'action fe tranfmettroit felon une direction intermédiaire. Comme le calcul feroit exceffivement compliqué s'il exprimoit généralement toutes ces pofitions, nous fuppoferons feulement que les deux arbres font dans le même plan vertical.

Cela pofé, s'il n'y avoit point de preffion latérale aux tourrillons Q, on trouveroit (165) que la fomme des moments des

des résistances qui s'exercent aux tourrillons & du poids seroit $= \overline{\Pi' + \Pi} \cdot \frac{g}{n} + \Pi r$, & (172) qu'eu égard à l'engrénage, la force f' nécessaire aux dents D du rouet pour leur faire équilibre, seroit $= \frac{p}{R}\left(\overline{\Pi' + \Pi} \cdot \frac{g}{n} + \Pi r\right)$. Mais cette force f' ne peut faire équilibre à ces résistances sans presser le point d'appui, c'est-à-dire sans pousser l'arbre en avant, & cela de concert avec la force f du fluide qui (158) agissant sur la machine comme sur un systême libre, a en D une énergie $= f \cdot \frac{R'}{r}$. L'arbre MN presseroit donc la face latérale des coussinets avec une force $= f' + f\frac{R'}{r}$; mais comme la pression verticale s'y oppose avec une force $= \frac{\Pi' + \Pi}{n}$, la premiere pression latérale des tourrillons Q sera $= f' + f \cdot \frac{R'}{r} - \frac{\Pi' + \Pi}{n}$. Faisons-la $= \varphi$.

La premiere résistance latérale en Q sera $= \frac{\varphi}{n}$, & la force nécessaire aux dents D pour la vaincre, eu égard à l'engrénage (172), sera $= \frac{\varphi g p}{R n}$.

La premiere force en D sera suivie d'une pareille pression latérale en Q, & d'une résistance $= \frac{\varphi g p}{R n^2}$, qui exigera en D une seconde force $= \frac{\varphi g^2 p^2}{R^2 n^2}$.

La seconde force produira en Q une pareille pression latérale, & une résistance $= \frac{\varphi g^2 p^2}{R^2 n^3}$, qui sera surmontée par une troisieme force en D $= \frac{\varphi g^3 p^3}{R^3 n^3}$; & ainsi de suite à l'infini.

L'on voit donc que les forces nécessaires en D pour vaincre les résistances latérales, forment la suite infinie $\frac{\varphi g p}{R n} \times$

$(\div\!\div 1 : \frac{gp}{Rn} : \frac{g^2p^2}{R^2n^2} \cdots\cdots \frac{1}{\infty})$ dont la ſomme des termes eſt $= \varphi \cdot \frac{gp}{Rn-gp}$. Ainſi la force totale néceſſaire aux dents D pour vaincre toutes les réſiſtances qui s'operent ſur l'arbre M N, ſera $= f' + \varphi \cdot \frac{gp}{Rn-gp}$, que nous ferons $= \varphi'$ pour abréger.

La force φ' ſera vaincue en G par une force $= \frac{\varphi' r'}{R'}$, & ces deux forces agiront ſur l'arbre E F comme ſur un levier vertical, c'eſt-à-dire qu'elles le pouſſeront horiſontalement. Il en ſera de même de la force f qui donne le mouvement à la machine ; & la ſomme de ces actions ſera $= \varphi' \cdot \frac{R'+r'}{R'} + f$. Mais le poids Π'' de l'arbre E F exerce une preſſion verticale en H, & de cette preſſion il réſulte une réſiſtance horiſontale $= \frac{\Pi''}{n}$ & diamétralement oppoſée à la quantité $\varphi' \cdot \frac{R'+r'}{R'} + f$. Donc l'arbre E F ne s'avancera horiſontalement qu'en vertu de la force $= \varphi' \cdot \frac{R'+r'}{R'} + f - \frac{\Pi''}{n} = \varphi''$.

Le reſte du calcul de cette machine eſt exactement le même que la partie du n. 173, compriſe entre les aſtériſques*.

Dans l'équation $F = \frac{\Pi'' g'}{R'n} + \frac{\varphi' r'}{R'} + \varphi'' \cdot \frac{g'}{R'n-g'}$ ſubſtituons les valeurs de φ'', φ', φ, f', F & f, & tranſportons tous les termes dans un membre ; nous aurons $\frac{p}{Rn-gp} \times \left(\frac{n-1}{n} \cdot g + nr\right)\left(\frac{r'}{R'} + \frac{R'+r'}{R'} \cdot \frac{g'}{R'n-g'}\right) \times \left[\Pi + \frac{g}{\frac{n-1}{n} \cdot g + nr} \cdot \left(\frac{n-1}{n} \cdot \Pi' + \frac{R'}{r'} \cdot \frac{s^2}{s'+s} \cdot K\lambda v^2\right)\right] + \frac{\Pi'' g'}{n}\left(\frac{1}{R'} - \frac{1}{R'n-g'}\right) \times \frac{s^2}{s'+s} \cdot K\lambda v^2 \left(\frac{s'^2}{s^2} - \frac{g'}{R'n-g'}\right) = 0$; d'où nous tirerons

$$\Pi = \frac{\frac{\Pi'' g'}{n}\left(\frac{1}{R'n-g'} - \frac{1}{R'}\right) + \frac{s^2}{s'+s} \cdot K\lambda v^2 \left(\frac{s'^2}{s^2} - \frac{g'}{R'n-g'}\right)}{\frac{p}{Rn-gp}\left(\frac{n-1}{n} \cdot g + nr\right)\left(\frac{r'}{R'} + \frac{R'+r'}{R'} \cdot \frac{g'}{R'n-g'}\right)} - \frac{g}{\frac{n-1}{n} \cdot g + nr}\left(\frac{n-1}{n} \cdot \Pi' + \frac{R'}{r'} \cdot \frac{s^2}{s'+s} \cdot K\lambda v^2\right).$$

ſi la machine eſt mue par une ſource dont on connoiſſe la dé-

penſe & la chûte, on fera $\lambda v = m$, & $v = \sqrt{\frac{140\ B\ h'}{K}}$ que l'on ſubſtituera dans la formule que nous venons de trouver.

Valeur du rayon du rouet de la machine de la Fig. 29.

180. Par la méthode du n. 64, nous trouverons qu'afin que l'arbre MN faſſe q révolutions par ſeconde, on doit avoir l'équation $\frac{r'}{R'} \cdot \frac{s\,v}{s'+s} = c\,q\,R$, de laquelle nous déduirons la valeur du rayon du rouet $r = \frac{s'+s}{s} \cdot \frac{cqRR'}{v}$. Si nous ſubſtituons la valeur de $v = \sqrt{\frac{140\ B}{K}\,h'}$, nous aurons ce même rayon $r' = \frac{s'+s}{s} \cdot \frac{c\sqrt{K}}{\sqrt{140B}} \cdot \frac{qRR'}{\sqrt{h'}}$. Enfin en ſubtituant les nombres convenables aux grandeurs conſtantes nous aurons, ainſi qu'au n. 176, $r' = \frac{110}{7} \frac{qRR'}{v}$, ou bien $r' = 2{,}151 \frac{qRR'}{\sqrt{h'}}$. A l'aide de la formule du n. 179 & de l'une des deux que nous venons de trouver, nous pourrons conſtruire la machine & trouver l'effet qu'elle doit produire; ſoit qu'elle ſoit ſur une riviere, ou ſur un courſier incliné.

Simplification de la formule du n. 179.

181 L'équation du n. 179 eſt trop compliquée pour pouvoir s'en ſervir commodément dans la pratique. Tâchons donc de la ſimplifier en négligeant les moindres réſiſtances. Or, celles qu'on doit regarder comme les moindres ſont les réſiſtances latérales qui s'exercent aux tourrillons Q & H. La premiere preſſion latérale en Q eſt $= f' + f\frac{R'}{r'} - \frac{\pi'+\pi}{n}$, & cette quantité ne peut être que très petite, ſi elle n'eſt pas zéro ou négative, à cauſe que le terme négatif $\frac{\pi'+\pi}{n}$ doit être conſidérable. Ainſi cette grandeur peut être ſuppoſée nulle, ce qui donne $\varphi = 0$, & $\varphi' = f'$. La premiere preſſion latérale en $H = \varphi'\frac{R'+r'}{R'} + f - \frac{\pi''}{n}$. Dans cette quantité le terme négatif eſt moindre que dans la précédente. Nous ne la ſuppoſerons donc pas $= 0$, mais ſeulement nous la modifierons en la regardant comme $= \varphi' \cdot \frac{r'}{R'} + f - \frac{\pi''}{n'}$, &

nous nous contenterons de prendre le premier terme de la série. Pourlors notre équation primordiale deviendra $F = \frac{\Pi'' g'}{R' n} + f' \cdot \frac{r'}{R'} + \frac{g'}{R' n}\left(f' \cdot \frac{r'}{R'} + f - \frac{\Pi''}{n}\right)$, ou en substituant la valeur de f', f & F & celle de $\frac{r'}{R'} = \frac{s'+s}{s} \times \frac{cqR}{v}$ (180) nous aurons le poids enlevé

$$\Pi = \frac{1}{r + \frac{g}{n}} \times \left(\frac{\frac{s^2}{s'+s^2} \cdot K\lambda v^3 \left(\frac{s'^2}{s^2} - \frac{g'}{R'n}\right) - \frac{n-1}{n^2} \cdot \frac{\Pi'' g}{R'} \cdot v}{\frac{s'+s}{s} \cdot cpq \cdot 1 + \frac{g'}{R' n}} - \frac{\Pi' g}{n} \right);$$

expression beaucoup plus simple que celle du n. 179.

Calcul par approximation du plus grand effet produit par la machine de la fig. 29 placée sur un coursier incliné.

182. Lorsque la machine sera placée sur un coursier incliné, en substituant m pour $\lambda v, \sqrt{\frac{140\,B\,h'}{K}}$, & les nombres convenables aux quantités constantes, après avoir fait les opérations indiquées on aura

$$\Pi = \frac{1}{r + \frac{1}{3}g}\left(\frac{19{,}911\,h' m \left(2{,}25 - \frac{\frac{1}{3}g'}{R'}\right) - 1{,}617 \cdot \frac{\Pi'' g'}{R'} \sqrt{h'}}{16{,}588 \cdot q\left(1 + \frac{\frac{1}{3}g'}{R'}\right)} - \frac{1}{3}\Pi g' \right)$$

pour l'expression du poids enlevé. Quant au rayon du rouet, on prendra la seconde formule du n. 180. Ainsi on aura tout ce qu'il faut avoir pour construire la machine & pour connoitre l'effet qu'on en doit attendre.

Calcul approché du même effet lorsque la machine est placée sur une riviere. Fig. 29.

183. Si la machine est destinée à être placée sur une riviere, il n'y a qu'à substituer dans la formule du n. 181 les nombres qui conviennent aux quantités s', s, c, n & p; & l'on aura

$$\Pi = \frac{1}{r + \frac{1}{3}g}\left(\frac{K \cdot \frac{4}{25} \cdot \frac{3}{4}\left(\frac{9}{4} - \frac{\frac{1}{3}g'}{R'}\right) - \frac{2}{9}\frac{\Pi'' g' v}{R'}}{\frac{10}{63} \cdot \frac{5}{4}\, q\left(1 + \frac{\frac{1}{3}g'}{R'}\right)} - \frac{1}{3}\Pi' g \right),$$

pour l'expression approchée du poids enlevé. Quant au rayon du rouet, sa valeur est exprimée par la premiere formule du n. 180.

184. Nous renvoyons le développement de toutes ces formules à la troisieme partie, où nous aurons soin de déduire les regles générales qu'elles renferment & de les rendre intelligibles

à ceux qui n'auront pas assez de connoissances dans l'algebre pour lire dans une équation tout ce qu'elle exprime.

Usage qu'on peut faire des principes relatifs aux machines précédentes.

185. Les principes que nous avons établis, relativement aux machines représentées par les figures 24 & 28, peuvent servir à la théorie des moulins à bled. Nous en ferons usage dans la seconde partie. Ceux qui regardent les figures 25 & 29 s'appliquent très utilement à la construction des machines dont l'arbre horisontal est garni de levées destinées à soulever des pilons, des maillets, &c. Dans ces dernieres machines l'effet sera d'autant plus grand que le nombre de pilons ou de maillets sera plus considérable, & qu'ils seront soulevés un plus grand nombre de fois dans un temps donné. Mais comme la force du choc doit être modifiée par la nature de l'effet qu'on veut produire, ce sujet a besoin d'un examen plus étendu dans lequel les bornes de cet ouvrage ne nous permettent pas d'entrer, & dont nous pourrons nous occuper dans un autre.

Examen d'un moulin à bled. Fig. 7.

186. Pour mieux faire connoître l'usage de cette théorie, nous allons l'appliquer à quelques objets particuliers. Examinons d'abord la maniere de déterminer le degré de perfection dont une machine proposée seroit susceptible. Prenons pour premier exemple un moulin à bled, que j'ai eu occasion d'observer en exécutant mes expériences sur cette matiere. Ce moulin est sans engrénages, & il est mû par un courant dont la vîtesse absolue est de 20 pieds 3 pouces à-peu-près, & la chûte de 12 pieds. La distance du centre de la roue au milieu de l'aîle = 2 pieds 4 pouces = $\frac{7}{3}$ pieds, & le nombre de révolutions dans une minute = 62. Les aîles ne sont courbes que dans le sens du rayon, & l'angle EAF (fig. 7.) sous lequel elles sont inclinées à l'horison est de 56^d. Celui que le coursier BA fait avec l'horisontale AC = 15^d. Par conséquent BAE = 109^d & GAE = 71^d.

La circonférence moyenne de la roue doit être = 14,66 pieds, & l'espace parcouru dans une seconde par le centre d'impression = $\frac{61 \times 14.66}{60}$ = 15,15 pieds. On a donc AG = 20,25, & AF = 15,15.

Dans le triangle rectangle GAN la proportion *fin. tot.* : *fin.* 71^{d} :: AG : GN, donne GN = 19,14. Pareillement dans le triangle AFM nous aurons : *fin. tot.* : *fin.* 56^{d} :: AF : FM = 12,56. Ainsi GN : FM :: 19,14 : 12,56 :: 1 : 0,65. Représentons ce rapport par celui de $s'+s$ à s. Nous aurons $s'+s=1$; $s=0,65$ & $s'=0,35$. Nommons h la hauteur due à la vitesse 20,25 pieds, en supposant (23) la gravité $=\frac{80}{5}$. Par le n. 28, nous aurons $h=7,68$ pieds, valeur fort au-dessous de 12 pieds dont on pouvoit disposer. La raison de cette différence est, 1°. qu'on avoit suivi la méthode dont nous avons parlé au n. 90; 2°. que le coursier étoit couvert d'un bout à l'autre. La vitesse a donc dû être extrêmement diminuée par la contraction & par le frottement. J'ai encore remarqué que la roue étoit trop haute & qu'on auroit pu disposer de 13 pieds de chûte.

Conservons les mêmes dénominations qu'au n. 83. Nous aurons : l'effet produit par le choc oblique est à l'effet produit par le choc direct :: $\frac{s''s}{\overline{s'+s}^{2}} \times p' \times \overline{pq'+p'q}^{2} \times h\,m : \frac{S''S}{\overline{S'+S}^{2}} \times H\,M$. Dans cette proportion la masse étant la même on a $m=M$. Pareillement (52) $p'=\frac{fin.\ 56^{d}.}{R}$; $\overline{pq'+p'q}^{2}=\frac{\overline{fin.\ 109^{d}.}^{2}}{R^{2}.}$; $h=7,68$; $s'=0,35$; $s=0,65$; $s'+s=1$; $H=13$: & puisqu'on doit se proposer de produire le plus grand effet (67) $S'=3$: $S=2$ & $S'+S=5$. Substituant les valeurs numériques nous trouverons que l'effet que l'on produit est à celui qu'on pourroit produire :: 0,242 : 1. Ainsi par le moyen d'une bonne construction on quadrupleroit le produit de cette machine.

Examen d'une machine à fouler les étoffes.

187. Proposons-nous pour second exemple l'examen d'une machine à fouler les étoffes. Dans cette machine le coursier part du haut de la chûte & fait avec la verticale un angle d'environ 28^{d}. Nous pourrons donc sensiblement y considérer la gravité comme $=\frac{80}{5}$, ainsi que sous l'angle de 25^{d}, 50′ (23). La roue verticale a 6,5 pieds de rayon, & la chûte dont on auroit pu disposer

eſt de 14,4 pieds : mais comme on n'a pas ſu plier le courſier en arc de cercle (22) l'impulſion ſe fait 3,4 pieds au-deſſus du point où elle auroit dû ſe faire, & par conſéquent la chûte relative eſt de 11 pieds ſeulement. La vîteſſe de l'eau en ce point eſt à-peu-près de 17,1 pieds, & le choc y eſt direct. La roue a 40,85 pieds de circonférence, & elle fait 19 révolutions dans une minute : d'où il eſt aiſé de voir que l'eſpace parcouru dans une ſeconde par le centre d'impreſſion $=$ 12,9 pieds. Ainſi la vîteſſe du courant eſt à celle de la roue :: 17,1 : 12,9, ou :: 4 : 3. Repréſentons ce rapport par celui de $s'+s$ à s. on aura $s'+s=4 : s=3$ & $s'=1$. Nommons h la chûte ſous laquelle ſe fait l'impulſion, laquelle $=$ 11 pieds. J'ai évalué la perte qui ſe faiſoit à travers le jeu de la roue à-peu-près à la neuvieme partie de la maſſe totale. Si nous nommons M la dépenſe de la ſource & m celle qui opere l'impulſion, nous aurons $m=\frac{8}{9}M$. Conſervant d'ailleurs les mêmes dénominations qu'au n. 72, nous aurons : l'effet que la machine produit eſt à celui qu'elle pourroit produire :: $\frac{s'^2 s}{s'+s}\times hm : \frac{S'^2 S}{S'+S}\times HM$.

Dans ce rapport nous avons $h=11$; $H=14{,}4$; $m=\frac{8}{9}M$; $s'=1$; $s=3$; & puiſqu'on doit produire le plus grand effet, $S'=3$, & $S=2$. Subſtituons & nous aurons ces deux effets qui ſeront entre eux :: 0,22 : 1. Donc l'effet produit par cette machine n'eſt pas le quart de celui qu'on pourroit lui faire produire.

188. Nous verrons ailleurs que dans la conſtruction d'une machine il faut connoître le produit que donnent la dépenſe de la ſource & la chûte néceſſaires, pour faire produire le plus grand effet à la moindre machine de la même eſpece qu'on puiſſe employer. Quoiqu'à la rigueur cette détermination exige des expériences directes pour fixer la moindre grandeur d'une machine d'une eſpece quelconque ; néanmoins en attendant qu'on les ait exécutées, on peut dans la pratique trouver ce réſultat par approximation. Propoſons-nous donc pour troiſieme exemple de trouver ce produit pour une machine d'une eſpece donnée par

Détermination approchée du produit de la dépenſe & de la chûte néceſſaires à la moindre machine d'une eſpece donnée.

le moyen des principes établis. Cette queſtion eſt ſuſceptible de deux cas : car l'impulſion peut être perpendiculaire ou oblique. Traitons-les ſucceſſivement.

1°. Suppoſons que la formule $\frac{S'^2 S}{\overline{S'+S}^{2}} \times HM$ du n. 72, repréſente l'effet que produit dans l'état actuel la moindre machine qu'on trouvera, de quelque eſpece qu'elle ſoit d'ailleurs, & que $\frac{s'^2 s}{\overline{s'+s}^{2}} \times hm$ repréſente le même effet dans l'état où l'impulſion ſe feroit de la maniere la plus avantageuſe. On pourra ſe contenter d'égaler ces deux grandeurs, ce qui donnera l'équation $\frac{s'^2 s}{\overline{s'+s}^{2}} \times hm = \frac{S'^2 S}{\overline{S'+S}^{2}} \times HM$, de laquelle on tirera le produit cherché $hm = HM \times \frac{S'^2 S}{\overline{S'+S}^{2}} \times \frac{\overline{s'+s}^{2}}{s'^2 s}$ Or, dans le ſecond membre tout eſt connu, puiſque la dépenſe M & la chûte H ſont connues, & que $s' = 3$, & $s = 2$. D'ailleurs on ſait par les exemples précédents comment on trouve le rapport de la vîteſſe reſpective du courant à celle de la roue, ou les valeurs de S' & de S. Ainſi le produit hm eſt connu, en ſuppoſant l'inclinaiſon du courſier la même que dans l'état où la machine obſervée ſe trouve.

Nous avons démontré (20) que l'intenſité de la force accélérarrice effective ſelon la verticale dépendoit des frottements & de l'inclinaiſon du courſier, & qu'en général elle étoit $= p \times \frac{c-q}{c}$, quelle que ſoit la valeur de c, c'eſt-à-dire l'inclinaiſon du courſier. Nommons h' la chûte correſpondante à l'inclinaiſon de 25^{d}, 50', ou à B p (23), & ſous laquelle la vîteſſe engendrée ſeroit la même que ſous la chûte h, & ſuppoſons $= \Pi$ la gravité correſpondante à $H = h$. Puiſque par la théorie des mouvements accélérés, quand les vîteſſes acquiſes ſont égales, les chûtes ſont réciproquement comme les gravités, on aura : $h : h' :: Bp : \Pi$, & par conſéquent $h = h' \times \frac{Bp}{\Pi}$. Subſtituons, & notre produit hm deviendra

deviendra $= h'm \times \frac{Bp}{\Pi}$. Ot il ſera toujours facile (20) de connoître Π. Donc auſſi on connoîtra le moindre ptoduit $h'm = \frac{\Pi}{Bp} \times hm = \frac{\Pi}{Bp} \times \frac{S'^2 S}{\overline{S'+S}^2} \times \frac{s'^2 s}{\overline{s'+s}^2} \times HM$.

2°. Si l'impulſion étoit oblique, l'effet ſeroit repréſenté (84) pat la quantité $\frac{\text{ſin. FAE}}{R} \times \frac{\overline{\text{ſin. BAD}}^2}{R^2} \times \frac{S'^2 S}{\overline{S'+S}^2} \times HM$ (*fig.* 7). L'égalant à celle qui tepréſente l'effet direct le plus avantageux, nous autons l'équation $\frac{s'^2 s}{\overline{s'+s}^2} \times hm = \frac{\text{ſin. FAE}}{R} \times \frac{\overline{\text{ſin. BAD}}^2}{R^2} \times \frac{S'^2 S}{\overline{S'+S}^2} \times HM$, de laquelle nous titetons $hm = \frac{\text{ſin. FAE}}{R} \times \frac{\overline{\text{ſin. BAD}}^2}{R^2} \times \frac{S'^2 S}{\overline{S'+S}^2} \times \frac{\overline{s'+s}^2}{s'^2 s} \times HM$. Mais ſclon ce que nous venons de dire dans l'examen du premier cas $hm = h'm \times \frac{Bp}{\Pi}$. Donc $h'm = \frac{\Pi}{Bp} \times \frac{\text{ſin. FAE}}{R} \times \frac{\overline{\text{ſin. BAD}}^2}{R^2} \times \frac{S'^2 S}{\overline{S'+S}^2} \times \frac{\overline{s'+s}^2}{s'^2 s} \times HM$.

189. Ces exemples ſuffiſent pout faire voit comment on doit ſe conduire dans lcs recherches de cette nature, & en même temps pour ſe convaincre de la néceſſité de donner à une machine les dimenſions les plus avantageuſes. Les frais de conſtruction ne ſont pas plus conſidérables pour une bonne machine que pour une mauvaiſe, quelquefois même ils le ſont moins, tandis que le revenu de la premiere pourra être beaucoup plus grand que celui de la ſeconde. Il eſt donc important d'avoir des principes invariables auxquels on puiſſe ſe conformer dans la conſtruction, & qui ſoient fondés ſur la théorie & ſut l'expérience; cat on a eu occaſion de voit combien la théorie ſeule eſt inſuffiſante. Nous avons établi ceux qui regardent l'impulſion de l'eau & les rayons des pieces eſſentielles d'une machine. Il nous reſte à voir comment on doit conſtruire les engrénages, & quelle eſt la maniere la plus avantageuſe d'économiſer le fluide moteur pat le moyen des canaux, des courſiers & des écluſes lorſque cela eſt néceſſaite. C'eſt ce qui va faite le ſujet de la ſection ſuivante.

SECTION III.

De la construction des Engrénages, des Canaux, des Coursiers & des Ecluses.

Dans les engrenages les dents & les fuseaux doivent parcourir des espaces égaux en tems egaux. Fig. 30.

190. SOIT FAG (fig. 30.) *la circonférence moyenne d'une lanterne & DAE une portion de celle du rouet dont les dents engrênent ses fuseaux. Afin que le mouvement ait toute la régularité qu'on peut desirer, l'espace parcouru par un point quelconque A du rouet doit être égal à celui qui seroit parcouru dans le même temps par le point A, considéré comme appartenant à la lanterne.*

Car le mouvement de ces deux circonférences se fait de la même maniere que si, l'une des deux étant immobile, la seconde rouloit sur la premiere. Or alors tous les points de l'une s'appliquant successivement sur ceux de l'autre, les arcs parcourus sur celle-ci sont les abscisses d'une épicycloïde, & par conséquent ils sont egaux aux arcs correspondants du cercle générateur.

Les nombres de dents & de fuseaux doivent être comme les rayons moyens. Fig. 30.

191. Ce mouvement ne pouvant s'opérer que par le moyen de dents & de fuseaux, pour produire l'engrénement il faut qu'entre deux dents consécutives quelconques il y ait un vuide Aa égal au diametre Ab d'un fuseau augmenté d'une petite quantité ab pour le jeu de l'engrénage. Or d'après ce que nous venons de dire (190) nous pouvons conclure que pour produire les mouvements les plus réglés, il faut que le nombre de dents & celui des fuseaux soient dans le rapport des circonférences moyennes ou des rayons moyens (150).

Moyen de connoître si le nombre de dents peut être égal à un nombre proposé. Fig. 30.

192. Nommons n le nombre de dents du rouet, r son rayon AC, c sa circonférence, & R le rayon BA de la lanterne. Sa circonférence sera $=\frac{Rc}{r}$. Nous aurons l'arc $AH=\frac{c}{n}=Ah$; & le nombre de fuseaux de la lanterne $=\frac{\frac{Rc}{r}}{\frac{c}{n}}=\frac{Rn}{r}$. Mais le nom-

bre tant de dents que de fuſeaux ne peut pas être fractionnaire. Donc n doit être un nombre entier ainſi que la quantité $\frac{Rn}{r}$. Or afin que $\frac{Rn}{r}$ ſoit un nombre entier, il faut que R n ſoit multiple de r. Donc pour que les nombres de dents & de fuſeaux puiſſent être tels qu'il convient pour produire les mouvements les plus réguliers il faut que *le produit du nombre de dents du rouet par le rayon de la lanterne puiſſe être exactement diviſé par le rayon du rouet.*

193. Il ſuit de ce principe que, ſi l'on n'étoit pas gêné par l'épaiſſeur des dents & par le diametre des fuſeaux, on pourroit toujours produire par le moyen des rouages tel degré de vîteſſe qu'on demanderoit. Car quelque ſoit le rayon C A, il eſt certain que le rapport $\frac{R}{r}$ pourra toujours être exprimé par deux nombres entiers, & la grandeur n être priſe multiple du dénominateur. Mais dans la prarique on n'eſt pas maître de diſpoſer du nombre de dents ou de celui des fuſeaux. L'un & l'autre ſont limités par l'action de la force motrice qui s'exerce à l'engrénage. Car pour réſiſter à cette action il faut que les dents & les fuſeaux aient une épaiſſeur qui ne ſoit pas inférieure à une quantité déterminée, dépendante de l'action de la force motrice & de la nature des matériaux. Si elle étoit moindre que cette quantité, les dents & les fuſeaux feroient briſés: ce qui n'arrivera pas lorſqu'elle ſera égale ou plus grande. Voyons donc comment on peut trouver le nombre convenable de dents & de fuſeaux.

Inſuffiſance de ce moyen dans la pratique. FIG. 30.

194. Nommons a l'épaiſſeur aH qu'on jugera à propos de donner aux dents, b le diametre A b qu'on croira convenir aux fuſeaux, & d la largeur $a\,b$ du jeu de l'engrénage. AH ſera $= a+b+d$. Diviſons la circonférence moyenne par cette quantité; nous aurons $\frac{c}{a+b+d}$ qui ſera un nombre enrier ou fractionnaire. Quel qu'il ſoit on prendra le plus grand nombre entier k qui y ſera contenu. Si ce nombre k multiplié par le rayon R (B A) de

Moyen de trouver, lorſque cela eſt poſſible le vrai nombre de dents & de fuſeaux. FIG. 30.

la lanterne & divisé par le rayon r (C A) du rouet donne un nombre entier au quotient, k sera le nombre de dents qu'on pourra donner au rouet pour produire le degré de vîtesse proposé (192). Si le quotient que donnera la quantité $\frac{Rk}{r}$ n'étoit pas un nombre entier, on diminueroit k successivement de 1, 2 & même 3 & 4 quand le rayon r seroit assez considérable, & l'on formeroit les quantités $\frac{R.\overline{k-1}}{r}$; $\frac{R.\overline{k-2}}{r}$; $\frac{R.\overline{k-3}}{r}$; $\frac{R.\overline{k-4}}{r}$. On prendroit la premiere de ces quantités qui donneroit au quotient un nombre entier. Ce nombre entier seroit le nombre de fuseaux de la lanterne, & le facteur correspondant k — ... seroit celui des dents du rouet.

Comment on trouve alors leur véritable épaisseur. Fig. 30.

195. Représentons par n' le nombre de dents du rouet trouvé par cette méthode. $\frac{c}{n'}$ seroit alors la grandeur A H, & elle seroit plus grande que la quantité $a+b+d$ telle que nous l'avons d'abord supposée, à cause que le nombre de dents auroit diminué. Egalons ces deux quantités, & nous aurons $a+b+d=\frac{c}{n'}$. Conservons la même valeur à une ou à deux des trois grandeurs a, b, d; par le moyen de cette équation nous trouverons celle qu'il convient de donner à la troisieme pour produire l'effet proposé. On doit remarquer que la quantité d qui représente l'intervalle du jeu est constante dans cette équation, & que l'augmentation ne doit affecter que les deux autres grandeurs a & b.

Moyen de trouver par approximation le nombre le plus convenable de dents & de fuseaux. Fig. 30.

196. Lorsque par la méthode du n. 194 on ne trouvera pas de résultat entier, c'est une preuve que le nombre de dents & celui des fuseaux ne peuvent pas être exactement dans le rapport des circonférences ou des rayons, & alors (191) on ne peut produire que par approximation le degré de vîtesse demandé, à cause de l'inégalité des arcs A h, A H. Cette approximation sera plus ou moins exacte, selon que les deux arcs approcheront plus ou moins de l'égalité. Pour trouver le nombre qui donnera le plus

grand degré d'approximation, on diſpoſera par ordre les quantités $\frac{Rk}{r}$; $\frac{R.\overline{k-1}}{r}$; $\frac{R.\overline{k-2}}{r}$; $\frac{R.\overline{k-3}}{r}$; $\frac{R.\overline{k-4}}{r}$; & l'on choiſira celle qui approchera le plus d'un nombre entier; que ce nombre entier ſoit plus grand ou moindre, peu importe. Le nombre entier le plus approchant de cette quantité ſera le nombre de fuſeaux de la lanterne, & le facteur $k - \cdots$ de cette même quantité exprimera celui des dents du rouet. Or il eſt aiſé de voir que l'on aura à peu de choſe près cette proportion (191) : le rayon du rouet eſt à celui de la lanterne ce que le nombre de dents du rouet eſt à celui des fuſeaux de la lanterne. Donc on produira par approximation le degré de vîteſſe demandé.

Obſervation ſur la différence des arcs correſpondants du rouet & de la lanterne. Fig. 30.

197. Repréſentons par n le facteur $k - \cdots$ qui exprime le nombre de dents du rouet, & par n' le nombre entier le plus proche de la quantité correſpondante $\frac{R.\overline{k-\cdots}}{r}$, lequel exprime celui des fuſeaux de la lanterne. $\frac{c}{n}$ ſera $=$ AH, & $\frac{R}{r} \times \frac{c}{n'}$ ſera $=$ Ah; & l'on aura Ah $>$ ou $<$ AH ſelon que n' ſera $<$ ou $>$ $\frac{R.\overline{k-\cdots}}{r}$. Mais la différence qui regne entre n' & $\frac{R.\overline{k-\cdots}}{r}$ doit être fort petite (196). Donc après qu'elle aura été également repartie entre tous les interſtices qui accompagnent les fuſeaux, la différence qui regnera entre Ah & AH ſera tout-à-fait négligeable.

198. Puiſque la différence entre Ah & AH quoique très petite ſera néanmoins réelle, elle ne pourra affecter que l'intervalle néceſſaire au jeu de l'engrénage, à cauſe que les dents & les fuſeaux ont les mêmes dimenſions dans Ah & dans AH. Donc l'intervalle du jeu dans Ah ſera $>$ ou $<$ que dans AH ſelon que Ah ſera $>$ ou $<$ AH, ou ſelon que n' ſera $<$ ou $>$ $\frac{R.\overline{k-\cdots}}{r}$.

Regle générale pour connoître l'épaiſſeur des dents & des fuſeaux. Fig. 30.

199. Pour déterminer la vraie épaiſſeur des dents ou des fuſeaux, on ſuppoſera l'intervalle du jeu conſtant, & l'on ſuivra la

méthode du n. 195. Lorsque les dents & les fuseaux sont de même matiere, on peut leur donner la même épaisseur, & alors l'équation devient $2a+d=AH$; d'où l'on tire $a=\frac{1}{2}(AH-d)$. c'est-à-dire qu'en pareils cas *on divise la circonférence du rouet par le nombre de ses dents, & après avoir retranché du quotient l'intervalle du jeu, on prend la moitié du reste, & l'on a l'épaisseur des dents ou des fuseaux.*

Quelle doit être la profondeur du vuide entre les dents au-dessous de la circonférence moyenne.
FIG. 30.

200. Le vuide $Aafg$ étant destiné à recevoir les fuseaux de la lanterne, il est évident que sa profondeur Ag au-dessous de la circonférence moyenne doit être plus grande que le rayon des fuseaux. Car sans cette condition il y auroit un arc-boutement. Quant aux faces intérieures Ag, af, des dents, elles seront des droites prises sur les rayons.

Quelle doit être la figure de la partie supérieure des dents.
FIG. 30.

201. Pour peu qu'on y fasse attention on verra que la partie Hh de la dent qui agit sur le fuseau doit avoir la figure d'un épicycloïde décrite par le point h du cercle AFG. Ce seroit donc cette figure qu'il faudroit employer si l'on construisoit une machine dont les mouvements exigeassent la plus grande précision. Mais dans la construction des machines hydrauliques il seroit inutile d'y avoir égard. Il suffira de décrire un arc circulaire Hh dont le rayon soit égal à celui (AB) de la lanterne & perpendiculaire au rayon CH qui passe par ce point.

Saillie des dents au-delà de la circonférence moyenne.
FIG. 30.

202. Connoissant la longueur de Ah on en connoîtra le nombre de degrés. Dans le triangle BCh on connoîtra BC, Bh & l'angle compris B. Donc on pourra déterminer Ch. Si l'on en retranche le rayon moyen CA, le reste sera la moindre saillie de la dent au-delà de la circonférence moyenne EAD. On pourroit par une semblable méthode déterminer les limites H' h' de la plus grande saillie.

Quelle doit être la longueur des fuseaux.

203. *Les fuseaux doivent avoir le moins de longueur possible.*

Car un fuseau doit être considéré comme un levier soutenu à ses deux extrémités par des points d'appui & chargé d'un poids

égal à l'action de la force motrice à l'engrénage. Or plus le fuseau sera court, plus le moment de la force sera petit, & moins elle agira sur lui. Donc, &c.

204. Il suit du même principe que l'on affoiblit les dents du rouet en leur donnant trop de longueur depuis leur talon jusqu'au point où elles agissent à plein sur les fuseaux. Cet intervalle doit être seulement un peu plus grand que le rayon du fuseau, ainsi que nous l'avons dit au n. 200.

La longueur des dents ne doit pas être trop grande.

205. *Toutes choses égales d'ailleurs, la section d'un fuseau ou d'une dent est comme l'action de la force motrice à l'engrenage.*

Loix des grosseurs des fuseaux & des dents.

Car un fuseau doit être considéré comme un faisceau de filets. Plus le nombre de ces filets sera grand, plus le fuseau sera fort. Or, ce nombre est proportionnel à la section du fuseau. Donc cette section sera comme sa force ou comme celle à laquelle il est en état de résister, c'est-à-dire comme l'action de la force motrice à l'engrenage. On doit dire la même chose des dents.

206. Il suit delà que, toutes choses égales, les diametres des fuseaux sont comme les racines quarrées des actions de la force motrice à l'engrenage. Car les fuseaux étant cylindriques, les sections seront circulaires & proportionnelles aux quarrés de leurs diametres. La même conséquence auroit lieu par rapport aux dents si leurs sections étoient des figures semblables.

207. Les rouets tels que nous les avons considérés jusqu'à présent s'appellent *hérissons*, à cause que leurs dents sont sur les prolongements des rayons. Mais il arrive souvent qu'elles sont placées perpendiculairement, ou à peu près au plan même du rouet, & alors il se nomme *rouet de champ* ou *rouet à couronne*. Tout ce que nous avons dit (190—200) s'applique exactement à l'engrénage des rouets de champ. Quant à la figure de la lanterne, des fuseaux & de la partie supérieure des dents, il y auroit beaucoup de remarques à faire si nous traitions des rouages d'horlogerie ou d'autres machines qui demandent le plus grand degré de précision dans leurs mouvements. Mais les machines hydrauli-

Engrenage des rouets de champ.

ques n'étant pas de ce nombre, on pourra donner une figure cylindrique à la lanterne & aux fuseaux, ainsi que dans l'engrénage des hérissons, & à la partie supérieure des dents celle qu'engendreroit l'arc H h en tournant tout autour de la dent supposée pareillement cylindrique. Ce défaut sera trop petit pour être sensible, & il peut être diminué en inclinant tant soit peu les dents dans le sens opposé au mouvement. Dans la troisieme partie nous donnerons une méthode méchanique très simple de trouver les limites des longueurs des dents, & d'après laquelle les personnes instruites pourront aisément en faire le calcul par le moyen des sinus-verse naturels des arcs de la lanterne. Ainsi il est inutile de nous y arrêter.

Méthode pour connoitre le poids d'un pied cube de matiere.

208. Dans la construction des machines on a besoin, ainsi que nous avons vu dans la section précédente, de connoître le poids des pieces qui les composeront. La plupart de ces pieces sont trop lourdes pour être pesées, & par conséquent il faut en trouver le poids en multipliant leur volume par leur pesanteur spécifique. Leur forme étant ordinairement réguliere, il sera aisé par les principes de la géométrie élémentaire d'en avoir le volume évalué en pieds cubes. Il ne reste plus qu'à connoître le poids d'un pied cube de la même matiere. Cette question a deux cas : car la matiere proposée peut être spécifiquement plus pesante, ou spécifiquement plus légere que l'eau.

1°. Lorsque la matiere sera spécifiquement plus pesante que l'eau, on en prendra un morceau quelconque qu'on pesera d'abord dans l'air, & ensuite dans l'eau. Nommons P son poids dans l'air, P′ son poids dans l'eau & x le poids d'un pied cube. $P - P'$ sera le poids du volume d'eau déplacé, & 70 ℔ celui d'un pied cube d'eau. Or selon les principes d'hydrostarique on a : $P - P' : P :: 70 : x$. Donc le poids d'un pied cube de cette matiere ou x sera $= 70 \times \frac{P}{P - P'}$ ℔.

2°. Lorsque la matiere sera spécifiquement plus légere que l'eau,

l'eau, on en prendra un morceau que l'on joindra à un corps étranger ſpécifiquement plus peſant que l'eau & aſſez grand pour que le ſyſtême ne puiſſe pas ſurnager. On aura ſoin de peſer auparavant le corps étranger dans l'eau & le morceau de la matiere la plus legere dans l'air. Après cela on peſera le ſyſtême d'abord dans l'air & enſuite dans l'eau. Nommons P le poids dans l'air du corps ſpécifiquement plus léger que l'eau, p le poids dans l'air du corps ajoûté, p' ſon poids dans l'eau, & P' le poids du ſyſtême dans l'eau. Le poids du volume d'eau déplacé par le ſyſtême, ſera $= P + p - P'$; & le poids du volume déplacé par le corps étranger ſera $= p - p'$. Donc le poids du volume d'eau déplacé par la matiere la plus légere ſera $= P + p - P' - (p - p') = P - P' + p'$. Soit x le poids d'un pied cube de la matiere propoſée. Les loix de l'hydroſtatique nous donnent : $P - P' + p'$: $P :: 70 : x = 70 \times \frac{P}{P - P' + p'}$ ℔.

209. L'eau deſtinée à mouvoir une machine propoſée peut être celle d'une ſource particuliere, ou être dérivée d'une riviere. Pente & bords des canaux de conduite. FIG. 31.

Dans le premier cas ſuppoſons que le point a (fig. 31) repréſente la ſurface de l'eau & A a la profondeur du canal à l'endroit même de la ſource. Les eaux ne pouvant pas refluer, le fond A B du canal n'aura beſoin que d'un pouce de pente ſur 100 toiſes. Cette inclinaiſon ſuffira pour l'écoulement & procurera en même temps la plus grande chûte.

Dans le ſecond cas, pour permettre à l'eau de s'introduire dans le canal avec plus de facilité & d'acquérir ou de conſerver une certaine vîteſſe qui l'empêche de refluer vers la riviere, on donnera au fond du canal ſix lignes de pente par toiſe ſur les 24 premieres toiſes. Depuis ce point juſqu'à la machine, on pourra ne lui donner conſtamment qu'un pouce ſur 100 toiſes, ainſi que dans le premier cas.

Dans l'un & l'autre cas on aura ſoin de tenir les bords du ca-

nal à une certaine hauteur; pour empêcher que les eaux ne s'épanchent latéralement. Cette précaution est sur-tout nécessaire aux approches du coursier. Car comme il faut éviter la contraction à mesure que l'eau passe du canal de conduite au coursier, le premier étant d'abord plus large que le second, on doit diminuer insensiblement sa largeur en s'approchant de la chûte, jusqu'à ce qu'enfin elle soit égale à celle du haut du coursier (17). Or la largeur du canal ne peut diminuer sans faire augmenter la profondeur des eaux.

Il est désavantageux de donner trop de pente au canal de conduite.

210. Il y a un préjugé fort en vogue parmi un grand nombre de constructeurs; c'est de donner une grande pente au canal de conduite, afin que l'eau en arrivant à la chûte ait déjà acquis une certaine vîtesse qu'on regarde comme un avantage qu'on n'auroit pas pu se procurer d'ailleurs. Si l'on examinoit les choses de près, on verroit qu'au lieu de gagner on perd réellement. Car quelle que soit la vîtesse de l'eau au commencement du canal, si l'on a égard à l'âpreté du fond & des côtés, ainsi qu'aux sinuosités presque inséparables de la construction, je ne crois pas trop dire en avançant que pour conserver cette vîtesse il faut au moins une pente égale à la centieme partie de la longueur du canal. Je dirois la dixieme partie si je ne consultois que les expériences (hydr. n. 641); mais comme j'y fais entrer le volume d'eau, conformément à ce que nous avons vu (15), je tends cette grandeur dix fois moindre. Or, pour peu de longueur qu'ait un canal de conduite, il aura plus de 100 toises, & par conséquent on perdra une toise de chûte ou à peu près sur chaque centaine, sans rien gagner; tandis que selon notre méthode on ne perdroit qu'un pouce sur chaque espace pareil, & que l'eau arrivée au coursier y acquéreroit réellement toute la vîtesse qu'elle peut acquérir dans l'exécution. L'on voit donc que c'est une erreur de donner trop de pente au canal de conduite. Pour produire le plus grand effet, il faut se procurer la plus grande chûte (74). Or il est clair qu'on ne peut y réussir qu'en donnant au canal le moins de pente possible.

211. La largeur du canal n'étant pas constante (209) la profondeur des eaux doit varier & elle doit être sensiblement en raison inverse de la largeur. Donc elle doit être plus grande vers B que vers A. Cependant dans la pratique on pourra la supposer la même par-tout & regarder la surface *a b* des eaux comme parallele à la ligne AB du fond du canal ; & par conséquent le point le plus haut *b* de la chûte relativement à l'impulsion sera censé au-dessous de la ligne de niveau *a g* qui passe par le point *a*, d'une quantité *b g* égale à la pente du fonds AB du canal.

Détermination du point le plus haut de la chûte. Fig. 31.

212. *Lorsqu'une machine a été construite d'après un volume d'eau donné, & que ses dimensions ont été déterminées pour le plus grand effet, un plus grand volume peut altérer la bonté de cet effet & même quelquefois le détruire.*

Une augmentation d'eau est nuisible à la qualité & quelquefois à la quantité de l'effet.

Car un plus grand volume d'eau doit augmenter la vîtesse de la machine. Mais la bonté de l'effet & quelquefois l'effet luimême dépend du degré de vîtesse. On voit un exemple du premier cas dans les moulins à bled. Si une meule ne donne de bonne farine qu'au-dessous de 50 révolutions par minute, lorsqu'elle tournera avec plus de vîtesse, elle en altérera la bonté par un excès de chaleur. Le second cas se remarque dans les machines à fouler & dans les autres de même nature. Si la vîtesse de la roue devient plus grande, le maillet ou le pilon n'est pas encore arrivé au point le plus bas qu'il est de nouveau soulevé par la levée avant d'avoir pu produire son effet.

213. De la proposition précédente on conclud que quand on a un volume d'eau suffisant, on doit faire ensorte qu'il n'augmente jamais ; & pour cela on aura soin de pratiquer près de l'endroit où se trouve la machine une vanne de décharge pour l'évacuation des eaux superflues. On peut mettre ces mêmes eaux à profit en les employant à mouvoir une machine à éclusе.

Conséquence qui en résulte.

214. *Si par la diminution du volume d'eau la vîtesse de la machine diminue, l'effet en sera moindre, mais la bonté n'en sera pas altérée.*

La diminution de l'eau nuit à la quantité de l'effet mais non pas à la qualité.

La chose est assez sensible par les deux exemples que nous avons cités (211). Une meule qui donne de bonne farine sous 50 révolutions par minute ne la donnera pas moins bonne en faisant moins de 50 révolutions, & le maillet qui n'avoit besoin par exemple que de $\frac{1}{2}$ seconde pour frapper son coup ne le frappera pas avec moins de force dans un temps plus long. Ainsi l'effet ne sera par détérioré; il ne sera que diminué.

Conséquence relative à la dérivation des eaux d une riviere.

215. Il suit delà que si l'on veut constamment produire le même effet, on ne doit jamais employer un volume d'eau moindre que celui d'après lequel on a calculé les dimensions de la machine. Quand on dérive les eaux d'une riviere qui en fournit à souhait, on peut aisément s'en procurer un volume constant en pratiquant plusieurs vannes à l'entrée du canal. Dans les hautes eaux on en fermera une partie qu'on ouvrira dans les basses, pour pouvoir réparer la diminution occasionnée par l'état de la riviere. Si une seule vanne suffit on la levera plus ou moins selon le temps. Pour cela on aura dans le canal une marque jusqu'à laquelle les eaux devront s'élever pour en avoir le volume nécessaire à la machine. On ne risque rien de le rendre trop grand, à cause que l'excès s'échappera toujours par la vanne de décharge (213).

A quelle dépense il faudroit proportionner une machine mue par une source.
Fig. 32.

216. Quand on dérive les eaux d'une source, on ne peut s'en procurer un volume constant qu'en calculant l'effet & les dimensions de la machine dans le temps des plus basses eaux. En général le volume d'eau d'après lequel se fera le calcul doit être tel que dans l'espace d'une année entiere l'effet résultant soit le plus grand qu'on puisse attendre de la source. Essayons de déterminer ce volume par les principes établis.

Menons la ligne AB (fig. 32) & supposons qu'elle représente l'espace d'une année. Elevons à ses différents points des perpendiculaires & faisons les égales aux dépenses de la source dans les temps correspondants. Comme l'état de la source varie continuellement par le froid, le chaud, les pluies & la fonte des neiges, il est clair que les extrémités de ces ordonnées seront terminées par une

courbe CFHKMOQD. Si les accroissements & les décroissements revenoient tous les ans périodiquement & suivant les mêmes loix, nous aurions l'équation à la courbe, & nous pourrions résoudre la question par la proposition du n. 76 ; savoir, que les effets sont en raison composée de la chûte, de la dépense & de la durée de l'action. Puisqu'ici la chûte est constante, l'effet est comme le produit de la dépense par la durée de l'action. Prenons donc la dépense EC correspondante au point E, & menons par le point C la ligne CD parallele à AB : elle coupera la courbe aux points F, H, K, &c. par lesquels tirons les ordonnées FG, HI, KL, &c. Si nous proportionnons les dimensions de la machine à la dépense CE, elle produira le plus grand effet pendant les temps EG, IL, NP, RS ; car le fluide superflu s'échappera par la vanne de décharge. Pendant les autres temps de l'année, tels que BE, GI, &c. l'effet sera moindre. Ainsi pour retirer le plus grand avantage de la source dans l'espace d'une année, conformément à ce que nous venons de dire au sujet de la proposition du n. 76, il faudroit que CE × (EG + IL + NP + RS) donnât un *maximum*. Or il est impossible d'avoir l'expression générale de ces grandeurs à cause que nous ne pouvons pas avoir l'équation à la courbe. Donc il faut renoncer à une solution rigoureuse, & se contenter d'une certaine approximation, en ne donnant toutefois au hasard que le moins qu'on pourra.

Réflexions sur les variations des sources & sur les loix de ces variations.

217. Quoique le raisonnement que nous venons de faire s'applique indistinctement à toutes sortes de sources, on peut dire néanmoins qu'il convient bien mieux aux rivieres qui peuvent être grossies par les eaux des torrents & par celles qui, dans les pluies, coulent sur la surface de la terre, qu'aux sources proprement dites qui ne peuvent recevoir des accroissements sensibles que par la filtration des eaux, & qui par là même supposent de longues pluies ou une grande fonte de neige pour recevoir des accroissements considérables. Ces dernieres aug-

mentent assez rapidement ainsi que les eaux découvertes ; mais en général elles décroissent très-lentement. Leurs accroissements sont rarement momentanés & presque toujours ils durent longtemps. On peut même dire qu'elles n'en ont que deux dans le courant de l'année & qu'ils reviennent périodiquement : car elles s'enflent à la fin de l'hiver ou au commencement du printemps par les pluies ou par la fonte des neiges, & elles diminuent jusqu'au commencement de l'automne où elles s'enflent de nouveau pour diminuer ensuite jusqu'au printemps suivant. Je ne parle pas des petits accroissements qui surviennent dans le courant de l'année à la suite de quelque pluie. Ainsi nous ne distinguerons dans les sources particulieres que deux accroissements & deux décroissements, & chaque accroissement avec son décroissement occuperont ensemble à-peu-près la moitié de l'année. Il nous reste à connoître la loi de ces décroissements.

218. Si nous observons soigneusement les décroissements des sources au printemps & à l'automne, nous verrons que dans les commencements ils sont presque aussi rapides que les accroissements (217), & que depuis environ quinze jours après le plus grand accroissement les dépenses paroissent diminuer uniformément. Or comme il ne s'agit ici que d'un à-peu-près, je crois que nous pouvons prendre la dépense de la source environ quinze jours après son plus grand accroissement, & supposer que cette dépense est réellement la plus grande, & que depuis le plus grand accroissement jusqu'au plus grand décroissement les dépenses sont les éléments d'un trapeze, ou que les ordonnées qui les représentent sont terminées par la ligne droite.

Détermination approchée de la dépense à laquelle il faudroit proportionner la machine.

Fig. 33.

219. Menons la ligne AB (*fig.* 33) que nous supposerons représenter six mois. Que BF soit la dépense de la source à l'accroissement du printemps & BE sa dépense à l'accroissement de l'automne. Que AD soit sa dépense à la fin de l'été & AC sa dépense dans les basses eaux de l'hiver. Une ligne quelconque GH intermédiaire représentera la dépense de la source au temps cor-

reſpondant à H pris dans le ſemeſtre relatif à D F. Prenons la dépenſe G H & menons par le point G la ligne I K parallele à A B. Elle coupera C E au point L, & ſi l'on proportionne à G H toutes les dimenſions de la machine, cette dépenſe produira le plus grand effet pendant le temps B H du premier ſemeſtre & pendant le temps B M du ſecond. Donc (216) pour retirer le plus grand avantage de la ſource dans l'eſpace d'une année, il faut que G H ſoit telle que, multipliée par B H + B M, elle donne le plus grand produit poſſible.

Par les points C & D menons les lignes C R, D Q paralleles à A B. Nommons B E, M; A C, m; B F, M'; A D, m'; A B, a; AH, x. Nous aurons $ER = M - m$; $FQ = M' - m'$: & $BH = a - x$. Les triangles ſemblables D Q F, D G K donnent : $DQ : QF :: GK : KD = \frac{x}{a} \times \overline{M' - m'}$. Donc $AK = m' + \overline{M' - m'} . \frac{x}{a} = GH = LM$. Il nous faut encore une expreſſion de B M, & pour cela cherchons AM ou CP. Nous avons $LP = LM - AC = m' - m + \overline{M' - m'} \times \frac{x}{a}$. Les triangles ſemblables C R E, C P L nous donnent : $ER : LP :: CR : CP = AM = \frac{LP \times CR}{ER} = \frac{a . \overline{m' - m} + \overline{M' - m'} . x}{M - m}$.

Donc $BM = a - \frac{a . \overline{m' - m} + \overline{M' - m'} . x}{M - m} = \frac{a . \overline{M - m'} - x . \overline{M' - m'}}{M - m}$, & $GH \times (BH + BM) = \left(m + \overline{M' - m'} . \frac{x}{a}\right)\left(a - x + \frac{a . \overline{M - m'} - x . \overline{M' - m'}}{M - m}\right)$.

Or il faut que cette grandeur ſoit un *maximum*. Prenant donc ſa différentielle & l'égalant à zéro, nous aurons une équation qui nous donnera $x = \frac{1}{2} a \left(\frac{2M - m - m'}{M + M' - m - m'} - \frac{m'}{M' - m'} \right)$. Subſtituons cette valeur dans l'expreſſion de G H & nous aurons la dépenſe qui produira le plus grand effet dans l'eſpace d'une année, ou $GH = \frac{MM' - \frac{1}{2} Mm' - \frac{1}{2} M'm}{M + M' - m - m'}$.

220. La queſtion telle que nous venons de la conſidérer ſe réduit à celle-ci : *Deux trapezes qui ont une hauteur commune* A B Inſuffiſance de cette ſolution. Fig. 33.

étant donnés, trouver sur leurs côtés CE, DF (*ou sur leurs prolongements*) *deux points* G & L *également distants de* AB *& tels que la somme des rectangles* GB & LB *soit la plus grande possible.* Dans cette question rien ne détermine si BH & BM doivent être $<$ ou $>$ BA, c'est-à-dire si les points cherchés tomberont sur les côtés des trapezes ou sur leurs prolongements; car l'un & l'autre de ces deux cas peuvent avoir lieu, puisque la grandeur $a =$ AB n'entre point dans l'expression de GH. Ainsi la solution que nous venons de donner peut être insuffisante dans certains cas.

Dans la pratique la machine peut être proportionnée à la moindre dépense de la source.

221. La valeur que l'on trouvera pour GH différera ordinairement peu de la moindre dépense de la source. Donc puisque la solution exacte de la question précédente ne peut être que d'un petit usage à cause de sa complication & que d'ailleurs les eaux superflues ne sont pas perdues (213), on peut dans la pratique prendre la moindre dépense de la source pour celle sur laquelle on doit établir le calcul de la machine.

Ou à la moindre vitesse de la riviere sur laquelle elle sera placée.

222. Quand la machine sera destinée à être placée sur une riviere, on déterminera ses dimensions d'après la vîtesse de la riviere dans le temps des basses eaux. Nous verrons ailleurs comment on pourra modérer le mouvement de la machine dans le temps des crues.

Après l'impulsion on doit recevoir les eaux dans un coursier de décharge.
Fig. 31.

223. Si les eaux n'avoient pas un écoulement libre après l'impulsion, elles s'accumuleroient au-dessous de la roue, & la forçant à les pousser elles détruiroient une partie de l'effet qu'on produiroit sans cet obstacle. Il est donc absolument nécessaire d'éviter cet inconvénient. Pour cela le fond QR (*fig.* 31) sera soutenu à une petite hauteur QS au-dessus du point le plus bas S, afin que l'eau après le choc tombe au-dessous de la roue où elle sera reçue dans un second coursier que j'appelle *coursier de décharge* pour le distinguer de celui dont nous avons parlé jusqu'à présent & que nous pouvons nommer *coursier d'impulsion.* Et parcequ'il est important de se procurer la plus grande chûte (74), ce qu'on

ne

ne peut faire qu'en rendant QS la moindre poſſible ; il faudra que le courſier de décharge ait beaucoup de largeur, afin que les eaux ayant la liberté de s'étendre, n'y aient que peu de profondeur.

Largeur du courſier de décharge & détermination du point le plus bas du courſier d'impulſion. FIG. 34.

224. Soit AC (*fig.* 34) la ſection du fluide au point d'impulſion, A′C′ la ſection dans le courſier de décharge : v ſa vîteſſe moyenne avant le choc, & nv ſa vîteſſe dans le courſier de décharge. Nous aurons $AB \times BC \times v = A'B' \times B'C' \times nv$; d'où nous tirerons la profondeur A′B′ dans le courſiet de décharge $= \frac{AB \times BC}{n \cdot B'C'}$. Nommons k l'intervalle QS. (*fig.* 31). Il faudra que l'on ait $A'B' < k$, ou $B'C' > \frac{AB \times BC}{nk}$.

Paſſage de l'eau d'un courſier à l'autre. FIG. 31.

225. Comme il importe de conſetver à l'eau ſa vîteſſe réſidue, ſi on l'abandonne à elle-même, après l'impulſion, elle en perdra une partie en tombant de R ſur ST (*fig.* 31) ; au lieu que la perte ſera beaucoup moindre, ſi on la fait paſſer d'un courſier à l'autre, par le moyen d'un arc à inflexion Rrr'.

Seconde formule pour la détermination des grandeurs du n. 224. FIG. 34.

226. La vîteſſe de l'eau, après le choc, n'eſt que les $\frac{2}{5}$ de ce qu'elle éroit avant le choc. Suppoſons qu'au paſſage d'un courſier à l'autre, elle ſe réduiſe à la moitié. Nous pouvons, ſans rien craindre, regarder la vîteſſe de l'eau dans le courſier de décharge, comme $= \frac{1}{5} v$. Ainſi dans la formule du n. 224, nous aurons $n = \frac{1}{5}$, & $k > \frac{5 \cdot AB \cdot BC}{B'C'}$, comme auſſi $B'C' > \frac{5 AB \cdot BC}{k}$, (*fig.* 34).

Troiſieme formule pour la même détermination. FIG. 34 & 31.

227. Nommons m la dépenſe de la ſource, nous aurons $AB \cdot BC \cdot v = m$, & $AB \cdot BC = \frac{m}{v}$. Mais (3 & 23) $v = \sqrt{2 P'.k'} = \sqrt{\frac{160}{5} \cdot k'}$. Donc $AB \cdot BC = \frac{m}{\sqrt{\frac{160}{5} \cdot k'}}$, & par conſéquent la largeur B′C′ du coutſier de décharge doit êrre $> \frac{5m}{k\sqrt{\frac{160}{5} \cdot k'}}$ ou $> 0,684 \cdot \frac{m}{k\sqrt{k'}}$; de même que k doit être $> 0,684 \cdot \frac{m}{B'C'\sqrt{k'}}$. L'on voit par là, que la détermination

de la largeur du coursier de décharge dépend des trois quantités m, k & h'. La premiere ou la dépense de la source se détermine par les moyens que nous avons donnés (29 — 31). La seconde est arbitraire, & l'on peut assez généralement la fixer à 9 pouces. Quant à la troisieme, c'est-à-dire la chûte rélative, on peut prendre la chûte absolue bK ou dS (*fig.* 31), & en retrancher Sm; le reste md donnera, à la vérité, une grandeur un peu plus grande que la chûte rélative; mais dans la pratique, on pourra sensiblement la regarder comme étant $= h'$. On doit remarquer que la quantité Sm est composée de QS & de Qm. Nous avons fixé en général la premiere à 9 pouces, & la seconde, qui est la hauteur du ressaut, nous avons dit (139) qu'on pouvoit la supposer = 3 pouces. Ainsi la quantité Sm qu'il faut retrancher de la chûte absolue, est = 1 pied. En substituant, on aura la moindre largeur du coursier de décharge.

Ce qu'il faut faire quand la largeur du coursier de décharge est trop grande.

228. Il peut arriver que le résultat qu'on trouvera pour la moindre largeur du coursier de décharge, soit excessivement grand. Cela aura lieu sur-tout, lorsque la dépense étant considérable, la chûte sera fort petite, ainsi que le fait voir la formule. Pour lors, on prendra une plus grande quantité pour k, & ayant retranché $k + 3$ pouces de la chûte absolue, l'on aura la nouvelle valeur que l'on supposera à h'. Ces quantités déterminées, on recommencera le calcul jusqu'à ce que l'on ait une valeur convenable à la moindre largeur du coursier de décharge.

Observation sur l'application de ces regles aux roues horisontales & verticales. Fig. 31.

229. Les différentes précautions que nous venons de prescrire au sujet du passage de l'eau du coursier d'impulsion, à celui de décharge, sont beaucoup moins nécessaires quand on emploie des roues verticales, que quand on se sert de roues horisontales. Dans le premier cas, les roues ne plongent dans l'eau que sur l'étendue d'un petit arc, au lieu que dans le second, si le fond RQ (*fig.* 31), n'étoit pas au-dessus des

eaux après le choc, le plan entier de la roue feroit dans l'eau, ce qui affoibliroit infailliblement l'impulsion. Ainsi, dans la pratique QS, peut être un peu moindre pour des roues verticales, que pour des roues horisontales; & même les premieres pourroient, à la rigueur, recevoir le choc au point le plus bas de la chûte: cependant, pour plus de sûreté, on fera bien dans tous les cas, de faire usage des principes établis, du moins autant que les circonstances le permettront.

Pente du coursier de décharge & du canal de fuite.

230. Pour faciliter la fuite des eaux après le choc, on fera le coursier de décharge le plus uni qu'on pourra; & si l'endroit où l'eau doit se perdre est fort éloigné, on lui donnera environ 8 toises de longueur sur $\frac{1}{2}$ pouce de pente par toise, afin que l'eau puisse librement s'écouler aux environs de la machine. Alors, on pourra diminuer cette pente, & la réduire progressivement à 4, 3, 2 & 1 pouces, sur 100 toises: ainsi, avant la construction, on aura soin de faire un nivellement exact de cette partie qu'on néglige trop souvent. Qu'on prenne garde sur-tout, si le canal aboutit à une riviere dont les eaux, dans le temps des crues, puissent refluer par cet endroit, & faire refluer celles qui animent la machine. Si cela étoit, il faudroit y avoir égard, & donner au canal de fuite, une pente plus grande à proportion, du moins si le local le permettoit. En général, il faut faire ensorte de se débarrasser au plutôt des eaux après le choc, & par conséquent de faire le canal de fuite, le plus court qu'on pourra.

Comment on doit déterminer la chûte absolue & la chûte relative. Fig. 31.

231. Il résulte de ce que nous avons dit (209, 211 & 230), que dans la construction d'une machine pour connoître la chûte absolue (33), il faut faire un nivellement exact depuis la surface des eaux de la source ou de la riviere, qui fournira à la machine, jusqu'à l'extrémité du canal de fuite, & de la hauteur qu'on trouvera, retrancher, 1°. autant de pouces qu'il y aura de centaines de toises dans la longueur du canal de conduite, & 1 pied de plus si on le dérivoit d'une riviere;

2°. 4 pouces pour les 8 premieres toiſes du canal de fuite; 3°. 4 pouces pour la premiere centaine ſuivante, 3 pouces pour la ſeconde, 2 pouces pour la troiſieme, & 1 pouce pour chacune des centaines reſtantes. Le reſte ſera la chûte abſolue $bK = dS$ (*fig.* 31). Connoiſſant la chûte abſolue pour avoir la chûte rélative, il faut en retrancher; 1°. la quantité Sm que nous avons fixée en général à un pied (227), mais qui peut être plus grande ou moindre, ſelon les circonſtances, & dont on trouvera aiſément la véritable valeur, par les méthodes précédentes (227, 228); 2°. la moitié de la hauteur de la ſection du fluide au point d'impulſion, ou même la hauteur entiere, ſelon que la roue eſt verticale (111) ou horiſontale (125), & dans le premier cas, ſelon que la hauteur due eſt petite ou conſidérable (114).

Grandeur & rayon de l'arc deſtiné à rendre horiſontale la direction du courant. Fig. 31.

232. Nous avons démontré (22), qu'en employant un arc de cercle au bas du courſier, on pouvoit rendre horiſontale la direction du courant, ſans en altérer la vîteſſe. Il convient à préſent d'examiner le dégré de courbure de cet arc. S'il n'y avoit point de frottement, il importeroit fort peu de ſavoir quelle eſt cette courbure; puiſqu'il eſt démontré que le fluide arrivé en M (*fig.* 31) auroit acquis la même vîteſſe qu'en K'. Mais comme dans l'état actuel, toutes les ſurfaces ſont hériſſées d'inégalités, les parties ſaillantes feront d'autant plus oppoſées au mouvement du fluide qui coulera le long de cet arc, & diminueront d'autant plus ſa vîteſſe, que la courbure ſera plus grande. Il paroît donc néceſſaire que le rayon de courbure ſoit le plus grand poſſible. Voyons néanmoins s'il n'y a pas des limites au-delà deſquelles il ne faut pas paſſer.

Menons du centre N la ligne NO qui diviſera également l'angle GOM, puiſque (22) $OG = OM$; & faiſons le ſinus total $= 1$. Dans le triangle rectangle NMO, nous aurons: $cot.\,NOM : 1 :: OM : MN = \frac{OM}{cot.\,NOM}$. Mais $NOM = \frac{1}{2}\,GOM$ (& en menant OO' parallele à DK' ou à MN)

$=\frac{1}{2}(MOO'+O'OG)=\frac{1}{2}(MOO'+ODK')=\frac{1}{2}(90^d+25^d\ 50')$; par conſéquent *cot.* NOM, eſt une grandeur conſtante. Donc le rayon MN ſera proportionnel à OM : par où l'on voit que ſi l'on vouloit faire MN le plus grand poſſible, il faudroit auſſi augmenter dans le même rapport OM, ou ſon égale, OG : & comme celle-ci peut augmenter juſqu'en D, & devenir = OD ; il faudroit que l'arc de cercle GM partît du point D, & qu'il ſe terminât ſur l'horiſontal K′ *m*, à une diſtance du point O = OD. Or, le but qu'on doit ſe propoſer dans la conſtruction du courſier, eſt de conduire le courant à l'horiſontale K′M par la voie la plus courte & la plus oblique à DK′. En prenant à la lettre le réſultat que donne la proportion précédente, il eſt aiſé de voir qu'on s'écarteroit également de l'une & de l'autre. Il convient donc que OG ſoit d'une grandeur médiocre, aſſez conſidérable néanmoins, pour que les filets les plus bas étant arrivés en M, ceux de la ſuperficie aient eu le temps de ſe plier & de prendre ſenſiblement la même direction, ce qui n'arriveroit pas ſi OM étoit trop petite, & pour lors, on tomberoit dans le défaut qu'on veut éviter, je veux dire, qu'on ne détruiroit pas l'obliquité de l'eau par rapport à l'horiſontale, & qu'on perdroit par cette même obliquité, une partie de la vîteſſe acquiſe. A la rigueur, la grandeur de OM dépend du volume d'eau dont on a à diſpoſer, ou plutôt de la profondeur que doit avoir le courant au bas du courſier. Plus cette profondeur ſera grande, plus l'arc GM doit avoir d'étendue pour donner aux filets ſupérieurs la facilité de ſe plier. Dans l'uſage le plus ordinaire, je penſe qu'il ſuffira de faire GO ou OM = 3 pieds. C'eſt la moindre valeur qu'on puiſſe donner à ces deux lignes. Alors on trouvera le rayon MN = 4,785 pieds.

233. A meſure que les eaux s'approchent de l'entrée du courſier, celles de la ſuperficie s'affaiſſent (24) & s'éloignent de la ligne *ab*, en prenant la poſition *np*. Pour faciliter la

Grandeur & rayon de l'arc employé à l'entrée du courſier.
FIG. 31.

même direction aux filets inférieurs, & favoriser leur parallélisme avec les supérieurs, il est à propos de terminer la partie supérieure du courfier, par un arc convexe BH, beaucoup moindre que celui de la partie inférieure. Pour cet effet on prendra sur la ligne AD du fond du canal (qu'on peut regarder comme horifontal), & sur le courfier DG, les parties égales DB, DH d'un pied ou à-peu-près, & aux points B & H, on élevera des perpendiculaires qui se couperont au point L, & déretmineront les rayons BL & HL.

Le courfier doit être regardé comme rectiligne. Fig. 31.

234. La partie inclinée du courfier est donc composée de trois pieces, dont les deux extrêmes sont les arcs de cercle GM & BH, & celle du milieu qui est ordinairement la plus grande, est la droite GH. Les loix du mouvement du fluide le long des arcs BH & GM, peuvent être regardées comme sensiblement les mêmes que sur les portions correspondantes DH & GO, à cause de la petitesse de ces arcs, & le courant arrivé en M, doit être censé s'être mu le long de DO, & avoir pris la direction OM, sans aucune perte de sa vîtesse. On doit aussi supposer OD prolongée jusqu'à la surface de l'eau en D'. Dans la pratique, on pourra, sans erreur sensible, regarder les loix de l'écoulemenr par BD', comme les mêmes que celles par D'D. A la rigueur, le frottement est moindre par BD' que par D'D; mais d'un autre côté, il est plus grand par BH & par GM, que par les parties rectilignes correspondanres. Ainsi il y aura compensation. Donc, *quoique le courfier soit mixtiligne, on le regardera comme une droite qui part de la superficie de l'eau, & qui fait un angle constant avec la verticale.* Nous avons vu (23) les raisons pour lesquelles cet angle est supposé de 25^{d} $50'$ dans la pratique.

Grandeur de l'intervalle compris entre l'arc inférieur & le reffaut. Fig. 31.

235. Pour bien établir la direction horifontale de tous les filets au bas du courfier, il faut leur laisser parcourir un certain intervalle entre le point M & le ressaut où doit se faire

l'impulsion. Cependant, comme l'eau arrivée sur cette partie n'a plus d'accélération, & que sa vîtesse ne peut que s'affoiblir par le frottement, il faut prendre garde de ne pas faire cet intervalle trop grand; son étendue doit, ainsi que celle de l'arc, être proportionnelle à la profondeur de l'eau; mais dans l'usage ordinaire, il suffira de lui donner 2 ou 3 pieds.

Observation essentielle sur la dimension verticale des ailes de la roue, & des parois de la partie horisontale du coursier.

Nous avons enseigné (133 — 139), comment devoit être construite la partie où se fait l'impulsion, & celle qui correspond à la roue pour détruire la perte qui se fait par le jeu, & pour produire le plus grand choc possible. Si l'on se contente de donner aux ailes de la roue & aux parois de la partie horisontale du coursier, la hauteur dont nous avons parlé au n. 133; l'eau, après avoir produit sont effet sur l'aile, n'aura plus dans cette même partie du coursier, que la vîtesse de la roue, c'est-à-dire les $\frac{1}{3}$ de sa vîtesse primitive. Elle s'enflera donc, & une partie s'échappera avec la roue dont elle accompagnera les ailes, tandis que l'autre franchira les parois du coursier, & les ailes de la roue. Comme il importe de retirer de l'action d'un courant le plus grand avantage possible, on aura soin, en pareils cas, de donner aux ailes & aux côtés de cette partie du coursier, une hauteur proportionnée à la profondeur de l'eau & au remou. Cette profondeur sera au moins les $\frac{3}{2}$ de celle qui auroit lieu sans choc. Par ce moyen, la pression de l'eau sur les ailes, sera plus grande qu'auparavant, & l'effet augmentera d'autant.

Il faut néanmoins remarquer que cela n'aura pas lieu dans les roues placées sur des rivieres. Car si l'on n'emploie point de coursier, les eaux, après le choc, auront la liberté de s'échapper, & ne s'enfleront point. Si au contraire l'on emploie un coursier, outre qu'on sera obligé de laisser un jeu par lequel l'eau pourra toujours s'échapper en partie, le coursier ne sera jamais assez long pour que les eaux ne puissent refluer après le choc jusqu'à son extrémité en amont. Ainsi, ce ne sera que dans les roues placées sur des coursiers inclinés que l'on fera bien d'augmenter

la dimenſion verticale des ailes & des parois de la partie horiſontale du courſier, comme nous venons de le dire.

Nous devons donc diſtinguer deux ſortes de profondeur dans l'eau arrivée au bas du courſier, ſavoir *la profondeur naturelle* & *la profondeur effective*. La premiere ſeroit celle qui exiſteroit ſans choc; & la ſeconde celle qui auroit lieu après le choc, en ſuppoſant une hauteur ſuffiſante aux côtés du courſier & aux ailes de la roue. Il en ſera de même de la hauteur des ailes; c'eſt-à-dire que nous devons diſtinguer leur *hauteur naturelle* & leur *hauteur effective*; grandeurs relatives aux profondeurs dont nous venons de parler. Tout ce que nous avons dit avant ce numéro en parlant des dimenſions des ailes & du rapport que ces mêmes dimenſions ont ou entr'elles ou avec d'autres quantités, doit s'entendre de la hauteur naturelle; à cauſe que l'eau ne s'enfle dans le courſier qu'après avoir produit ſon effet, & que par conſéquent il n'y a que ces dimenſions qui doivent entrer dans le calcul. Nous continuerons donc de fonder nos calculs ſur les dimenſions naturelles des ailes, ou ce qui eſt la même choſe, ſur la ſection naturelle du courant arrivé au bas du courſier; & ce ne ſera que dans la pratique qu'on pourra faire la dimenſions verticale des ailes telle que nous venons de dire; obſervant bien que cette dimenſion ne ſauroit gueres être trop grande, & qu'il vaut mieux pécher par excès que par défaut.

Trouver les dimenſions de la ſection de l'eau au bas du courſier. Fig. 5.

236. Propoſons nous maintenant la ſolution de ce problême: *Connoiſſant la dépenſe d'une ſource, ſa chûte abſolue & le rapport de la largeur de la ſection de l'eau arrivée au bas du courſier à la hauteur de cette même ſection, trouver ces deux dimenſions.*

Nous ſuppoſons que l'angle formé par le courſier & la verticale, eſt de 25^d 50′ (23). De la chûte abſolue, nous retrancherons 1 pied pour l'intervalle compris entre le courſier de décharge & la partie de celui d'impulſion, au-deſſus du

reſſaut

reſſaut (227), & nous aurons la hauteur FK (*fig.* 5) de la ſurface de l'eau EG au-deſſus du fond horiſontal ſupérieur CD. Nommons la a, & la dépenſe de la ſource m. Par la formule du n. 227, nous déterminerons la moindre largeur du courſier de décharge ; &, ſuppoſant qu'elle ne ſoit pas démeſurément grande, nous continuerons ainſi la ſolution du problême. Soit P', la gravité dont nous avons trouvé la valeur au numéro 23 ; n le rapport de la largeur à la hauteur de la ſection du fluide en D ; & x cette même hauteur. La largeur ſera $= nx$; $FN = a - x$; $KD = \sqrt{2aP'}$; & $NH = \sqrt{2P' . \overline{a-x}}$. La dépenſe (10) ſera égale à l'eſpace parabolique HDKN, multiplié par la largeur de la ſection en D. Or $HDKN = ..$ $\frac{2}{3} FK . KD - \frac{2}{3} FN . NH = \frac{2}{3} \sqrt{2P'} (a^{\frac{3}{2}} - \overline{a-x}^{\frac{3}{2}})$. Donc $\frac{2}{3} nx \sqrt{2P'} (a^{\frac{3}{2}} - \overline{a-x}^{\frac{3}{2}}) = m$. Chaſſant les expoſants fractionnaires de l'inconnue, & paſſant tous les termes dans un membre, nous aurons : $2P' n^2 x^2 . \overline{a-x}^3 - (\frac{3}{2} m - a^{\frac{3}{2}} nx \sqrt{2P'})^2 = 0$, équation du cinquieme degré, & dont on peut trouver les racines par la voie des diviſeurs ou par celle des limites. Mais comme cette méthode eſt fort longue, cherchons des moyens de ſimplification.

Solution ſimple & approchée du problême précédent. FIG. 5.

237. Nous avons vu (99) qu'en général la dimenſion verticale de l'aîle devoit être la moindre poſſible. Ainſi, pour peu que la chûte FK ſoit conſidérable, la différence qu'il y aura entre les ordonnées KD & NH ſera très petite, & par conſéquent la quantité FK (ou dm (*fig.* 31) différera très-peu de la véritable chûte relative. Donc, dans la pratique, quand il s'agira de la détermination de certaines quantités qui n'exigeront pas la plus grande précision, FK étant très-aiſée à déterminer (227, 228) on pourra la prendre pour la chûte relative. Suppoſons que toutes les particules arrivées à l'horiſontale ſe

meuvent avec une vîtesse $= KD = \sqrt{2aP'}$, & que la section du fluide en D soit un quarré $= z^2$. Nous aurons $z^2\sqrt{2aP'} = m$. A la rigueur, la section du courant en D sera un peu plus grande que z^2, à cause qu'il n'y a que les particules inférieures dont la vîtesse soit $= \sqrt{2aP'}$; mais la différence est petite, & cette supposition ne nous conduira pas moins à notre objet. Ramenons cette section quarrée à la section rectangulaire $= nx^2$ du numéro précédent. Nous aurons $nx^2 = z^2$: & à cause que $z^2 = \frac{m}{\sqrt{2aP'}}$, $nx^2 = \frac{m}{\sqrt{2aP'}}$. Donc $x = NK = \sqrt{\frac{m}{n\sqrt{2aP'}}}$, & nx ou la largeur de la section ou celle du coursier $= \sqrt{\frac{mn}{\sqrt{2aP'}}}$. Mais (23) nous avons $P' = \frac{80}{7}$. Substituant & faisant les opérations indiquées, nous aurons $x = 0{,}37\sqrt{\frac{m}{n\sqrt{a}}}$; & $nx = 0{,}37\sqrt{\frac{mn}{\sqrt{a}}}$.

Solution plus exacte du même problême. FIG. 5.

238. Si l'on vouloit une plus grande approximation, après avoir déterminé x ou NK par la méthode précédente, on en prendroit la moitié, & l'ayant retranchée de FK, on auroit Fc qu'on feroit $= a$. Alors on recommenceroit le calcul du n. précédent, & l'on trouveroit d'une maniere plus exacte la hauteur & la largeur de la section. Mais dans la pratique, il est rare qu'on soit obligé d'en venir à un second calcul, & à moins que la hauteur due ne soit extrêmement petite, les régles que nous venons de donner feront plus que suffisantes.

Détermination exacte de la chûte relative. FIG. 5.

239. La hauteur de la section du courant, ou sa profondeur au bas du coursier étant déterminée; pour avoir la véritable chûte relative, d'après laquelle on doit faire le calcul de la machine, on en prendra la moitié, & on la retranchera de la chûte relative supposée FK, si la hauteur due est peu considérable, & qu'on emploie une roue verticale (111); & si l'on emploie une roue horisontale, ou si la hauteur due est considérable, on la retranchera toute entiere (125 & 114). Dans

le premier cas, la véritable chûte relative feroit $= FK - \frac{1}{2}x$, & dans la feconde, elle feroit $= FK - x$.

Quelle eft la moindre fection du fluide au bas du courfier.

240. La furface de la fection du courant au bas du coutfiet n'auroit-elle pas des limites au-deffous defquelles il ne faudroit pas defcendre? Toutes chofes d'ailleurs égales, plus elle fera petite, plus la réfiftance du frottement fera fenfible (15), & conféquemment il y aura un terme paffé lequel les réfultats n'auront plus le même degré d'exactitude. Pour déterminer ce terme, du moins par approximation, il faut confulter l'expérience, & ne pas perdre de vue ce que nous avons dit (15 — 19). Le canal employé par M. Boffut avoit 5 pouces de largeur (*hydr.* 568), & la moindre élévation de la pale a été d'un pouce (*hydr.* 632 — 639). Ainfi, puifque la fection du fluide eft fenfiblement égale à la furface de l'orifice (*hydr.* 578), la moindre fection eft ici de 5 pouces quarrés. Or nous avons remarqué (19) qu'en général on ne pourroit pas mouvoir une machine hydraulique ufuelle, avec une auffi petite force que celle de l'eau employée à l'expérience de M. Boffut, & que la réfiftance du frottement dans les courfiers, pouvoit être fuppofée telle que la donne l'expérience citée. Donc on peut dire que *la fection du courant au bas du courfier peut diminuer au moins jufqu'à 5 pouces quarrés.*

Détermination des dimenfions de la partie fupérieure du courfier. Fig. 5.

241. La dépenfe de la fource étant repréfentée par m, & la largeur du canal par l, nous avons vu (29) que l'on avoit $m = 4,88\, l \,.\, \overline{BE'}^{\frac{3}{2}}$, faifons $BE = z$, & $l = n'z$. Nous aurons $m = 4,88\, n' z^{\frac{5}{2}}$; d'où nous tirons $z = 0,53 \sqrt[5]{\frac{m^2}{n'^2}}$, & $n'z = l = 0,53 \sqrt[5]{m^2 n'^3}$. A l'aide de ces deux formules, on connoîtra à peu de chofe près, les dimenfions de la fection du fluide à l'enrrée du courfier, & par conféquent celles de la partie fupétieute du courfiet. La grandeur n' eft arbirraire;

mais dans la pratique, on ne fera pas mal de la ſuppoſer = 1 ou à-peu-près.

Détermination de la déviation des côtés du courſier.
Fig. 3.

242. Puiſque (17) AC & BD (*fig.* 3) ſont reſpectivement la plus grande & la moindre largeur du courſier, il nous ſera aiſé de trouver la déviation du côté BA, par rapport à la ligne BE. Cette déviation eſt $AE = \frac{AC - EF}{2} = \frac{AC - BD}{2}$. Mais nous venons de voir (241) que $AC = l = 0,53 \sqrt[5]{m^2 n'^3}$, & (237) que $BD = nx = 0,37 \sqrt{\frac{mn}{\sqrt{a}}}$. Donc

$$AE = 0,265 \sqrt[5]{m^2 n'^3} - 0,185 \sqrt{\frac{mn}{\sqrt{a}}}.$$

Conſtruction & uſage des courſiers pour les roues placées ſur des rivieres.

243. Nous avons dit (37), que pour augmenter l'effet d'une machine placée ſur une riviere, il falloit faire tourner la roue dans un courſier. Ce courſier ſera aſſez prolongé *en amont*, pour que le courant y étant entré, ne puiſſe pas refluer aiſément en arriere, par la rencontre de la roue, & il ſera terminé *en aval* à l'endroit même où la roue ceſſera d'être plongée dans l'eau. Il ſera diſpoſé parallélement au fil du courant, & il n'aura point de reſſaut. Sa largeur ſera uniforme & égale à celle des aîles agmentée d'une grandeur convenable au jeu latéral; & ſes côtés s'éléveront de quelques pouces au-deſſus de la ſurface des eaux. Il ſera conſtruit de façon qu'on puiſſe l'approcher ou l'éloigner de la roue à volonté, & même l'enlever entiérement, ſi les circonſtances l'exigent, ou du moins enlever ſes côtés. La raiſon en eſt que la machine ayant été conſtruite d'après la vîteſſe des baſſes eaux (222), cette viteſſe augmentera dans les crues, & conſéquemment celle de la machine. Mais (212) un excès de vîteſſe, peut détériorer & même anéantir l'effet. Donc, pour conſerver le même degré de vîteſſe à la machine, il faudra diminuer l'impulſion, c'eſt-à-dire rendre le fluide moins défini, en augmentant le jeu de la roue (34).

Moyen de connoître ſi un volu-

244. Quelle que ſoit une machine, il y a une grandeur dé-

terminée au-dessous de laquelle elle devient hors d'usage. Quand elle sera parvenue à cet état, la force nécessaire pour la mouvoir, sera la moindre qu'il soit possible d'employer. Cette force une fois fixée pour une machine d'une espece donnée, nous pourrons connoître si un volume d'eau donné sous une chûte connue, pourra faire produire le plus grand effet à une autre machine de même espece. Soit M le volume d'eau qui sous la chûte H fait produire le plus grand effet à la moindre machine de l'espece proposée, & m celui dont on a à disposer sous la chûte h. Puisque (75) pour produire des effets égaux, les volumes doivent être réciproquement comme les chûtes; si le m doit produire le même effet que le volume M, nous aurons : $m : M :: H : h$, & par conséquent $mh = MH$. S'il peut produire un plus grand effet, on aura $mh > MH$, & pour lors la machine ne sera plus la moindre possible. Mais s'il ne pouvoit pas mouvoir de la maniere la plus avantageuse la moindre machine, on trouveroit $mh < MH$, & alors si l'on vouloit l'employer à mouvoir une machine de cette espece, il faudroit avoir recours aux écluses. Ainsi, dans quelque espece de machine que ce soit, il est nécessaire de déterminer les dimensions de la moindre qu'on puisse employer, & la force nécessaire pour lui faire produire le plus grand effet : & comme il n'y a que l'expérience qui puisse nous l'apprendre, il ne faudra pas se borner à de simples spéculations, mais suivre les machines qu'on se propose de traiter, & examiner la nature de leurs effets, & la valeur des résistances qu'elles éprouvent dans leurs mouvemens, pour trouver les dimensions de celle dont l'effet est sur le point d'être tel qu'on devroit l'attendre d'une machine bien conditionnée.

me d'eau donné aura assez de force pour mouvoir une machine sans écluse.

245. Supposons qu'on ait une riviere d'où l'on puisse dériver de l'eau à souhait, & qu'on veuille s'en servir pour mouvoir plusieurs machines de même espece, établies au même endroit. Nous allons voir la maniere de distribuer, & les machines &

Maniere d'employer un grand volume d'eau à mouvoir plusieurs machines égales & de même espece.

Fig. 35.

le fluide moteur, pour en retirer le plus grand avantage.

A l'endroit où se trouve la chûte, on construira un grand bassin AA (*fig.* 35) de même profondeur que le canal BB qui y amenera l'eau. Ce bassin sera de figure rectangulaire, & beaucoup plus long que large. Il sera soutenu par un mur de revêtement CC, qui formera la chûte. Aux extrêmités de ce mur, on ménagera les deux vannes de décharge DD pour l'écoulement des eaux superflues. De ces deux vannes partiront les deux canaux de décharge EEE, qui se réuniront en F, pour ne former que le grand canal de fuite FF. La largeur de ces canaux augmentera continuellement jusqu'en F, à cause qu'ils sont destinés à recevoir les eaux des coursiers de décharge.

Nous supposerons toutes les machines égales; elles exigeront toutes la même quantité d'eau. Pour avoir le volume qui reviendra à chacune, on divisera la dépense totale du canal BB par le nombre de machines, & le quotient sera le volume cherché. Mais avant de chercher les dimensions de chaque machine, il faut s'assûrer si ce volume suffit pour mouvoir une machine qui ne soit pas inférieure à la moindre. Pour cela on diminuera la chûtea bsolue d'environ 1 pied (227), & l'on supposera pour un moment, que le reste est la chûte relative (237). On multipliera ce reste par le volume trouvé, & on comparera ce produit à celui que donneront le volume & la chûte, qui conviennent à la moindre machine (244). S'il étoit trop petit, il faudroit diminuer le nombre de machines pour employer un plus grand volume d'eau, au mouvement de chacune. Ensuite, si l'effet est de nature à être produit indifféremment par une machine simple ou composée, par la formule du n. 153, on cherchera si les machines seront simples ou à engrénage.

A la partie supérieure du mur *c*, *c*, on pratiquera, à égales distances, des embrasures *d*, *d* &c. destinées à introduire l'eau du bassin dans les coursiers, dont *fg* est la projection horisontale. Ces embrasures auront donc à-peu-près les mêmes dimen-

ſions que les canaux de conduite à l'entrée des courſiers. Leurs dimenſions ſe détermineront par les formules du n. 241, & celles de la partie inférieure des courſiers, par les formules du n. 237.

Connoiſſant la chûte & la dépenſe par une embraſure quelconque *d*, nous trouverons les dimenſions de l'une de ces machines, & le plus grand effet qu'on en doit attendre par les formules des n. 158 — 182.

Suppoſons que chaque machine & ſes dépendances occupe un des quarrés G. Après que l'eau aura produit ſon effet ſur la machine, on la recevra dans le canal de décharge HH, dont la moindre largeur ſera déterminée par ce que nous avons dit aux n. 227 & 228. Ces canaux ſe rendront aux deux latéraux EEE, ou au grand canal de fuite FF.

A chaque embraſure *d*, on placera une marque à laquelle l'eau devra s'élever afin que la machine produiſe l'effet calculé. Si elle montoit trop ou trop peu, on y remédieroit par les vannes de décharge.

Il pourroit arriver que l'eau vînt à manquer juſqu'à un certain point. Pour lors l'eau baiſſeroit uniformément ſur toute la ſurface du baſſin, & toutes les machines languiroient. Ce qu'il y a de mieux à faire en pareils cas, eſt d'en faire chommer une ou pluſieurs, afin que les autres puiſſent, par ce moyen, produire leur effet ordinaire.

On juge bien que toutes ces machines doivent être renfermées dans un même corps de bâtiment. Comme nous traitons ici des machines en général, nous ne pouvons rien dire de ſa diſtribution intérieure, à cauſe qu'elle dépend de la nature des machines, de celle des lieux, & peut-être de pluſieurs autres circonſtances.

246. Lorſque le produit de la dépenſe de la ſource par ſa chûte (244), ſera au-deſſous de celui qu'exige la moindre machine qu'on puiſſe employer, au lieu même où l'on ſe propoſe Une écluſe doit avoir deux baſſins. Fig. 36.

de conſtruire la machine, on pratiquera un baſſin ABCD (*fig.* 36), deſtiné à recevoir les eaux de la ſource. Au fond de ce baſſin, & à l'endroit où l'on doit placer le courſier D G H I, on en conſtruira un ſecond D E F G, dont la ſuperficie ſera d'environ une toiſe quarrée, & dont la profondeur D G ſera déterminée par le concours des côtés G H & D I du courſier, avec la verticale D K. Ce ſecond baſſin qu'on n'emploie que peu ou point du tout dans l'uſage ordinaire, eſt néanmoins d'une très grande utilité. Car ſuppoſons qu'au lieu du baſſin A B C D, on eût conſtruit le baſſin A B L G. Il eſt évident que le mouvement de la machine auroit langui depuis que la ſurface de l'eau ſeroit arrivée en C D juſqu'à ce qu'elle fût parvenue en G L, & même il ſe ſeroit anéanti avant que la ſurface de l'eau fût arrivée à cette derniere ligne; au lieu qu'en employant le petit baſſin D E F G, l'eau en ſortant, remplira conſtamment la partie ſupérieure du courſier. Le mouvement de la machine languira, à la vérité, lorſque la ſurface de l'eau ſera arrivée en D E; mais la machine s'arrêtera tout court un moment après; car on ſent bien qu'il faudra très-peu de temps au baſſin D E F G pour ſe vuider.

247. Il eſt aſſez plauſible que pour une ſeule & même ſource qui fournit à un baſſin, l'effet ſera ſenſiblement porportionnel à la chûte relative moyenne. Or cette chûte ſera d'autant plus grande, que les quantités D A & D G, ſeront moindres. Donc *l'effet qu'on doit attendre d'une machine à écluſe, ſera d'autant plus grand, que les baſſins ſeront l'un & l'autre moins profonds.*

248. Moins le baſſin ſupérieur ſera profond, moins il y aura de différence entre les viteſſes extrêmes, & par conſéquent plus le mouvement de la machine s'approchera de l'uniformité, ce qui eſt eſſentiel. Ainſi pour cette raiſon, & pour nous conformer au principe du n. 247, il convient de donner au baſſin ſupérieur le moins de profondeur qu'on pourra. Au reſte, cette profondeur eſt arbitraire; mais il n'en eſt pas de même de celle

du

du baſſin inférieur. Elle dépend des dimenſions du courſier (246), & nous verrons bientôt comment on la détermine.

249. Si nous proportionnons les dimenſions de la machine à l'action de l'eau, lorſque la ſurface eſt en A, elle produira le plus grand effet; mais ce ne ſera que dans ce moment-là. Depuis lors juſqu'à ce que la ſurface ſoit arrivée en D, l'effet diminuera, 1°. parceque la force de l'eau deviendra continuellement moindre; 2°. parceque ſa vîteſſe s'éloignera toujours de plus en plus de celle qui convient au plus grand effet. Si les dimenſions de la machine ſont relatives à l'action de l'eau, lorſque la ſurface eſt au point le plus bas D, d'un côté l'effet diminuera encore depuis le commencement juſqu'à la fin, à cauſe du décroiſſement de la force de l'eau; mais de l'autre, il augmentera à cauſe que la vîteſſe de l'eau ſe rapprochera continuellement de celle qui convient aux dimenſions de la machine. Enfin, ſi la machine eſt proportionnée à la force de l'eau, lorſque ſa ſurface eſt à une hauteur moyenne M, l'effet diminuera encore depuis le commencement juſqu'à la fin, à cauſe de la diminution de la force de l'eau; mais il augmentera depuis A juſqu'en M, pour diminuer enſuite depuis M juſqu'en D, à cauſe que dans le premier intervalle, la vîteſſe de l'eau s'approchera de celle qui convient à la machine pour le plus grand effet, & qu'elle s'en éloignera dans le ſecond.

La machine doit être proportionnée à la plus grande action de l'eau. FIG. 36.

L'on voit par là, qu'à quelque hauteur qu'on ſuppoſe la ſurface de l'eau dans le baſſin, pour déterminer les dimenſions de la machine, à ne conſidérer que la force ſeule du fluide, l'effet doit néceſſairement décroître depuis le commencement du mouvement juſqu'à la fin. C'eſt un inconvénient auquel on ne peut remédier, à cauſe que depuis le point A juſqu'au point B, tout diminue, la dépenſe & la chûte. L'on voit auſſi que relativement à la machine, l'effet augmentera ou diminuera ſelon que la vîteſſe de l'eau s'approchera ou s'éloignera du rapport

qu'elle doit avoir avec les dimenſions de la machine pour le plus grand effet. Or ſi l'on fait attention que A D devant être la moindre poſſible, par rapport à la chûte totale (248), la différence qui régnera entre les vîteſſes extrêmes ſera fort petite, on conviendra aiſément que les variations de l'effet par rapport à la machine ſeront peu conſidérables, & que les éléments eſſentiels étant la dépenſe & la chûte, c'eſt ſur ces deux quantités qu'il faut régler les dimenſions & l'effet de la machine. Pour cela il faut les prendre lorſqu'elles ſeront à leur *maximum*, & en même temps avoir égard à ce que nous avons dit (212 & 214). Or ces quantités ſont à leur *maximum*, quand la ſurface de l'eau eſt en A; & la chûte diminuant depuis ce point, la vîteſſe du courant doit auſſi diminuer. Donc ſi l'on proportionne les dimenſions de la machine à la dépenſe du réſervoir, & à la chûte relative de cette dépenſe, quand la ſurface de l'eau ſera au point le plus haut A, on retirera le plus grand avantage de la plus grande dépenſe & de la plus grande chûte, & (214) la bonté de l'effet n'en ſera pas altérée. Ainſi, *quand on ſe ſervira d'écluſes, on déterminera les dimenſions de la machine, en ſuppoſant la ſurface de l'eau au point le plus haut.* Mais qu'on remarque qu'à cauſe de la contraction, la chûte relative ſera moindre que ſi l'on n'employoit point d'écluſe, & que la machine ſe mût d'un mouvement continu.

On doit couvrir la partie ſupérieure du courſier. Fig. 36.

250. L'eau, en entrant du baſſin dans le courſier DGHI, perdra par la contraction une partie de ſa vîteſſe, & cette perte ſera plus ou moins grande, ſelon que la contraction ſera de la premiere ou de la ſeconde eſpece (6). Il eſt donc avantageux de faire enſorte que la contraction ſoit de la ſeconde eſpece. Pour la rendre telle, il ſuffiroit de couvrir une petite portion de la partie du courſier la plus voiſine de l'orifice GD. Mais comme les particules d'eau en ſortant par GD, tendroient à s'échapper horiſontalement, en décrivant des paraboles, pour leur faire

prendre la direction GH, il sera à propos que la partie couverte s'étende depuis D jusqu'en N, un peu au-dessous du prolongement de FG. En entrant dans le coursier, l'eau en occupera d'abord toute la capacité; mais à cause de l'accélération, la section diminuera bientôt, & les particules se détacheront de la partie supérieure DN, pour n'occuper que le fond du coursier.

251. *Le reservoir* ABCD *étant supposé rempli d'eau, la quantité qu'on en dérivera pour le mouvement de la machine, ne doit pas être moindre que la dépense de la source qui lui fournit, prise dans ses plus grands accroissemens, ni que le volume, qui sous la même chûte relative, ne pourroit mouvoir que la moindre machine de l'espece de celle qu'on veut employer.*

Car 1°. puisque la machine ne peut se mouvoir que par le moyen d'une écluse, & que sa vîtesse est proportionnée sur la plus grande hauteur de l'eau (249), on n'a plus à craindre qu'un excès dans la dépense de la source, n'altere la bonté de son effet, ou qu'il ne le détruise (211). On peut donc employer cet excès à la production de l'effet; mais on n'en retireroit aucun avantage, & il s'échapperoit à pure perte par-dessus les bords du bassin, si l'orifice du coursier étoit déterminé par une dépense moindre que celle dont on peut disposer dans le temps des plus grands accroissements de la source. Donc la dépense du bassin ne doit pas être moindre que celle de la source prise dans cet état.

Quelle doit être la dépense de l'écluse.

Fig. 36.

2°. Il est encore plus sensible qu'elle ne doit pas être au-dessous du volume, qui sous même chûte ne mouvroit que la moindre machine de même espece, puisque sans cela, on tomberoit dans l'inconvénient qu'on veut éviter.

Si l'écluse étoit construite pour mettre à profit les eaux superflues à une machine, la même proportion auroit lieu en regardant les

eaux superflues comme la dépense de la source qui fournit au bassin.

Quelle est la profondeur du bassin inférieur. FIG. 56.

252. Déterminons le rapport de la profondeur DG du petit bassin à celle (GQ) de la partie supérieure du coursier. Dans le triangle DGQ, rectangle en Q, outre l'angle droit & le côté GQ, nous connoissons l'angle GDQ = KGH = $25^d\ 50'$ (23); car DN est parallele à GH, & l'inclinaison du coursier est la même que si la machine se mouvoit sans écluse. Donc nous aurons : *sin.* $25^d\ 50'$: *sin. tot.* :: GQ : DG, & par conséquent DG = GQ × $\frac{sin.\ tot.}{sin.\ 25^d\ 50'}$. Mais $\frac{sin.\ tot.}{sin.\ 25^d\ 50'} = \frac{GH}{KH}$, & puisque (23) $\frac{GK}{GH} = c = 0,9$, il est aisé de conclure que $\frac{GH}{KH}$ ou $\frac{sin.\ tot.}{sin.\ 25^d\ 50'} = \frac{1}{\sqrt{1-c^2}} = \frac{1}{0,4} = 2,5$. Substituons, & nous aurons DG = 2,5 × GQ; ce qui nous fait voir que *la profondeur du bassin inférieur est égale à deux fois & demie celle de la partie supérieure du coursier.*

Détermination des dimensions de la partie supérieure du coursier. FIG. 37.

253. Cherchons à présent les dimensions de la partie supérieure du coursier. Sur la verticale AG (*fig.* 37) comme axe & d'un parametre égal au double de l'intensité de la gravité naturelle (3), décrivons la parabole AEF, dont le sommet soit à la surface de l'eau AB. Menons les ordonnées, CF, QE qui répondent aux extrémités de l'ouverture GH du coursier. La vîtesse de l'eau étant la même, soit qu'elle s'échappe par un point quelconque, pris entre G & Q, ou par le point correspondant pris sur GH, les dépenses par deux éléments correspondans de ces deux lignes, seront comme ces éléments ou comme ces lignes, & conséquemment les dépenses totales seront dans le même rapport. Nous aurons donc : la dépense naturelle par GH, est à celle par GQ :: GH : GQ; c'est-à-dire que la dépense par GH est égale à celle qui auroit lieu par GQ, multipliée par $\frac{GH}{GQ}$. Ne prenons d'abord qu'un élément vertical

de cette dépense. L'élément de la dépense naturelle par GQ, sera $=$ EFGQ, ainsi que nous avons vu (4); & celui de la dépense naturelle par GH, sera $= \text{EFGQ} \times \frac{\text{GH}}{\text{GQ}}$. Comme nous ne voulons qu'une approximation, regardons EFGQ, comme un trapeze. Cette supposition n'est pas éloignée de la vérité, à cause de la grandeur du rayon de courbure de la parabole, & sur-tout parceque l'angle NGM étant peu de chose (23), son complément QGH, est fort grand ; par conséquent GH n'étant point & ne pouvant jamais être bien considérable, GQ sera très petite, ainsi que l'arc correspondant EF. Menons donc par le milieu K de GQ l'ordonnée KL : nous aurons $\text{EFGQ} = \text{GQ} \times \text{KL}$, & l'élément de la dépense naturelle par GH deviendra $= \text{GH} \times \text{KL}$.

Nommons a le rapport de la dépense effective à la dépense naturelle; AG, b; GH, z; le côté horisontal de la section du coursier selon GH, y ; l'intensité de la gravité p ; & la dépense m. Le sinus total étant $= 1$, suivant ce que nous avons dit (252) *sin.* QGH sera $= \sqrt{1 - c^2}$. On doit se souvenir (23), que dans l'usage ordinaire $c = 0,9$. L'on aura $\text{GQ} = z\sqrt{1 - c^2}$; $\text{KL} = \sqrt{2p(\text{AG} - \frac{1}{2}\text{GQ})} = \sqrt{2p(b - \frac{1}{2}z\sqrt{1 - c^2})}$; l'élément de la dépense effective par $\text{GH} = a \,.\, \text{GH} \,.\, \text{KL} = az\sqrt{2p(b - \frac{1}{2}z\sqrt{1 - c^2})}$; & la dépense effective totale $= ay$. $\text{GH} \,.\, \text{KL} = ayz\sqrt{2p(b - \frac{1}{2}z\sqrt{1 - c^2})} = m$, équation dans laquelle l'un des deux côtés y ou z est arbitraire. Ainsi l'on pourra prendre pour inconnu celui qu'on voudra, donnant à l'autre telle valeur qu'on jugera à propos.

Si l'on regardoit z comme l'inconnue, on ne pourroit avoir sa valeur que par une équation du troisieme degré; au lieu qu'en prenant y, sa valeur se trouve par une simple équation du

premier degré. Donc puiſqu'il eſt indifférent de prendre l'une ou l'autre, comme on doit toujours avoir en vue de ſimplifier les opérations, on aura ſoin de choiſir le côté horiſontal pour inconnue, & de regarder l'autre comme connu. Alors on aura

$$y = \frac{m}{a z \sqrt{2p(b - \frac{1}{2} z \sqrt{1 - c^2})}}.$$

Nommant AD, g; nous aurons $AG = b = AD + DG = g + 2{,}5\,z$. Subſtituons cette valeur dans l'équation, & mettons $\frac{13}{16}$ pour a (6), 30 pour p (3), & 0,4 pour $\sqrt{1 - c^2}$ (23); après avoit fait les opérations indiquées, nous trouverons $y = \cdots\cdots\cdots$ $\frac{8m}{13 z \sqrt{15(g + 2{,}3 z)}} = \frac{8m}{13\, GH \sqrt{15(AD + 2{,}3\, GH)}}$. Ce ſera la valeur du côté horiſontal de l'orifice, ou celle de la largeur du courſier au ſortir du baſſin.

Moyen de mettre les deux dimenſions de la partie ſupérieure du courſier à-peu-près dans un rapport d'égalité.

254. Il peut arriver qu'en ſuppoſant arbitrairement une certaine valeur à GH ou z, celle qu'on trouvera pour y lui ſoit trop diſproportionnée, & qu'elle ſoit beaucoup trop grande ou beaucoup trop petite. On remédiera à cet inconvénient en prenant une moyenne géométrique entre la valeur ſuppoſée à z, & celle qui a été trouvée pour y. Cette moyenne proportionnelle ſera la nouvelle valeur de z. On la ſubſtituera, & l'on recommencera le calcul précédent. Le réſultat donnera pour y une valeur beaucoup moins diſproportionnée.

Moyen de mettre ces mêmes dimenſions à peu-près dans un rapport donné.
Fig. 37.

255. On peut encore employer à-peu-près la même méthode pour mettre les deux côtés z & y dans un rapport qui approche d'un rapport donné. Suppoſons que l'on voulût avoir $z : y :: 1 : n$. Nommons x le côté GH ou z; le côté y ſera $= nx$; & la ſurface de l'orifice $= nx^2$. Or $nx^2 = yz$. Donc $x = \sqrt{\frac{yz}{n}}$; ce qui nous fait voir que pour lors *on prendra le produit de la valeur donnée à* z *par celle qu'on aura trouvée pour* y, *& l'ayant diviſé par* n, *on extraira la racine quarrée du quo-*

tient. Cette racine sera la valeur qu'on doit supposer à z dans la nouvelle substitution qu'on fera.

256. Si les eaux, en entrant dans le coursier, n'éprouvoient aucune contraction, leur vîtesse seroit due à la pression des eaux supérieures, dont la surface seroit en A. Donc, puisqu'elles en perdent une partie (6), en considérant le reste comme un effet de la pression des eaux supérieures, indépendant de la contraction, la hauteur des eaux supérieures au-dessus du point G, ne sera plus GA, mais GP < GA. Cherchons-en la valeur. Nous avons vu (253) que l'élément vertical de la dépense naturelle par GH, est = GH.KL. Celui de sa dépense effective sera donc = a.GH.KL. Décrivons une autre parabole PQ'R, de même paramètre que la parabole AEF, mais dont le sommet ne soit qu'en P, c'est-à-dire à une hauteur telle que si l'eau entroit dans le coursier sans contraction & avec une vîtesse exprimée par ses ordonnées, la dépense naturelle sous cette hauteur, fût égale à la dépense effective sous la hauteur AG. Nous pourrons encore regarder l'élément vertical de la dépense naturelle par GH, sous cette nouvelle hauteur comme exprimé par GH × KS. Donc puisque la dépense naturelle, sous la hauteur AP, doit être égale à la dépense effective sous la hauteur AG, nous aurons l'équation GH × KS = a × GH × KL, ou KS = a × KL, & en élevant les deux membres au quarré $\overline{KS}^2 = a^2 \times \overline{KL}^2$. Or $\overline{KS}^2 = 2p \times PK = 2p\,(GP - \frac{1}{2}GQ)$; & $\overline{KL}^2 = 2p \times AK = 2p\,(AG - \frac{1}{2}GQ)$. Substituant & prenant la valeur de GP, nous trouverons $GP = a^2 \times AG + \frac{1}{2}GQ\,(1 - a^2)$. Dans le second membre tout est connu : donc GP le sera aussi.

Hauteur naturelle de l'eau au-dessus du fond du bassin inférieur, & due à la vîtesse de l'eau à l'entrée du coursier. Fig. 37.

257. Prolongeons le fond NG du coursier jusqu'à l'horizontal PV menée par le point P. Puisque la vîtesse acquise en G seroit la même, soit que le fluide descendît par PG ou

Hauteur effective de l'eau au-dessus du fond du bassin inférieur, & due à la vîtesse de l'eau à l'entrée du coursier. Fig. 37.

ou par V G, si la gravité naturelle étoit la même que la gravité effective, nous pourrions supposer le coursier partir du point V, & regarder ce point ainsi que P, comme les points les plus hauts. Mais cela n'est pas ainsi. La gravité qui anime le fluide de P en G, est la gravité naturelle $= p$; & celle qui est censée l'animer pareillement selon la verticale, en admettant le frottement (23), est la gravité effective $= P' = Bp$. Ainsi $p : P' :: 1 : B$. Or selon la théorie de l'accélération, si un corps animé successivement de diverses gravités acquiert la même vîtesse, les espaces qu'il parcourra seront réciproquement comme ces gravités. Donc en admettant la résistance du frottement, ce ne sera pas V G que le fluide doit parcourir pour acquérir la vîtesse qu'il a en entrant dans le coursier; mais l'espace G X tel que l'on ait : $GX : GV :: p : P' :: 1 : B$. Menons par le point X l'horisontal XT : GT sera la hauteur effective au-dessus du point G due à la vîtesse de l'eau en entrant dans le coursier : & puisqu'on a $GT : GP :: GX : GV :: 1 : B$, on tirera $GT = \frac{GP}{B}$. Or (23) dans l'usage ordinaire $B = \frac{8}{9}$. Donc $GT = \frac{9}{8}\, GP$.

Comment on ramene la construction à celle d'une machine sans écluse.
Fig. 37.

258. Il suit de tout ce que nous venons de dire, que $AT = AG - \frac{9}{8}\, GP = AG - \frac{9}{8}\,(a^2 . AG + \frac{1}{2}\, GQ . \overline{1 - a^2}) = AG\,(1 - \frac{9}{8} a^2) - \frac{9}{16}\, GQ\,(1 - a^2)$. Mais (253) $AG = AD + DG = g + \frac{z}{\sqrt{1 - c^2}}$; & (253) $GQ = z\sqrt{1 - c^2}$.

$\left(g + \frac{z}{\sqrt{1 - c^2}}\right)(1 - \frac{9}{8} a^2) - \frac{9}{16}$. Donc $AT = z\sqrt{1 - c^2}\,(1 - a^2)$;

ou à cause que $a = \frac{13}{16}$ & $\sqrt{1 - c^2} = 0{,}4$, $AT = g . 0{,}26 + z . 0{,}57 = AD . 0{,}26 + GH . 0{,}57$. C'est la quantité dont la chûte, d'après laquelle on construira la machine, est moindre que s'il n'y avoit pas contraction, ou si la machine devoit se mouvoir sans écluse. On la retranchera de la chûte absolue, & le reste sera considéré comme la chûte absolue qui convient à la machine que l'on aura à construire. Le calcul sera pour lors réduit

à

à celui d'une machine mue sans éclufe, par une fource dont on connoît la dépenfe & la chûte.

Comment on peut connoître l'effet d'une machine à éclufe.

259. La vîteffe & les dimenfions de la machine étant déterminées par rapport à la furface de l'eau fuppofée au point le plus haut A, l'effet décroîtra à chaque inftant, comme nous avons vu (249) à caufe, 1°. que la force de l'eau diminuera; 2°. que fa vîteffe s'éloignera du rapport qu'elle doit avoir avec celle de la machine, pour le plus grand effet. Ainfi la détermination rigoureufe de l'effet total qu'on doit attendre d'une machine mue par le moyen d'une éclufe, feroit extrêmement difficile. Mais dans la pratique, on peut trouver des méthodes d'approximation fort fimples. Nous avons démontré (247), que les baffins devoient être fort peu profonds. Cela étant, on juge bien que les différences entre les forces & les vîteffes extrêmes de l'eau, ne feront pas grandes. Suppofons donc qu'il n'y en ait aucune (91). L'effet fera alors le même que fi la machine fe mouvoit d'un mouvement continu, d'où nous pourrons déduire cette régle générale. La dépenfe de l'éclufe eft à celle de la fource qui lui fournit, ce que l'effet calculé eft à celui que la fource produiroit dans le même temps d'un mouvement continu. Cette régle eft fondée fur le principe du n. 73, en fuppofant les chûtes égales.

Problême général.
FIG. 31.

260. Suppofons préfentement qu'on nous propofe cette queftion: on connoît la dépenfe & la chûte d'une fource qu'on deftine à mouvoir une machine d'une efpece donnée, & dont l'arbre fur lequel le poids agira, doit faire un nombre déterminé de révolutions par feconde. La moindre machine de même efpece exige une dépenfe & une chûte relative dont le produit eft donné. Il s'agit de trouver; 1°. fi la machine fe mouvra fans interruption, ou fi elle aura befoin d'une éclufe; 2°. fi elle fera fimple ou compofée; 3°. quelles feront fes dimenfions néceffaires au plus grand effet, & quelle fera la valeur de cet effet.

Solution. Avant toutes chofes, on déterminera la moindre largeur du courfier de décharge, par les méthodes des n. 227 & 228, pour avoit la valeur de $k = SQ$ (*fig.* 31). Cette valeur trouvée, on l'ajoûtera à celle de mQ, qui eft auffi cenfée connue (139); & retranchant la fomme de la chûte abfolue dS, on regardera pour un moment le refte dm comme la chûte relative (237).

On multipliera dm par la dépenfe de la fource, & par la méthode du n. 244, on s'affurera fi la machine fe mouvra d'un mouvement continu, ou fi l'on fera obligé d'employer une éclufe. Examinons le premier cas.

Par la formule du n. 153, on reconnoîtra fi l'on doit employer une machine fimple ou une machine à engrénage, & dans le premier cas, quel doit être à-peu-près le rapport des côtés de la fection du courant au bas du courfier.

Par les formules du n. 237, on trouvera la largeur du courfier & la profondeur de l'eau au bas de la chûte; & par celle du n. 241, on trouvera la largeur de fa partie fupérieure.

La profondeur du courant au bas du courfier étant connue, on trouvera par la méthode du n. 239, la véritable chûte relative d'après laquelle on doit faire le calcul de la machine.

Suppofons d'abord la machine fimple, & telle qu'elle eft repréfentée par la fig. 24, ou par la fig. 25. Dans l'un & l'autre cas, on trouvera le rayon moyen de la roue par la formule du n. 147. Quant au poids enlevé, on le trouvera dans le premier cas par la formule du n. 158, ou par celle du n. 162, fi l'on veut fe contenter d'une approximation; & dans le fecond, on fe fervira de la formule du n. 165, ou de celle du n. 167 pour la même raifon.

Suppofons à préfent que la machine foit à engrénage, & repréfentée par la fig. 28 ou par la fig. 29. Dans l'un & l'autre cas, nous trouverons le rayon moyen du rouet ou du hériffon, par la feconde formule du n. 176 ou 180. Dans le premier cas, le poids enlevé fera déterminé par la formule du n. 173 ou par celle du

n. 177, si une simple approximation suffit; & dans le second cas, il le sera par celle du n. 179, ou par celle du n. 182.

On doit observer dans la construction ce que nous avons dit au sujet de l'inclinaison des ailes (126—129), de leur biseau (131) & de leur débordement (133—138).

Si par la méthode du n. 244 on trouvoit que la machine mue sans interruption, fût trop petite, on se serviroit d'une écluse. On donnera au bassin supérieur le moins de profondeur qu'on pourra (248). La dépense de l'écluse sera déterminée par le n. 251. On trouvera la largeur de la partie supérieure du coursier par les n. 253—255, la profondeur du bassin inférieur par la régle du n. 252; & la chûte absolue par le n. 258. Le reste de la construction sera le même que si la machine se mouvoit sans écluse. Enfin on déterminera la valeur de l'effet par la proportion du n. 259.

On ne doit pas perdre de vue que, soit que la machine se meuve sans interruption, soit qu'elle ait besoin d'une écluse, le coursier se construit toujours ainsi que nous avons dit (232—235). V. les exemples numériques dans la troisieme partie.

261. Telle est la véritable théorie de la construction la plus avantageuse des machines hydrauliques, mues par la seule impulsion de l'eau. Dans l'application que nous allons faire de ces principes aux moulins à bled, nous aurons occasion de rencontrer d'autres machines plus compliquées que celles que nous avons vues, & qui nous convaincront toujours de plus en plus de la nécessité d'employer, par préférence, les machines les plus simples, comme étant les plus parfaites. On se laisse souvent éblouir à l'aspect d'une machine, par le moyen de laquelle on enleve des poids incomparablement supérieurs à la force motrice. Mais le prestige cessera bientôt quand on fera attention qu'abstraction faite des frottements toujours très considérables dans les machines compliquées, on perd du côté de la vîtesse ce qu'on gagne du côté de la masse : car (61), l'effet doit se mesurer par

Conclusion de la premiere partie.

la maſſe enlevée & par ſa vîteſſe. Et que ſera-ce quand on verra qu'une partie de la force eſt détruite par la réſiſtance des frottements produits par les preſſions verticales & latérales? Ainſi, le dernier principe que nous établiſſons dans cette partie, & qui eſt le réſultat de tous ceux qui précédent, eſt *d'employer autant qu'on pourra des machines ſimples; & quand on les compoſera, que ce ne ſoit qu'avec le moins d'appareil poſſible, & que lorſqu'on y ſera forcé par les circonſtances.*



ESSAI
SUR LA MANIERE DE CONSTRUIRE LES MACHINES HYDRAULIQUES, ET EN PARTICULIER LES MOULINS A BLED.

SECONDE PARTIE.
De la conſtruction des Moulins à bled.

262. DANS cette partie nous traiterons ſeulement des moulins ſimples & des moulins à un & à deux engrénages. Si le nombre d'engrénages devoit être plus grand, les procédés que nous ſuivrons, indiqueront la maniere d'en faire le calcul. La théorie que nous allons donner, n'eſt autre choſe que la ſolution de ce problême : *connoiſſant la dépenſe & la chûte d'un courant, ou ſa viteſſe & la ſurface choquée, trouver les dimenſions des différentes pieces d'un moulin qui produiſe le plus grand & le meilleur effet poſſible.* Pour traiter ce ſujet avec ordre, nous diviſerons cette partie en trois ſections. Dans la premiere nous traiterons des propriétés des meules & de leur action ſur le bled. Dans la ſeconde nous examinerons les loix générales des moulins ſimples & compoſés; & dans la troiſieme, après avoir rapporté les expériences que nous avons faites, nous en appliquerons les réſultats à la théorie générale, & nous en déduirons les régles néceſſaires pour la meilleure conſtruction des moulins.

SECTION I.
Des Meules & de leur action ſur le bled.

263. TOUT le monde ſait que les moulins à bled ſont compoſés de deux meules de même diametre poſées horiſontalement l'une ſur l'autre. Il n'y a que la ſupérieure qui ſoit Deſcription abrégée des moulins à bled. FIG. 38.

mobile, & qui puisse tourner sur l'axe commun, tandis que l'inférieure est immobile : c'est pour cela qu'on appelle celle-ci *meule gisante*. Faisons passer un plan vertical par l'axe; nous engendrerons la fig. 38, dans laquelle AB est la section de l'arbre vertical, CDEFGH est celle de la meule gisante, & CIKFLM est celle de la meule tournante. L'arbre vertical passe à travers la meule gisante, & porte à son extrémité supérieure la meule mobile à laquelle il est fixé, & avec laquelle il tourne. Dans les moulins simples cet arbre a une roue à aubes, sur laquelle l'eau agit immédiatement. Dans les moulins composés au lieu d'une roue il y a une lanterne dont les fuseaux sont engrénés par les dents d'un rouet. L'extrémité inférieure B de cet arbre est portée sur un pivot placé dans une crapaudine qui est encastrée dans un pallier, dont la section est représentée par N'O. La figure, tant du pivot que de la crapaudine, est souvent cylindrique. Nous avons marqué (161), que pour diminuer le frottement, il convient d'arrondir la partie inférieure du pivot, ou de lui donner la figure d'un cône tronqué renversé. La forme du pivot déterminera celle de la crapaudine. Le pallier N O est une piece de bois qui doit être assez forte pour porter l'arbre & la meule, & qui en même temps doit avoir un certain degré d'élasticité, & obéir jusqu'à un certain point au poids dont il est chargé, ainsi que nous verrons bientôt. La meule gisante est taillée en relief CHGF, au lieu que la supérieure est creuse dans sa partie inférieure CMLF; ce qui forme deux cônes, dont les axes se trouvent sur la même ligne, & les sommets tournés du même côté; mais dont l'un est plein, savoir CHGF, & l'autre CMLF est vuide. Le relief GN de la meule gisante est arbitraire : ordinairement il est au-dessous d'un pouce. Les surfaces de ces deux cônes se rapprochent continuellement & s'unissent sensiblement à la circonférence C, en formant un angle MCH dont la grandeur est déterminée par certaines conditions que nous verrons plus bas. C'est dans cet angle que s'insinue & qu'est pulvérisé le grain qui tombe de la trémie.

264. Les deux meules ont chacune au centre une ouverture circulaire, plus grande, pour l'ordinaire, dans la meule tournante, que dans la meule gisante. Dans celle-ci il suffit qu'elle soit assez grande pour que l'arbre puisse y passer & s'y mouvoir sur son axe, sans éprouver de frottement. Dans la meule supérieure, cette ouverture est destinée à recevoir l'arbre, & à donner passage aux grains qui tombent de la trémie. Cette ouverture s'appelle *l'œil de la meule*, & dans la meule tournante, son diametre est ordinairement entre 8 & 14 pouces. L'épaisseur de la meule gisante est arbitraire, à cause qu'elle n'est destinée qu'à servir de point d'appui à la pression de la meule supérieure, dont les dimensions sont relatives au poids, ainsi que nous verrons dans la suite.

Les surfaces frottantes des meules doivent être âpres & raboteuses. FIG. 38.

265. Pour trouver la véritable théorie des moulins à bled, il n'y a qu'à suivre le mouvement de la meule tournante. Si les meules étoient lisses comme des plaques de marbre bien polies, les grains insinués dans le vuide CMLFGH, seroient écrasés par la pression de la meule supérieure; mais, leur enveloppe n'étant pas tout-à-fait rompue, leurs parties désunies resteroient en dedans; l'ensemble prendroit une forme applatie, & la meule tournante ne feroit que glisser sur tous ces grains écrasés, sans pouvoir les pulvériser, du moins sensiblement, ni leur communiquer une force centrifuge capable de les pousser vers la circonférence en C & F, & de les chasser au dehors: car elle n'exerceroit sur eux qu'une pression verticale, tandis que pour les éloigner du centre il faudroit une impulsion horisontale, laquelle est impossible dans notre hypothèse, puisque, les surfaces, étant supposées sans inégalités, elle ne peut avoir sur eux aucune prise dans ce sens. Si au contraire les surfaces sont âpres & raboteuses, les parties saillantes de la meule supérieure accrocheront les grains écrasés, & les pousseront horisontalement, tandis que celles de la meule gisante les arrêtant par devant, forceront leurs enveloppes à se déchirer, & leurs parties à se

féparer. Ces parties fe fépareront en effet, & recevront une force centrifuge qui les chaffera vers la circonférence où elles acquerront leur dernier degré de ténuité. Ainfi *il eft néceffaire que les furfaces frottantes des meules foient hériffées d'inégalités*, & par conféquent *qu'on pique les meules lorfque les parties faillantes font émouffées.*

L'âpreté des furfaces doit produire un mouvement d'ofcillation dans la meule tournante.
FIG. 39.

266. Soient ABC, CDE (*fig.* 39), deux cavités confécutives de la meule gifante, FGH une partie faillante de la meule tournante, & EK l'intervalle qui les fépare en cet endroit dans l'état de repos. Suppofons que le mouvement fe faffe de A vers E, & que la pointe FGH choque le grain L. Comme il y a un grand nombre de grains choqués en même temps, & de la même maniere par d'autres parties faillantes femblables, que le choc ne paffe pas par le centre, & que la direction n'eft point perpendiculaire à la furface fur laquelle le grain repofe, ce grain pourra, conjointement avec les autres, oppofer affez de réfiftance à la meule pour n'être pas écrafé, & fon centre n'étant pas arrêté, il roulera le long du plan BC, & prendra la pofition L', tandis que la pointe FGH prendra celle F'G'H' ou à-peu-près. La meule fera donc foulevée d'environ la quantité KM. Mais la pointe F'G'H' tranfportée vers M, par le mouvement de rotation, n'étant plus foutenue, defcendra d'un mouvement accéléré, & tombant fur L' qui aura pris la pofition L'', ou fur celui qui occupera la cavité CDE, elle acquerra par fa chûte une force incomparablement plus grande que la force de preffion, & l'écrafera ainfi que tous ceux qui feront expofés à ce choc.

Cependant il ne faudroit pas croire que tous les grains qui fe trouveront fur la couronne de preffion fuffent écrafés par cette chûte, ni que tous ceux qui le feront, ne le fuffent que par ce moyen. Car 1°. il eft évident qu'il y aura toujours plufieurs cavités de la meule fupérieure qui correfpondront à celles de la meule inférieure, & par conféquent les grains qui feront dans celles-ci,

celles-ci, ne pourront point être écrasés; 2°. les cavités ABC peuvent être configurées de façon que BC arrêtant le grain le force à être écrasé par la seule action horisontale de la meule supérieure.

Après la chûte de la meule, les grains qui n'auront pas été écrasés recevront le même choc que le grain L, & souleveront de nouveau la meule pour être écrasés à leur tour, & pour en faire écraser d'autres par une nouvelle chûte. Pendant que la meule sera soulevée par l'action des grains L, les pointes plus voisines du centre communiqueront aux grains correspondans, une force centrifuge qui les obligera à venir remplacer les grains écrasés, que la même force a pareillement entraînés plus loin. Ces nouveaux grains feront donc les mêmes fonctions que les précédents. Ce que nous venons de dire de la résistance des grains doit aussi s'appliquer à leurs parties, qui, à quelque chose près, agiront aussi de la même façon, & concourront, avec les grains entiers, à la production du même effet. Donc *l'âpreté des surfaces doit nécessairement produire dans la meule supérieure un mouvement d'oscillation selon la verticale.*

Le pallier doit être élastique.

267. Les grains entiers ayant été écrasés & concassés avec leurs parties les plus dures, par le mouvement d'oscillation, ne doivent plus opposer qu'une foible résistance à l'action horisontale dont nous avons parlé (265). C'est donc déjà un grand avantage que produit ce mouvement. Mais lorsqu'il est joint à l'élasticité du pallier, il en résulte un autre avantage, à tous égards, plus grand & plus essentiel. Car alors une partie de la force de la chûte se communiquant au pallier, il est obligé de plier, & permet, par ce moyen, aux meules de s'approcher le plus qu'il est possible l'une de l'autre. Elles s'approchent en effet, & même elles se toucheroient vers les bords, si ce n'étoit l'interposition de la farine qui acquiert par-là le plus grand degré de ténuité, dont elle est susceptible. Cela ne pourroit pas arriver si le pallier étoit inflexible. L'intervalle qui sépareroit les meules

vers les bords feroit trop grand, quelque précaution qu'on prît d'ailleurs, & la farine fortiroit âpre & groffiere, ainfi que l'a obfervé M. Bélidor (*Arch. hyd.* 638). D'ailleurs les expériences que j'ai faites ont confirmé fon obfervation. Donc, *afin que la farine acquiere le plus grand degré poffible de ténuité, il faut que le pallier foit élaftique, & qu'il obéiffe au mouvement d'ofcillation de la meule.*

La fection du pallier eft comme le poids de l'équipage de la meule.

268. Nous avons démontré (205), que toutes chofes d'ailleurs égales la fection d'un fufeau eft proportionnelle à fa force. Si nous fuppofons les palliers de même nature & de même longueur ou à-peu-près, nous conclurons pareillement que leur fection fuit la même loi. Mais la force du pallier doit auffi être proportionnelle au poids dont il eft chargé, c'eft-à dire au poids de l'équipage de la meule. Donc *la fection du pallier fera comme ce poids*, & par conféquent cette fection étant connue pour un équipage d'un poids donné, il fera aifé d'avoir, par une fimple regle de trois, celle qui convient à tout autre pallier deftiné à foutenir un équipage d'un poids déterminé.

La réfiftance du bled peut fe rapporter à celle du frottement.

269. Par ce que nous avons dit (266), on voit qu'à bien confidérer les chofes, la réfiftance du bled fous la meule doit fe rapporter, à peu de chofe près, à celle du frottement d'un corps qui fe meut fur un autre. Car, dans le frottement ordinaire, la réfiftance fe mefure par l'action d'un corps qui fait effort pour brifer ou plier, ou furmonter les parties faillantes d'un autre corps. Or il n'eft queftion ici d'autre chofe que de vaincre; 1°. la réfiftance des grains entiers, & de leurs parties qui foulevent la meule & la forcent à les écrafer par fon mouvement d'ofcillation; 2°. celle que ces mêmes grains & leurs parties oppofent à l'action horifontale, pour être entièrement pulvérifés. Donc puifque dans le frottement ordinaire la réfiftance eft toujours dans un rapport déterminé avec la preffion, il en fera de même de celle dont nous parlons, & par conféquent connoiffant ce rapport & le degré de preffion, nous

connoîtrons aussi la résistance. Mais il faut observer que la pression qui se mesure par le poids du corps dans le frottement ordinaire, est moindre dans les moulins à bled, à cause que l'équipage de la meule étant soutenu jusqu'à un certain point par le pallier, ne doit presser le bled qu'en vertu d'une partie de son poids, laquelle nous appellons *poids relatif.* Ainsi la résistance du bled rapportée au frottement ordinaire, sera moindre que celle qui résulteroit du poids absolu, & d'autant moindre que le poids relatif deviendra plus petit, c'est-à-dire, que le pallier sera soutenu à une plus grande hauteur; au lieu qu'elle augmentera lorsqu'on abaissera le pallier. Donc quand on voudra connoître le rapport de la résistance du bled au poids de l'équipage de la meule, pour fixer cette théorie, il faudra supposer le pallier soutenu constamment à la même hauteur, laquelle dans les meules d'une certaine grandeur, donne de la farine qui a toute la ténuité qu'on peut exiger.

170. Transportons le côté BC de la cavité ABC (*fig.* 39), en BC (*fig.* 40). Soit AF la force que la meule acquiert par la chûte, & AE la portion de la force horisontale qui agit sur le bled. La diagonale AD sera la résultante de ces deux actions. Décomposons la en DI & AI. Cette derniere étant supposée perpendiculaire à BC sera la véritable action de la meule sur les grains, & les parties de grains qui se trouveront sur BC. Supposons que AF s'anéantisse, & que AE devienne AK. L'action relative AI de la meule, sur les grains répandus le long de BC, sera encore la même. Or AF ne diminue qu'avec le poids de la meule. Donc *si le poids de la meule diminue, on pourra produire le même effet qu'auparavant, en augmentant sa vîtesse de rotation.*

Le poids de la meule diminuant, on peut produire le même effet en augmentant sa vitesse.
Fig. 40.

271. Si deux surfaces glissent l'une sur l'autre, il en résultera un degré de chaleur d'autant plus considérable que la vîtesse & la pression seront plus grandes. Lorsqu'une meule diminue, la pression & la chaleur doivent diminuer aussi; mais en aug-

Pour produire le même effet, il faut conserver le même poids & la même vitesse à la meule.
Fig. 40.

mentant la vîteſſe de rotation, on augmente cette derniere. D'ailleurs la vîteſſe devenant trop forte, une partie de la farine animée d'une trop grande force centrifuge, ſe diſſipe comme de la pouſſiere. Ainſi, en pareil cas, ce n'eſt pas en augmentant la vîteſſe qu'on doit tâcher de produire le même effet, mais plutôt en augmentant AF ou la force de preſſion; c'eſt-à-dire, en réparant la perte du poids de la meule. Donc *la vîteſſe de la meule étant ſuppoſée conſtante, pour produire conſtamment le même effet, il faut lui conſerver le même poids.*

Le degré de preſſion convenable à la bonne farine, ne doit jamais augmenter. Fig. 39.

272. La pointe FGH (*fig.* 39) de la meule ſupérieure, ne pourra prendre la poſition F'G'H' ſans fouler les grains & les parties de grains qui ſe trouveront ſur BC, & de cette nouvelle poſition, elle ne pourra venir choquer L'' ou les parties de grains qui ſeront ſur DE, ſans fouler en deſcendant tout ce qui ſe trouvera ſur CD. Ainſi, tous les grains de la couronne de preſſion ſeront foulés par la meule ſupérieure. Or, d'après ce que nous venons de dire (271), elle ne peut les fouler ſans occaſionner un certain degré de chaleur qui, toutes choſes d'ailleurs égales, ſera d'autant plus grand que la preſſion ſera plus grande; & plus la preſſion ſera grande, plus auſſi la réſiſtance augmentera. Donc ſi la preſſion eſt trop grande, on brûlera la farine, & l'on ſe privera à pure perte d'une partie de la force qui ſera employée à vaincre l'excès de réſiſtance qu'elle occaſionnera: par conſéquent *lorſqu'on aura trouvé un degré de preſſion convenable, il faudra tailler les meules de façon que ce degré ne ſoit jamais plus grand.*

Ce même degré ne doit jamais diminuer.

273. Il ne ſeroit pas moins déſavantageux que ce degré fût trop petit, ou que le poids de la meule ne fût pas aſſez conſidérable, eû égard à l'étendue de la couronne de preſſion; 1°. à cauſe que par ſon mouvement d'oſcillation, la meule écraſe les grains, & les parties les plus dures dont elle facilite la trituration (266); 2°. parce que forçant par-là le pallier à plier, elle procure à la farine toute la ténuité dont elle eſt ſuſcep-

tible (267). Or rien de tout cela n'arriveroit, ou du moins ces effets ne seroient produits qu'imparfaitement, si le poids de la meule étoit trop petit. Donc *le degré de pression convenable ne doit jamais diminuer.*

274 La quantité de bled que la couronne de pression contiendra, sera proportionnelle à la surface de cette couronne. Mais afin que chaque grain soit constamment pressé avec la même force, il faut que le poids comprimant soit proportionnel au nombre de parties comprimées, c'est-à-dire, à la quantité de bled qui se trouve sur la couronne de pression. Donc *pour avoir constamment le même degré de pression, la couronne de pression doit être proportionnelle au poids de l'équipage de la meule.* Je dis *au poids de l'équipage*, à cause que la meule & son arbre étant joints ensemble, pressent les grains à-peu-près de la même façon que si le poids de l'arbre étoit uniformément répandu sur la meule.

La couronne de pression doit être proportionnelle au poids de l'équipage de la meule.

275. Puisque la couronne de pression doit être proportionnelle au poids de l'équipage de la meule, il s'ensuit que le poids des meules diminuant continuellement, si l'on ne répare pas cette perte, la couronne de pression doit décroître dans le même rapport. Mais on voit en même temps qu'on cessera de produire la plus grande quantité & la meilleure qualité de farine. Car 1°. le poids diminuant, la résistance diminuera aussi, & le rapport de la vîtesse absolue à la vîtesse relative du fluide, sera plus grand que celui qu'exige le plus grand effet; 2°. la vîtesse de la meule devenant trop grande, on tombe dans l'inconvénient dont nous avons parlé ci-dessus (271). Si l'on ne diminuoit pas la couronne, la farine deviendroit toujours plus grossiere, à cause que la force verticale seroit continuellement moindre qu'il ne faudroit pour écraser le bled & en faciliter la trituration (266) : donc, conformément à ce que nous avons dit (271), *il faut laisser la couronne telle qu'elle est, & conserver le même poids à la meule.*

La grandeur de la couronne & le poids de l'équipage doivent être invariables.

276. AF & AE (*fig.* 40), représentant deux forces qui ont pour facteur commun le poids de l'équipage de la meule (270),

La résistance du bled est sensiblement comme la force horisontale détruite.

FIG. 40.

nous devons avoir la proportion ſuivante : AF eſt à AE, comme la vîteſſe due à une hauteur moindre que le diametre d'un grain de bled (266), eſt à celle de la meule qui eſt détruite par les réſiſtances. Mais la premiere eſt incomparablement moindre que la ſeconde. Donc nous pouvons regarder AD comme étant = AE, & dire qu'*on aura ſenſiblement la réſiſtance du bled proportionnelle à* AE, c'eſt-dire, *à la force horiſontale détruite.*

Il en eſt de même de la couronne de preſſion.

277. La réſiſtance du bled eſt proportionnelle à ſa quantité. Or (274) la quantité de bled eſt proportionnelle à la ſurface de la couronne de preſſion. Donc *la ſurface de la couronne de preſſion ſera auſſi ſenſiblement proportionnelle à la force horiſontale détruite par les réſiſtances* (276).

Le poids de l'équipage eſt comme la réſiſtance du bled.

278. Nous avons vu (274), que la couronne de preſſion doit être proportionnelle au poids de l'équipage de la meule. Mais (277), elle eſt auſſi proportionelle à la réſiſtance. Donc *le poids de l'équipage de la meule ſera proportionnel à la réſiſtance du bled.*

Conſéquence qui en réſulte.

279. De ce que le poids de l'équipage, & la réſiſtance du bled ſeront dans un rapport conſtant, il ſuit que *pour avoir la réſiſtance, il faudra diviſer le poids de l'équipage par une quantité conſtante.*

La réſiſtance du bled eſt indépendante de la vîteſſe de la meule.

280. On peut demander ſi la réſiſtance du bled variera en faiſant varier la vîteſſe de la meule. Si cette vîteſſe devient, par exemple, double ou triple, la meule aura à broyer deux ou trois fois plus de bled : mais d'un autre côté, l'augmentation de vîteſſe lui a donné deux ou trois fois plus de force. Ainſi il y a compenſation, & nous pouvons conclure que, toutes choſes d'ailleurs égales, *la réſiſtance du bled eſt indépendante de la vîteſſe de la meule ;* ce qui eſt conforme à l'expérience, ainſi que nous le verrons plus bas.

La réſiſtance du bled doit être moindre ſous une grande meule que ſous une petite.

281. Mais cette réſiſtance n'éprouvera-t-elle aucune variation dans ſon rapport avec le poids de l'équipage, en faiſant varier ce poids, & lui ſera-t-elle toujours proportionnelle, ainſi que nous

l'avons démontré (278)? Toutes choses d'ailleurs égales, plus la meule diminuera, plus la résistance augmentera. Car (274) la couronne de pression étant proportionnelle au poids, elle sera plus ou moins grande selon le poids de l'équipage. Mais lorsque la couronne a une certaine largeur, les grains entiers & les parties qui opposent le plus de résistance par leur dureté, ne sont que vers le bord intérieur, tandis qu'à une certaine distance vers le bord extérieur, il n'y a que des parties qui n'opposent presque aucune résistance, soit à raison de leur petitesse qui les soustrait à l'action de la meule, soit à raison du peu d'union des molécules qui le composent, union qui doit être d'autant moindre qu'elles auront essuié un plus grand nombre de secousses, ou qu'elles seront plus éloignés du centre : au lieu que quand la couronne est étroite, les parties qui sont vers la circonférence extérieure sont presque aussi dures que les grains entiers, tant à cause du petit nombre de secousses qu'elles auront reçues, selon l'horisontale, qu'à cause qu'elles n'auront pas pu être assez concassées par le mouvement d'oscillation d'un trop petit équipage. Donc le grain & ses parties opposeront plus de résistance sur une petite couronne que sur une grande, c'est-à-dire que, toutes choses d'ailleurs égales, *la résistance du bled sera moindre sous une grande meule que sous une petite.*

Conséquence qui en résulte.

282. De cette proposition, il suit que toute grandeur ne convient pas aux meules, & qu'il y a un terme au-dessous duquel on ne doit pas descendre. Nous verrons ailleurs comment on doit le déterminer.

Le bras de levier moyen d'une meule, est égal aux ⅔ de son rayon.

Fig. 41.

283. Puisque c'est particulièrement l'action horisontale de la meule qui surmonte les résistances (276), cherchons son bras de levier moyen. Pour cela proposons-nous de trouver le centre d'impression d'un secteur élémentaire CAB (*fig.* 41), qui tourne autour du centre C.

Soit $CA = b$; la vîtesse en $A = v$; $CG = x$; $GI = dx$; & le rapport de la circonférence au rayon $= c$. Nous aurons

la circonférence dont le rayon eſt CG exprimée pat cx, & l'élément GH de cette circonférence $= cdx$. L'élément GHKI de la couronne, ſera $= GH \,.\, GI = cdx^2$; la vîteſſe en G $= \frac{vx}{b}$; la force de l'élément GHKI $= \frac{cv}{b} \,.\, xdx^2$, & ſon moment $= \frac{cv}{b} \,.\, x^2dx^2$. Donc la diſtance du point C au centre d'impreſſion ſera $= \frac{\int \frac{cv}{b} \,.\, x^2dx^2}{\int \frac{cv}{b} \,.\, xdx^2} = \frac{2}{3}x = \frac{2}{3}$ CA; c'eſt-à-dire que la diſtance du centre du ſecteur élémentaire qui tourne au tour de ce point à ſon centre d'impreſſion, eſt égale aux deux tiers du rayon. Et puiſque la même choſe a lieu par rapport à tous les ſecteurs qui compoſent la meule, nous concluons que *le bras de levier moyen de la meule eſt égal aux $\frac{2}{3}$ de ſon rayon.*

A quelle diſtance du centre le bled doit-il être écraſé? Fig. 42.

284. Examinons à préſent à quelle diſtance CE (*fig.* 42) du centre C, le bled doit commencer à être écraſé. Le grain s'inſinuant entre les deux meules, ſera d'abord écraſé dans la caſe 1. Entraîné par le mouvement de rotation de la meule ſupérieure, il ſera diviſé en un grand nombre de parties (265), & emporté dans une caſe égale à la caſe 2, mais dont la diagonale ajoutée bout-à-bout à celle de la caſe 1, forme l'élément d'une ſpirale. Comme il ne nous importe de connoître que ſes différentes diſtances du centre, nous ſuppoſerons que ces parties parcourent ſucceſſivement les caſes 1, 2, 3, &c. ſituées ſur le rayon CB. L'expérience nous apprend que ſur ce grand nombre de parties qui ſe trouvent dans la caſe 2, il n'y en aura que très peu qui ſoient aſſez grandes pour y être broyées & y oppoſer quelque réſiſtance à l'action de la meule, & que toutes choſes égales d'ailleurs cette réſiſtance des parties intérieures du grain, ſera beaucoup moindre que celle du grain entier. Quant aux autres, le plus grand nombre aura déjà acquis un degré de ténuité, qui les ſouſtraira à l'action de la meule juſqu'à la circonférence, & ce qui reſtera ſera de différentes grandeurs, & pulvériſé

vérifé à différentes diftances du centre; mais de façon que la réfiftance ira toujours en décroiffant, foit par le petit nombre de molécules réfiftantes, qui fe trouveront dans chaque cafe, foit par le peu d'union qu'auront entre elles les parties qui les compoferont. Car, comme nous l'avons déjà remarqué (281), l'adhéfion diminue d'autant plus que le grain & fes parties auront effuié plus de fecouffes, & le nombre de fecouffes fera d'autant plus grand que les parties feront plus voifines de la circonférence extérieure.

L'on voit donc que la réfiftance eft la plus grande au point où le grain eft écrafé, & qu'elle devient toujours moindre à mefure qu'on s'éloigne du centre. Aux différents points de la partie EB élevons les perpendiculaires EF, AG, BH, telles qu'elles repréfentenr les réfiftances aux points correfpondants. Elles feront les ordonnées d'une ligne. Mais de quelle nature fera-t-elle? Il faudroit connoître la loi que fuivent les réfiftances, & que les expériences les plus réitérées n'indiqueront jamais que d'une maniere fort imparfaite. Quoi qu'il en foit, la réfultante de toutes ces réfiftances paffera par le centre de gravité de la figure EFGHB: & comme la réfultante des forces de rotation de la meule paffe par les $\frac{2}{3}$ du rayon (283), il faudra oppofer directement ces deux forces, & faire en forte que l'ordonnée qui paffera par le centre de gravité de la figure des réfiftances, paffe auffi par les $\frac{2}{3}$ du rayon. Tirons la droite FQH. La différence du trapeze, à la figure des réfiftances, fera affez petite pour que les ordonnées qui pafferont par leurs centres de gravité, foient à une très-petite diftance l'une de l'autre. On pourra donc, dans la pratique, prendre l'une de ces deux figures pour l'autre, fans craindre d'erreur fenfible. Alors il fuffira de connoître le rapport des réfiftances extrêmes EF, BH, & l'on opérera comme il fuit.

Soit $AB = \frac{1}{3} CB = g$; $AE = x$; $EF = a$; $BH = am$. Les triangles femblables HDF, HSQ donneront $QS = ag \times$

$\frac{2-m}{g+x}$. Donc $AQ = a \times \frac{g+mx}{g+x}$; $EFQA = \overline{EF + AQ} \times \frac{AE}{2} = \frac{2g+x.\overline{m+1}}{g+x} \times \frac{ax}{2}$; & $AQHB = \overline{BH + AQ} \times \frac{AB}{2} = \frac{2mx+g.\overline{m+1}}{g+x} \times \frac{ag}{2}$: & puiſque AQ doit paſſer par le centre de gravité du trapeze, nous aurons $EFQA = AQHB$, c'eſt-à-dire, $\frac{2g+x.\overline{m+1}}{g+x} \times \frac{ax}{2} = \frac{2mx+g.\overline{m+1}}{g+x} \times \frac{ag}{2}$, équation de laquelle nous tirerons $x = AE = \frac{g}{m+1} (m - 1 \pm \sqrt{2.\overline{m^2+1}})$. Donc $CE = 2g - \frac{g}{m+1} (m - 1 \pm \sqrt{2.\overline{m^2+1}}) = CB \times \frac{1}{3} [2 - \frac{1}{m+1} (m - 1 \pm \sqrt{2.\overline{m^2+1}})]$.

285. Puiſque EF & BH ſont reſpectivement les réſiſtances du grain entier & de la farine parvenue au plus grand degré de ténuité, elles ſont dans un rapport conſtant. Donc, m qui eſt $= \frac{BH}{EF}$ ſera conſtante de même que tout le multiplicateur de CB dans la formule précédente, c'eſt-à-dire $\frac{1}{3} [2 - \frac{1}{m+1} (m - 1 \pm \sqrt{2.\overline{m^2+1}})]$.

La couronne de preſſion eſt comme la ſurface du cercle de la meule. FIG. 42.

286. Il ſuit delà, que *la couronne de preſſion eſt dans un rapport conſtant, avec la ſurface du cercle de la meule.* Car, faiſons $= n$ la quantité conſtante $\frac{1}{3} [2 - \frac{1}{m+1} (m - 1 \pm \sqrt{2.\overline{m^2+1}})]$, de la formule du n. 284, & nous aurons $CE = n \times CB$; & $\overline{CE}^2 = n^2 \times \overline{CB}^2$. Donc, $BPKB : ENLE :: \overline{CB}^2 : \overline{CE}^2 :: 1 : n^2$; & $BPKB - ENLE : BPKB :: 1 - n^2 : 1$, ou $BPKLNE : BPKB :: 2 BPKLNE : 2 BPKB :: 1 - n^2 : 1$. Mais le rapport $\frac{1-n^2}{1}$ eſt conſtant. Donc, &c.

287. La couronne de preffion eft comme le poids de l'équipage de la meule (274). Donc *la furface du cercle de la meule, ainfi que le quarré de fon rayon, doit être auffi comme le poids de fon équipage.*

Le cercle & le quarré du rayon de la meule font comme le poids de l'équipage.

288. Par la même raifon, puifque (277) la couronne de preffion eft fenfiblement proportionnelle à la force horifontale détruite par les réfiftances; nous conclurons que *la furface du cercle de la meule & le quarré de fon rayon font fenfiblement comme cette même force.*

Le cercle & le quarré du rayon de la meule font auffi comme la force horifontale détruite.

289. Propofons nous à préfent cette queftion : *connoiffant le volume & le rayon d'une meule, trouver fon épaiffeur à l'axe & à la circonférence, afin que le bled foit écrafé à une diftance connue du centre, ou afin que la couronne de preffion ait une largeur donnée.*

Trouver les dimenfions convenables à une meule d'un volume & d'un rayon connus.

FIG. 43.

Soit l'axe AM (*fig.* 43). Repréfentons la demi-fection de la meule giffante par KFNM, & celle de la meule tournante par ACFB. Faifons le volume de celle-ci $= n$; AB $= b$: BF $= x$; AC $= y$; le relief KL de la giffante $= f$; CD $=$ AE $= bm$. CK fera $= x - y - f$. Soit le diametre d'un grain de bled $= g$; & le rapport de la circonférence au rayon $= c$. A la rigueur, il faudroit que la corde de l'arc HI fût égale au diametre du grain, ou du moins à une corde qui en approchât beaucoup, à caufe de la petiteffe de l'angle CFK. Mais dans la pratique, nous pourrons faire GH $= g$. La folidité du cylindre engendré par ABFL, fera $= \frac{1}{2} b^2 c x$, & celle du cône produit par CFL, fera $= \frac{1}{2} b^2 c . \frac{x - y}{3}$. Donc celle de la meule fera $= \frac{1}{2} b^2 c . \frac{2x + y}{3} = n$; ce qui nous forme une premiere équation. D'ailleurs, FC : FG :: BA : BE :: CK : GH; c'eft-à-dire : $b : b \times \overline{1 - m}$, ou $1 : 1 - m :: x - y - f : g$; d'où nous tirons la feconde équation $g =$

$\overline{1 - m} \times \overline{x - y - f}$. Ces deux équations nous donnent x ou BF $= \frac{2n}{b^2 c} + \frac{1}{2}\left(f + \frac{g}{1-m}\right)$; & y ou AC $= \frac{2n}{b^2 c} - \frac{1}{2}\left(f + \frac{g}{1-m}\right)$.

Premiere Remarque ſur la ſolution précédente.

290. Dans la ſolurion précédente, nous avons ſuppoſé la meule ſupérieure entièrement ſolide. Cette ſuppoſirion eſt fauſſe à cauſe que la meule doir avoir au cenrre une ouverture circulaire, c'eſt-à-dire un *œil* (264). Nous avons dit (274) que le poids de l'équipage eſt composé de celui de la meule & de celui de l'arbre, & nous verrons dans la ſuire que les équations nous feront connoître le poids de l'équipage. Celui de l'arbre eſt arbitraire, & l'on peut l'augmenrer ou le diminuer à volonté jusqu'à un certain poinr. Nommons a le poids de l'équipage, a' celui de la meule ſuppoſée percée d'un œil; a'' celui de l'arbre & de ſes dépendances, & a''' celui du cylindre enlevé à l'œil. Nous avons : $a' + a'' = a$, & $a' = a - a''$; c'eſt-à-dire que le poids de la meule percée eſt égal à celui de l'équipage diminué de celui de l'arbre ; ce qui eſt évident. Si nous ſuppoſons la meule entièrement ſolide, ainſi que nous avons fait ci-deſſus (289), ſon poids ſera $= a' + a'''$. Pour conſerver l'égaliré, ajoutons a''' au ſecond membre de notre équation, & nous aurons : $a' + a''' = a - a'' + a''' = a - (a'' - a''')$; ce qui nous fait voir que dans la pratique, connoiſſanr le poids $= a$ de l'équipage, on donnera arbitrairement à l'arbre & à ſes dépendances, un poids $= a''$: enſuite ayant déterminé par la méthode du numéro ſuivanr, celui (a''') du cylindre de l'œil, on le ſouſtraira de celui (a'') de l'arbre, & l'on aura un reſte. Si l'on retranche ce reſte du poids de l'équipage entier, on aura le poids de la meule ſuppoſée entièrement ſolide. Qu'on diviſe ce poids par la péſanteur ſpécifique de la pierre, & l'on aura ſon volume tel que nous l'avons ſuppoſé au numéro précédent.

Seconde Remarque fur la folution précédente.

291. Le poids du cylindre de l'œil dépend non-feulement du diametre de l'œil, mais encore de l'épaiffeur de la meule au centre, c'eft-à-dire d'une quantité inconnue. Cette circonftance nous force de nous contenter d'une approximation. On retranchera du poids de l'équipage, celui de l'arbre & de fes dépendances, & l'on regardera le refte comme celui de la meule fuppofée folide. Qu'on divife ce refte par la furface du cercle de la meule, multiplié par fa pefanteur fpécifique : le quotient fera, à peu de chofe près, la hauteur de ce cylindre, dont on cherchera la folidité & le poids, felon les méthodes connues. Nous verrons bientôt comment on peut connoître le rayon & la furface du cercle de la meule, par la connoiffance du poids de l'équipage.

On voit au premier abord, que la méthode d'approximation que nous venons de prefcrire, eft fondée fur ce principe, que le poids de la meule eft égal au produit de fon volume par fa denfité.

Trouver le bras de levier de la réfultance des réfiftances du bled. Fig. 44.

292. Soit A B (*fig.* 44) la largeur de la couronne de preffion. Suppofons que les réfiftances du bled aux différents points de A B foient exprimées par les éléments correfpondans du trapeze A G F B, dont les côtés extrêmes B F & A G foient entre eux :: 1 : *m*. Il s'agit de trouver l'expreffion générale du bras de levier de la réfultante des réfiftances.

Nommons C B, r; A B, b; B H, x, & B F, a. Nous aurons $HN = dx$; $AH = b - x = GP$; $CH = r + x$; $AG = am$, & $KF = a \times \overline{1-m}$. Les triangles femblables G K F, G P L donnent : $GK : KF :: GP : PL = \frac{GP.KF}{GK} = \frac{a}{b}.\overline{1-m}$ $.\, b - x$. Donc $HL = a\,(m + \frac{1-m}{b}.\overline{b-x})$. Le trapeze $HLMN = a\,dx\,(m + \frac{1-m}{b}.\overline{b-x})$, & fon moment rap-

porté au centre C $= a\,dx \,.\, \overline{r + x} \,.\, (m + \frac{1-m}{b} . \overline{b - x})$. Divisons l'intégrale de cette quantité par celle du trapeze HLMN, & pour la complétet, faisons ensuite $x = b$; nous aurons le bras de levier cherché $= r + \frac{1}{3} b \,.\, \frac{2m+1}{m+1} = CB + \frac{1}{3}\, BA \,.\, \frac{2m+1}{m+1}$. Et puisque la quantité m est connue, la valeur du bras de levier de la résultante, ne dépend que de la grandeur du rayon de la meule & de la largeur de la couronne de pression. Ces deux quantités étant connues, le bras de levier le sera aussi.

Loix de la diminution des meules. Fig. 45.

293. L'action de la meule supérieure ne peut avoir lieu sans une diminution continuelle de son poids. *Cette diminution est en raison composée de la directe du cube du rayon, & du nombre de révolutions dans un temps donné, & en raison inverse de sa dureté.*

Soit le rayon extérieur CA (*fig.* 45) de la couronne de pression $= a$, le rayon intérieur CG $= am$, CF $= x$, FB $= dx$, le nombre de révolution dans un temps donné $= n$, la dureté de la meule $= p$, & le rapport de la circonférence au rayon $= c$. Nous supposons la pression constante, ainsi que cela doit être (272 & 273). Il est visible que la diminution d'un élément quelconque BFML, sera d'autant plus grande que cet élément sera plus distant du centre C, le nombre de révolutions plus grand dans un temps donné, & la pierre moins dure. Cet élément étant $= cxdx$, sa diminution sera représentée par $\frac{cnx^2dx}{p}$ dont l'intégrale complete est $= \frac{a^3 n}{p}(\frac{1}{3} c \,.\, \overline{1 - m^3})$. On prouvera de la même maniere, que dans toute autre meule dont le rayon $=$ A, le nombre de révolutions dans un temps donné $=$ N, & la dureté $=$ P, la diminution totale sera représenté par $\frac{A^3 N}{P}(\frac{1}{3} c \,.\, \overline{1 - m^3})$. Mais (286) le rayon inté-

rieur eſt dans un rapport conſtant avec le rayon extérieur, & par conſéquent m eſt la même dans toutes les meules. Donc à cauſe du facteur conſtant $\frac{1}{3} c \times \overline{1 - m^3}$, la diminution de la premiere ſera à celle de la ſeconde :: $\frac{a^3 n}{p}$: $\frac{A^3 N}{P}$, c'eſt-à-dire, dans le rapport énoncé.

294. Il ſuit delà que, *ſi les rayons ſon égaux, ainſi que les nombres des révolutions, les diminutions ſeront réciproquement comme les duretés des meules.* Car pour lors, on a $a = A$, & $n = N$, & la diminution de la premiere eſt à celle de la ſeconde :: $\frac{1}{p}$: $\frac{1}{P}$. Par où l'on voit qu'il eſt avantageux de choiſir la pierre la plus dure, à cauſe que les meules dureront plus long-temps, & que la farine ſera moins mêlée avec des parties hétérogenes qui ne peuvent qu'en altérer la bonté. Conſéquence qui en réſulte.

295. A meſure que les meules s'uſent par le frottement, les parties ſaillantes des ſurfaces frottantes s'émouſſent, & pour les faire renaître, on eſt obligé de piquer ces mêmes ſurfaces (265). Dans cette opération on leur ôte une couche de matiere qu'on doit obſerver de faire par-tout de même épaiſſeur. Sans cette précaution, l'angle HCM (*fig.* 38) varieroit, & par conſéquent la couronne de preſſion changeroit, & la preſſion deviendroit ou trop forte ou trop foible. Il ne ſuffit donc pas de piquer la couronne de preſſion; il faut piquer également les cercles entiers juſqu'à l'œil. En piquant les meules, on doit les diminuer uniformément par-tout. FIG. 38.

296. En même-temps que l'on conſervera conſtamment les mêmes dimenſions à la couronne de preſſion, on doit conſerver auſſi le même poids à la meule, ſi l'on veut toujours produire la plus grande quantité & la meilleure qualité de farine (271). Le moyen en eſt ſimple. Il n'y a qu'à charger la meule ſupérieure d'une couche de plâtre de même diametre, & dont l'épaiſſeur ſoit à celle de la diminution de la meule, comme la peſanteur ſpécifique de la meule eſt à celle du plâtre. Il eſt Moyen de conſerver le même poids aux meules.

évident que cette couche sera de même poids que la couche usée de la meule, & dont la hauteur est mesurée par la diminution de l'épaisseur de la meule, puisque dans les matieres de différente nature, lorsque les poids sont égaux, les pesanteurs spécifiques sont réciproquement comme les volumes. Or ici les volumes sont des cylindres de même base, & par conséquent ils sont comme les hauteurs. Ainsi, les pesanteurs spécifiques étant réciproquement comme ces hauteurs, les couches seront de même poids.

Moyen de connoître le rapport des pesanteurs spécifiques de la pierre & du plâtre.

297. Nous avons donné (208 1°.) la maniere de connoître le poids d'un pied cube de matiere spécifiquement plus pesante que l'eau. Il est clair qu'on peut l'employer quand il s'agira de connoître le poids d'un pied cube de pierre ou de plâtre, puisque chacune de ces deux matieres est plus dense que l'eau. Nommons P le poids d'un morceau de pierre de même nature que la meule pesé dans l'air : & P' le poids de ce même morceau pesé dans l'eau. Nommons pareillement p & p' les poids respectifs d'un morceau de plâtre pesé successivement dans l'air & dans l'eau. Représentons par x le poids d'un pied cube de pierre, & par y celui d'un pied cube de plâtre. Par la formule du n. 208. 1°. nous aurons $x = 70 \times \frac{P}{P - P'}$, & $y = 70 \times \frac{p}{p - p'}$. Donc $x : y :: \frac{P}{P-P'} : \frac{p}{p-p'}$. Ce qui nous fait voir que pour connoître le rapport des pesanteurs spécifiques de la pierre & du plâtre, *il faut prendre deux morceaux quelconques, l'un de pierre & l'autre de plâtre, & les peser l'un & l'autre d'abord dans l'air, & ensuite dans l'eau. Leurs pesanteurs spécifiques seront comme leur poids dans l'air divisé par la perte qu'ils font dans l'eau.*

Loi générale de la chaleur produite par le frottement.

298. Nous avons déjà dit un mot (271) de la chaleur qui pouvoit résulter de l'action des meules. Nous allons examiner ici cette matiere plus à fond. La chaleur étant l'effet du frottement,

tement, elle fera proportionnelle à la quantité de frottement qu'éprouvera un corps en gliſſant ſur un autre. Mais cette quantité de frottement dépend de la preſſion, de la viteſſe & de la durée du mouvement. Donc *le degré de chaleur que produira un corps en gliſſant ſur un autre, ſera en raiſon compoſée de la preſſion, de la vîteſſe & de la durée du mouvement.*

Loi de la chaleur produite par le frottement des meules.

299. Dans les moulins à bled, la preſſion eſt conſtante (272 & 273), & la vîteſſe eſt égale au nombre de révolutions dans une ſeconde, multiplié par la circonférence moyenne de la meule: par conſéquent, cette vîteſſe eſt proportionnelle au nombre de révolutions multiplié par le bras de levier moyen ou au nombre de révolutions multiplié par le rayon total (283). Donc *la chaleur produite par l'action d'une meule, ſera en raiſon compoſée du nombre de révolutions dans une ſeconde, du rayon de la meule & de la durée de ſon mouvement.*

Pour produire la meilleure farine, le nombre de révolutions de la meule doit être en raiſon inverſe de ſon rayon.

300. La chaleur étant préjudiciable à la bonté de la farine, pendant lequel on doit faire enſorte que la farine en ſortant de deſſous une meule mue pendant le plus long intervalle de temps qu'on a coûtume de ne pas interrompre ſon mouvement, n'en ait que le moindre degré poſſible. Nommons ce temps T, & prenons une meule dont le rayon $= B$, le nombre de révolutions dans une ſeconde $= Q$, & qui au bout du temps T a communiqué à la farine le degré de chaleur $= C$. Nous aurons $C = BQT$. Exprimons par les mêmes lettres minuſcules, les mêmes quantités relatives à une autre meule mue pareillement pendant le plus long intervalle T, qu'une meule ait coûtume de ſe mouvoir ſans interruption. Nous aurons auſſi $c = bq$ T. Si nous n'imprimons à la premiere meule que le degré de vîteſſe néceſſaire pour qu'au bout du temps T la chaleur C n'altere en aucune façon la bonté de la farine, ce ſera ce degré de chaleur qu'il faudra prendre pour regle & faire $c = C$; ce qui nous donne $bq\,T = BQT$, ou $bq = BQ$; d'où nous tirons la proportion : $q : Q :: B : b$, qui nous fait voir que *pour produire de la farine*

de la meilleure qualité, les nombres de révolutions doivent être réciproquement comme les rayons des meules.

Conſéquence qui en réſulte.

301. On peut conclure delà que, *plus les meules ſeront grandes, plus le nombre de révolutions dans un temps donné ſera petit*; & au contraire que *plus les meules ſeront petites, plus le nombre de révolutions ſera grand.*

Expreſſion du nombre de tours par ſeconde.

302. Si nous prenons pour terme de comparaiſon le réſultat donné par la meule, dont le rayon $= B$, & le nombre de révolutions $= Q$; dans la proportion du n. 300, nous aurons le produit des moyens BQ qui ſera conſtant. Repréſentons-le par D; nous aurons $q = \frac{D}{b}$, formule dont nous aurons occaſion de faire un aſſez fréquent uſage.

Expreſſion du rayon de la roue dans les moulins ſimples.

303. Prenons l'équation $R = \frac{s}{s'+s} \times \frac{v}{cq}$ du n. 146, & ſuppoſons que R exprime le rayon de la roue à aubes d'un moulin ſimple. Si nous ſubſtituons au lieu de q ſa valeur $\frac{D}{b}$, le rayon de la roue ſera exprimé par $R = \frac{s}{s'+s} \times \frac{bv}{cD}$.

Formule pour les rayons dans les moulins à double engrénage.

304. Dans la formule $\frac{rr'r''}{RR'R''} \times \frac{sv}{s'+s} = aqr''$ du n. 148, ſi nous regardons le bras de levier r'' du poids, comme le rayon moyen de la meule (283) & que nous faſſions $r'' = \frac{2}{3}b$, l'équation s'appliquera exactement à un moulin à double engrénage. Subſtituons-y la valeur de q (302), & toute réduction faite, nous aurons $\frac{rr'}{RR'R''} \times \frac{sv}{s'+s} = \frac{cD}{b}$.

Réflexions ſur le poids le plus convenable à l'équipage d'une meule d'un rayon connu.

305. Suppoſons qu'on ait une meule d'un rayon donné, par exemple, de 3 pieds, mais dont l'épaiſſeur ſoit extrêmement petite. Qu'on lui donne une couronne de preſſion & un degré de vîteſſe convenables à ſon rayon (284 & 300), & qu'elle ſoit conſtamment ſoutenue à la même hauteur au-deſſus de la meule giſſante, hauteur que je ſuppoſe être la même que celle

qui dans les meilleurs moulins donne la meilleure farine. La meule étant trop légere, le mouvement d'oscillation (266), & celui de rotation (265 & 267) seront l'un & l'autre trop foibles, & la farine sortira grossiere de dessous la meule. Qu'on augmente le poids de la meule en lui conservant toujours le degré de vîtesse qui convient à son rayon : on augmentera aussi sa force, tant verticale qu'horisontale ; & la farine sera moins grossiere qu'auparavant. Que l'on continue d'augmenter son poids ; la ténuité de la farine augmentera aussi jusqu'à ce qu'elle soit parvenue à son *maximum*. Arrivée à ce point, elle ne variera plus, du moins sensiblement, quoique l'on augmente encore le poids de la meule : mais alors la pression augmentant, la chaleur augmentera avec le poids (298), & elle pourra devenir assez forte pour brûler la farine, ou du moins pour en altérer la bonté. Ainsi, *le point où le poids de l'équipage est le plus convenable au rayon de la meule, est celui où la farine aura le plus de ténuité & le moins de chaleur possible.* Au reste, qu'on ne perde pas de vue que ce degré de chaleur dont il s'agit ici, doit être pris à la fin du temps du plus long mouvement qu'une meule ait sans interruption dans l'usage ordinaire, temps que nous avons nommé T au n. 300.

306. L'on voit par-là que, *le poids de la meule diminuant, on peut réparer jusqu'à un certain point la perte qu'on fera, en baissant le pallier.* Car le poids relatif de la meule ayant le plus de part à la pression (269), on augmentera l'un & l'autre en faisant ensorte que la meule, dans son mouvement d'oscillation, soit moins soutenue par le pallier. Il est vrai que la force horisontale n'en deviendra pas plus grande ; mais du moins les grains & leurs parties étant mieux concassés par le mouvement d'oscillation, seront plus aisément broyés par celui de rotation.

307. La remarque du n. 305 nous fait encore voir que tout poids n'est pas indifférent à l'équipage d'une meule d'un rayon donné, & nous indique la maniere de trouver le poids le plus

Maniere de trouver ce poids.

avantageux à celui dont la meule a un rayon connu. On prendra pour cet effet une meule hors d'ufage, à caufe de fon peu d'épaiffeur, & après l'avoir taillée conformément à fon rayon (284), on lui imprimera le degré de vîteffe qui convient à ce même rayon (300). On augmentera fon poids à diverfes reprifes, par le moyen de l'argile dont on la chargera uniformément, & l'on s'arrêtera lorfque la farine aura toute la ténuité dont elle eft fufceptible. Alors le poids de l'équipage fera celui qui conviendra au rayon de la meule.

Le rayon de la meule tournante eft comme la racine quarrée du poids de fon équipage.
Fig. 48.

308. On juge bien qu'il n'eft pas poffible de faire cette opération pour toutes les meules que l'on pourra employer. Il ne fuffit donc pas d'avoir trouvé le poids le plus avantageux à un équipage d'un rayon connu ; il faut encore déterminer la fonction du poids de l'équipage à laquelle le rayon eft proportionnel dans le cas où l'on veut produire le plus grand & le meilleur effet poffible. Nous n'avons befoin pour cela que des deux principes établis aux n. 287 & 288; favoir 1°. que *le quarré du rayon de la meule eft proportionnel au poids de fon équipage*; 2°. *que ce même quarré eft fenfiblement proportionnel à la force horifontale détruite par les réfiftances.* En compofant ces deux rapports, nous aurons un réfultat qui nous fera connoître que *le rayon doit être comme la racine quarré du poids de l'équipage* ; ainfi qu'on doit l'entrevoir par le feul expofé que nous venons de faire. Mais pour traiter la queftion d'une maniere plus générale, nous prendrons un moulin à double engrénage, tel que celui qui eft repréfenté par la fig. 48, en fuppofant qu'il n'y ait qu'une feule meule tournante ; & pour ne pas mettre de la confufion dans les opérations par la multiplicité des lettres, nous exprimerons les rapports par le figne $=$.

Soit le poids de l'équipage de la meule $= a$; fon rayon $= b$; le rayon FG de la roue à aubes $=$ R ; celui (ED) du rouet vertical $= r$; celui (MD) de la premiere lanterne $= R'$; celui (NI) du rouet horifontal $= r'$; celui (CI) de la feconde lanterne $= R''$; la vîteffe abfolue du courant $= v$; fa vîteffe

relative $= g$; & le rapport de la premiere à la feconde $= \frac{s'+s}{s'}$.

1°. Selon le premier principe, le quarré du rayon étant proportionnel au poids de la meule, nous aurons pour le premier rapport compofant $b^2 = a$.

2°. Pour trouver le fecond, cherchons l'expreffion de la force horifontale détruite par les réfiftances. La vîteffe du courant détruite par les réfiftances, c'eft-à-dire g, rapportée aux dents D du premier rouet, eft le quatrieme terme de cette proportion; $R : r :: g : \frac{gr}{R}$. Cette vîteffe rapportée aux dents I du fecond rouet, eft le quatrieme terme de cette feconde proportion $R' : r' :: \frac{gr}{R} : \frac{grr'}{RR'}$. Enfin rapportée au centre d'impreffion de la meule, c'eft à-dire (283) aux $\frac{2}{3}$ de fon rayon, elle fera le quatrieme terme de cette troifieme proportion : $R'' : \frac{2}{3} b :: \frac{grr'}{RR'} : \frac{2}{3} \times \frac{bgrr'}{RR'R''}$. C'eft l'expreffion de la vîteffe que la meule aura perdue par l'oppofition des réfiftances. Donc la force horifontale détruite fera égale au poids multiplié par cette vîteffe, c'eft-à-dire $= \frac{2}{3} abg \times \frac{rr'}{RR'R''}$; ce qui nous donne pour le fecond rapport compofant $b^2 = \frac{2}{3} abg \times \frac{rr'}{RR'R''}$, ou en divifant les deux termes par b, $b = \frac{2}{3}\ a\ g \times \frac{rr'}{RR'R}$.

Compofons ces deux rapports, & nous aurons le rapport compofé $b^3 = \frac{2}{3}\ a^2\ g \times \frac{rr'}{RR'R''}$. Il ne nous refte plus qu'à trouver l'expreffion de g, & celle de $\frac{rr'}{RR'R''}$ que nous fubftituerons.

Nous avons dit que le rapport de v à g étoit $= \frac{s'+s}{s'}$. Nous

aurons donc $\frac{v}{g} = \frac{s'+s}{s'}$, & par conféquent $g = \frac{s'v}{s'+s}$.

L'équation du n. 304, qui fe rapporte exactement à la figure 48, ou $\frac{rr'}{RR'R''} \times \frac{sv}{s'+s} = \frac{cD}{b}$, nous donne $\frac{rr'}{RR'R''} = \frac{cD}{b} \times \frac{s'+s}{sv}$.

Subftituons ces deux expreffions dans le rapport compofé, & il deviendra $b^3 = \frac{2}{3} a^2 \times \frac{s'+s}{sv} \times \frac{s'v}{s'+s} \times \frac{cD}{b}$, ou $b^3 = \frac{a^2}{b} \times \frac{2}{3} \times \frac{s'}{s} \times cD$. Mais puifqu'il s'agit de produire le plus grand effet, $\frac{s'}{s}$ eft une grandeur conftante, à caufe qu'elle exprime le rapport de la vîteffe relative du fluide à la vîteffe réfidue (67); il en eft de même de D (302), & de c qui exprime le rapport de la circonférence au rayon (146 & 148). Faifons donc difparoître tout ce qui eft conftant, & notre rapport deviendra $b^3 = \frac{a^2}{b}$, ou $b^4 = a^2$; d'où nous tirons $b = \sqrt{a}$. Et puifque les rayons des rouages n'entrent point dans ce rapport, nous devons conclure qu'il convient à toutes fortes de moulins, tant fimples que compofés. Donc *dans un moulin quelconque, foit fimple foit compofé, pour produire la plus grande quantité & la meilleure qualité poffible de farine, le rayon de la meule fupérieure doit être proportionnel à la racine quarré du poids de fon équipage.*

Conféquence de ce principe.

309. Suppofons que par la méthode du n. 307, ou par quelque autre équivalente on ait trouvé qu'une meule dont le rayon $= B$, doit avoir un équipage dont le poids foit $= A$. Si l'on a un équipage d'un poids $= a$, & qu'on veuille connoître le rayon qui lui appartient, on n'a qu'à faire la proportion : $\sqrt{A} : \sqrt{a} :: B : b$: d'où l'on tire $b = \frac{B}{\sqrt{A}} \times \sqrt{a}$. Mais la quantité $\frac{B}{\sqrt{A}}$ eft conftante

& connue, ainſi que nous verrons dans la troiſieme ſection. Faiſons-la $= l$, & nous aurons $b = l\sqrt{a}$. Ainſi, pour avoir le rayon qui appartient à un équipage d'un poids connu, il faut multiplier la racine quarrée de ce poids, par la grandeur conſtante l.

310. La regle que nous venons d'établir ne s'applique pas aux meules de toute grandeur, & d'après ce que nous avons dit (281), il eſt aiſé de voir que quand elles ſont parvenues à un certain point de petiteſſe, on ne ſauroit les employer ſans faire perdre à la farine la ténuité qu'elle doit avoir. En effet, qu'on ait une meule ordinaire dont le rayon, la couronne de preſſion, & le degré de vîteſſe ſoient tels que ſon poids les exige: elle produira de la farine de la meilleure qualité. Si l'on diminue par degrés, ſon poids, ſon rayon, &c. il eſt évident qu'on parviendra enfin à un point où la maſſe étant trop légere, le mouvement d'oſcillation, qui eſt, pour ainſi dire, l'ame de la trituration, ne ſera plus aſſez fort pour écraſer & concaſſer les grains & les mettre en état d'être broyés par l'action horiſontale. Ainſi, il y a un équipage au-deſſous duquel il ne faut pas en employer d'autres. Le moyen de le connoître eſt de cotter exactement toutes les opérations qu'on fera, & les réſultats qu'elles donneront. Qu'on s'arrête quand on s'appercevra que la farine n'a plus la même ténuité qu'auparavant. L'équipage dont on ſe ſera ſervi dans la pénultieme opération, ſera le moindre qu'on puiſſe employer.

Moyen de trouver le poids du moindre équipage qu'on puiſſe employer.

311. *Lorſqu'un moulin produit le plus grand & le meilleur effet, la quantité de farine eſt proportionnelle au quarré du rayon de la meule.*

La quantité de farine eſt comme le quarré du rayon de la meule.

Car nous avons vu (61 & 65), qu'en général l'effet eſt comme le produit de la réſiſtance par la vîteſſe, avec laquelle elle eſt ſurmontée. Or (288) la force détruite par la réſiſtance, eſt comme le quarré du rayon. Il en ſera donc de même de la réſiſtance.

Quant à la vîtesse de la meule qui la surmonte, elle est (299) comme le produit du rayon, par le nombre de révolution. Mais celui-ci (300) est en raison inverse du rayon : par conséquent la vîtesse de la meule est comme le rayon divisé par lui-même, c'est-à-dire qu'elle est constante. Donc le produit de la résistance par la vîtesse de la meule, est comme le quarré du rayon, & conséquemment il en est de même de la quantité de farine.

Elle est aussi comme le poids de l'équipage.

312. Nous avons vu (287), que le quarré du rayon est proportionnel au poids de l'équipage. Donc nous pouvons conclure que *la quantité de farine sera aussi comme le poids de l'équipage*.

Formule pour exprimer la relation de l'effet au rayon de la meule.

313. Nommons I la quantité de farine produite dans un temps donné par le moulin du n. 309, dont le rayon $= B$, & le poids de l'équipage $= A$. Représentons par i celle que doit produire dans le même temps l'équipage a sous le rayon b. Suivant le n. 311, nous aurons la proportion $B^2 : b^2 :: I : i$, qui nous donnera $i = \frac{I}{B^2} \times b^2$. Mais la quantité $\frac{I}{B^2}$ est constante. Faisons-la $= k$, & nous aurons $i = k\,b^2$. Il est évident qu'on peut regarder comme inconnue celle des deux quantités i & b que l'on voudra. Ainsi cette équation donne la solution de deux problêmes.

Formule pour exprimer la relation de l'effet au poids de l'équipage.

314. D'après le n. 312, nous aurons cette proportion $A : a :: I : i$, laquelle nous donne $i = \frac{I}{A} \times a$. Dans cette équation faisant la grandeur constante $\frac{I}{A} = g$, on aura $i = g\,a$, d'où l'on tirera pareillement la solution de deux questions, selon qu'on prendra pour inconnue a ou i.

315. L'effet produit par un courant, est comme la dépense du courant par sa chûte (73). Donc la quantité de farine sera dans le même rapport, & suivant ce que nous avons dit (312), il en sera de même du poids de l'équipage, c'est-à-dire que *la quantité de farine, ainsi que le poids de l'équipage, seront en raison*

raiſon compoſée de la dépenſe du courant & de ſa chûte. Nous démontrerons ailleurs ces deux propoſitions d'une maniere plus directe. On peut voir ſeulement par-là qu'il ſeroit aiſé de déduire de la fécondité de ces principes un grand nombre de propoſitions que nous renvoyons ailleurs, comme devant y être mieux placées, ou que nous paſſons entièrement ſous ſilence, à cauſe qu'elles ne ſont que de pure curioſité.

SECTION II.

Théorie générale des Moulins ſimples & compoſés.

§. I.

Des moulins ſimples.

316. Les moulins ſimples dont nous traitons ici, ſont compoſés d'un arbre vertical qui porte à ſon extrémité ſupérieure la meule mobile, & à l'inférieure une roue horiſontale ſur les aubes de laquelle le courant agit immédiatement. L'on en voit le deſſein dans la figure 46. Le ſyſtême eſt porté ſur un pallier A B qu'on peut hauſſer ou baiſſer à volonté par le moyen d'une vis & de ſon écrou. Mais ce ſont des choſes que tout le monde connoît. Dans la premiere partie nous avons donné la conſtruction des courſiers & des roues horiſontales, pour produire le plus grand effet poſſible. Ainſi, nous ne nous y arrêterons pas. Paſſons donc au calcul de la machine, & cherchons les formules qui doivent nous faire connoître l'effet qu'elle peut produire.

Ce que c'eſt qu'un moulin ſimple. FIG. 46.

317. Nommons a le poids de l'équipage de la meule, b ſon rayon; g celui du pivot; n le rapport de la preſſion au frottement; d celui du poids de l'équipage de la meule à la réſiſtance

Formule générale pour le moulin de la FIG. 46.

du bled ; R le rayon de la roue ; λ la section du courant au bas de la chûte, & v la vîtesse absolue. Représentons par $\frac{s'}{s}$ le rapport de la vîtesse perdue à la vîtesse restante après l'impulsion. Les dénominations sont, comme l'on voit, à peu de chose près les mêmes que celles que nous avons employés au problême du n. 158, auquel nous allons rapporter le calcul de notre moulin. La résistance à vaincre ou le poids à enlever est ici $= \frac{a}{d}$, & son bras de levier, qui (284) se trouve au même point que le centre d'impression de la meule, est $= \frac{2}{3} b$ (283). Ainsi, en compatant, on aura $\Pi = \frac{a}{d}$; $\Pi' = a$; & $r = \frac{1}{3} b$. Substituons ces valeurs dans la formule, & elle deviendra $Rn\left(\frac{2}{3}\frac{ab}{Rd} + \frac{1}{3}\frac{ag}{n}\right) + K\lambda v^2 . \frac{s'^2}{\overline{s'+s}^2}\left(g . \overline{1+\frac{s'^2}{s''^2}} - Rn\right) - \frac{ag}{n} = 0.$ C'est l'équation fondamentale aux moulins simples, & qui ne laisse pas d'être assez compliquée.

Formule simplifiée pour le même moulin.

318. Nous avons remarqué (161), que s'il n'y avoit pas d'autre résistance étrangere que celle du frottement du pivot, on pouvoit la négliger. Supposons donc le frottement nul, ou $n = \infty$. Notre équation se changera en celle-ci : $\frac{2}{3}\frac{ab}{Rd} - K\lambda v^2 \frac{s'^2}{\overline{s'+s}^2} = 0$, qui est beaucoup plus simple que la précédente.

Formules simplifiées plus générales que la précédente. Fig. 46.

319. Par le numéro 303, pour produire le meilleur effet possible, nous avons le rayon de la roue ou $R = \frac{s}{s'+s} \times \frac{bv}{cD}$. Substituons cette valeur dans l'équation, & après avoir divisé tous les termes par le coëfficient de a, nous aurons : $a - \frac{3}{2}\frac{dK}{cD} . \frac{s'^2 s}{\overline{s'+s}^3} . \lambda v^3 = 0$, ou en faisant $\lambda v = m$, & $v^2 =$

$\frac{140\,B\,h'}{K}$ (11 & 87), $a - 210\,\frac{B\,d}{c\,D} \cdot \frac{s''s}{s'+s} \cdot h'm$. Ces formules nous feront connoître les principales propriétés des moulins ſimples.

Les poids des équipages des moulins ſimples, ſont comme les dépenſes des courans par les chûtes. Fig. 46.

320. Prenons la ſeconde formule du numéro précédent, & faiſons $=$ L la quantité conſtante $210\,\frac{B\,d}{c\,D} \times \frac{s''s}{s'+s}$. Elle ſe changera en $a - L\,h'm = 0$, d'où nous tirerons $a = L\,h'm$. Si nous avions un autre moulin dont le poids de l'équipage fût $=$ A, la dépenſe du courant $=$ M, & ſa chûte $=$ H', il eſt aiſé de voir que nous aurions auſſi $A = L\,H'M$. D'où nous déduirions la proportion : $a : A :: h'm : H'M$; qui nous fait voir que *les poids des équipages des moulins ſimples, lorſqu'ils produiſent le plus grand & le meilleur effet poſſible, ſont entre eux comme les produits des dépenſes des courants par leurs chûtes*; ainſi que nous l'avions conclu par induction (315).

Les effets des moulins ſimples ſuivent auſſi le même rapport.

321. Nous avons démontré (312) que les quantités de farine produites dans un temps donné, étoient entre elles comme les poids des équipages. Donc puiſque (320), les poids des équipages ſont comme les produits des dépenſes par les chûtes des courants moteurs, nous aurons auſſi *les quantités de farine produites par les meilleurs moulins ſimples proportionnelles aux produits des dépenſes des courants par leurs chûtes.*

Premiere queſtion ſur les moulins ſimples.

322. La formule $a = L\,h'm$, nous donne la ſolution de cette queſtion générale : *de ces trois quantités, le poids de l'équipage de la meule, la dépenſe de la ſource motrice & ſa chûte, deux étant données, trouver la troiſieme.* En effet, ſi les deux donnés ſont h' & m, la formule exprime la valeur de l'inconnue a. Si les deux connues ſont a & h', nous aurons $m = \frac{a}{L\,h'}$; & ſi l'on cherche h', on aura $h' = \frac{a}{L\,m}$.

Seconde question sur les moulins simples.

323. Conservant les dénominations employées au n. 313, nous aurons la quantité de farine produite dans un temps donné, c'est-à-dire $i = ga$; & en substituant la valeur de a prise au n. 322, $i = gLh'm$, formule qui nous donne encore la démonstration de la proposition du n. 321, & de laquelle nous déduirons la solution de cette question générale : *de ces trois choses, la quantité de farine produite dans un temps donné, la dépense du courant & sa chûte, deux étant connues, trouver la troisieme.* Car, 1°. la formule donne la valeur de i; 2°. on aura $h' = \frac{i}{gLm}$; & 3°. on trouvera $m = \frac{i}{gLh'}$.

Dans les moulins simples, les rayons des meules sont comme les racines quarrées des rectangles sous les dépenses & les chûtes des courants moteurs.

324. Par le n. 309, nous avons le rayon de la meule, ou $b = l\sqrt{a}$. Mais (322) $\sqrt{a} = \sqrt{Lh'm}$. Donc $b = l\sqrt{Lh'm}$. Il est évident que pour un autre équipage dont le rayon seroit $= B$, la dépense du courant moteur $= M$, & sa chûte $= H'$, nous aurions pareillement $B = l\sqrt{LH'M}$. Nous aurons donc la proportion : $b : B :: \sqrt{h'm} : \sqrt{H'M}$, laquelle nous fait voir que *les rayons des meules des meilleurs moulins simples sont comme les racines quarrées des produits des volumes d'eau par les chûtes*, ce qui est évident; car (308) les rayons étant comme les racines quarrées des poids des équipages, & les poids des équipages comme les produits des dépenses par les chûtes (320), les rayons des meules doivent être comme les racines quarrées de ces mêmes produits.

Dans les moulins simples, les nombres de révolutions sont en raison inverse des quantités précédentes.

325. Nous avons (302), le nombre de révolutions $q = \frac{D}{b}$, ou en substituant la valeur de b prise au numéro précédent, $q = \frac{D}{l\sqrt{Lh'm}}$. Nommons Q le nombre de révolutions de tout autre moulin dont le courant moteur dépensera un volume d'eau $= M$ par seconde sous une chûte $= H'$. Nous aurons

pareillement $Q = \frac{D}{l\sqrt{LH'M}}$; d'où nous tirerons la proportion $q : Q :: \frac{1}{\sqrt{h'm}} : \frac{1}{\sqrt{H'M}}$ ou $:: \sqrt{H'M} : \sqrt{h'm}$; ce qui nous fait voir que *les nombres de révolutions des meilleurs moulins simples sont réciproquement comme les racines quarrées des produits des dépenses des courans par les chûtes.* Cette proposition peut aussi se démontrer de la même maniere que la précédente. Car (300) les nombres des révolutions sont réciproquement comme les rayons des meules. Mais (324), ceux-ci sont comme les racines quarrées des produits des dépenses par les chûtes. Donc les nombres de révolutions seront réciproquement comme ces racines.

Dans les moulins simples les rayons des roues sont comme les chûtes par les racines quarrés des dépenses des courans moteurs.

326. Suivant le n. 303, nous avons le rayon de la roue, ou $R = \frac{s}{s'+s} \cdot \frac{bv}{cD}$. Puisque ces sortes de roues employées à des moulins à bled, ne sont presque jamais placées que sur des coursiers inclinés (87), substituons au lieu de v sa valeur $= \sqrt{\frac{140 Bh'}{K}}$, & (324) pour b la sienne $= l\sqrt{Lh'm}$. Nous aurons $R = \frac{s}{s'+s} \cdot \frac{l}{cD} \cdot \sqrt{140\frac{BL}{K}} \cdot h'\sqrt{m}$. Si nous avons un autre moulin dont le rayon de la roue soit $= R'$, la dépense du courant $= M$, & la chûte $= H'$, nous aurons pareillement $R' = \frac{s}{s'+s} \cdot \frac{l}{cD}\sqrt{140\frac{BL}{K}} \cdot H'\sqrt{M}$; d'où nous tirerons la proportion : $R : R' :: h'\sqrt{m} : H'\sqrt{M}$, ce qui nous fait voir que *dans les meilleurs moulins simples, les rayons des roues doivent être en raison composée des chûtes & des racines quarrées des dépenses des sources.*

Erreur de plusieurs Constructeurs.

327. Dans plusieurs endroits, les Constructeurs ont l'usage de faire ce rayon égal à celui de la meule ; ce qui est mani-

festement un défaut, puisque ces deux grandeurs ne suivent pas les mêmes loix, le rayon de la meule étant (324) en raison composée des racines quarrées de la chûte & de la dépense du courant, au lieu que celui de la roue est en raison composée de la chûte & de la racine quarrée de la dépense du courant moteur.

Conséquence des principes établis.

328. De tout ce que nous venons de dire, on peut conclure que si l'on construit un moulin simple, selon nos principes, en le prenant pour terme de comparaison, on trouvera, par une simple regle de trois, tout ce qui sera relatif à un autre moulin simple, dont on connoîtra la chûte & la dépense du courant moteur. En effet, on trouvera le poids de l'équipage par le n. 320; le rayon de la meule, par le n. 324; celui de la roue, par le n. 326; le nombre de révolutions dans un temps donné, par le n. 325; & la quantité de farine produite dans un temps connu, par le n. 321. Par le moyen des formules que nous avons données (320 — 326), on pourra aussi connoître chacune de ces grandeurs séparément, & indépendamment de tout autre moulin, par la seule connoissane de la dépense & de la chûte du couranr, puisque toutes les autres quantités qui y entrent, sont constantes.

Quelle est la chûte au-dessous de laquelle il faut employer des moulins à engrénage.

329. Nous avons trouvé (153), que la moindre chûte sous laquelle on puisse employer une roue sans engrénage, & placée sur un coursier incliné est $h' = 3{,}921 \cdot \sqrt[3]{\frac{q^4 m^2}{n^2}}$. Mais (302) $q = \frac{D}{b}$, & (324) $b = l\sqrt{L h' m}$. Substituons au lieu de q^4 & b^2 leurs valeurs, & nous aurons $h' = \sqrt[5]{\frac{3{,}921 \times D^4}{l^4 L^2 n^2}}$ pour la moindre chûte sous laquelle on peut construire un moulin simple. Dans la section suivante, nous l'exprimerons numériquement.

Loi que suit cette chûte.

330. Dans l'expression que nous venons de trouver pour la

moindre chûte, tout eſt conſtant excepté *n*: par conſéquent ſi nous nommons H′ une autre moindre chûte qui réponde à un autre nombre N, nous aurons : $h' : H' :: \frac{1}{\sqrt[5]{n^2}} : \frac{1}{\sqrt[5]{N^2}}$ ou $:: \sqrt[5]{N^2} : \sqrt[5]{n^2}$. Cette proportion nous fait voir que *les moindres chûtes ſont en raiſon inverſe des racines cinquiemes des nombres* n *&* N *qui expriment* (152) *le rapport de la profondeur de l'eau au bas du courſier à la largeur du courſier au même endroit.* Ainſi, plus ce rapport ſera grand, plus la moindre chûte ſera petite; & au contraire plus ce rapport ſera petit, plus la moindre chûte ſera grande.

331. La chûte n'eſt pas toujours ſuffiſante: il faut (244) qu'elle ait un rapport déterminé avec la dépenſe de la ſource; afin que la force réſultante ſoit aſſez grande pour mouvoir convenablement au moins le moindre équipage qu'on puiſſe employer (310). Ce ne ſera que dans la ſection ſuivante que nous donnerons la valeur de cet équipage, ainſi que celle du produit de la chûte & du volume d'eau qui lui conviennent. Ce produit une fois déterminé, qu'on ſe ſouvienne de la méthode que nous avons donnée (244), & qu'on ait ſoin d'en faire uſage avant de conſtruire le moulin, pour ſavoir s'il ſera au-deſſus du moindre poſſible (310). S'il étoit au-deſſous, on conſtruiroit un moulin à écluſe. La connoiſſance de cette chûte ne ſuffit pas.

§. II.

Des Moulins compoſés à ſimple & à double engrénage.

332. Lorſque par la méthode indiquée au n. 331, on ſe ſera convaincu que la dépenſe & la chûte ſont telles qu'on peut imprimer un mouvement continu à un équipage au-deſſus du moindre, & par celle du n. 329, que la chûte dont on a à En quoi conſiſtent les moulins à ſimple engrénage. FIG. 28.

dispoſer, eſt inférieure à celle qu'exigeroit un moulin ſimple, il faudra employer un engrénage, & conſtruire le moulin à-peu-près de la même maniere que la plupart de ceux qui ſont placés ſur des rivieres, c'eſt-à-dire que la roue à aubes ſera verticale, & que ſon arbre portera un rouet dont les dents engréneront les fuſeaux d'une lanterne fixée à une arbre vertical qui portera à ſon extrémité ſupérieure la meule tournanre. Si au lieu du poids Π & de la corde AM (*fig.* 28) qui le ſoutient, on place une meule *abcd* à l'extrémité A de l'arbre vertical AC, on aura un moulin à ſimple engrénage, & tel que celui dont nous venons de faire la deſcription.

Formule générale pour les moulins à un engrénage repréſentés par la FIG. 28.

333. Dans le calcul que nous allons faire de cette machine, la figure étant la même qu'au problême du n. 173, employons les mêmes dénominations, avec cette ſeule différence que, conformément à ce que nous avons déjà fait (317), nous nommerons a le poids de l'équipage de la meule, b le rayon de la meule, & d le rapport du poids de l'équipage à la réſiſtance du bled. Le procédé qu'il faut ſuivre pour trouver la formule rélative à ces moulins étant tout-à-fait le même que celui du n. 173, il ſeroit inutile de recommencer le calcul. Il ſuffira de faire $\Pi = \frac{a}{d}$; $r = \frac{2}{3} b$, & $\Pi' = a$. En ſubſtituant ces quanrirés dans la formule du numéro cité, on aura pour l'équation génétale aux moulins de cette forme $\frac{\Pi'' g'}{n} \left(\frac{1}{R'} - \frac{1}{R' n - g'} \right) + K \lambda v^2 .$

$$\frac{s^2}{\overline{s' + s}^2} \left(\frac{g'}{R'n -} - \frac{s'^2}{s^2} \right) + \frac{p}{R n - g p} \left(\frac{r'}{R'} + \frac{R' + r'}{R'} \cdot \frac{g'}{R'n - g'} \right)$$

$$\times \left(\tfrac{2}{3} a n \cdot \overline{\frac{b}{d} + \frac{g}{n}} + g \cdot \overline{\frac{R'}{r'} \cdot K \lambda v^2 \cdot \frac{s^2}{\overline{s' + s}^2} - \frac{a}{n}} \right) = 0.$$

Relation entre la viteſſe du courant & les rayons des différentes pieces des mêmes moulins.

334. Nous avons vu (174), que pour que le poids pût faire un nombre $= q$ de révolutions par ſeconde, on devoit avoir l'équation $\frac{r'}{R'} \cdot \frac{s v}{s' + s} = c q R$. Mais (302) $q = \frac{D}{b}$.

Donc

Donc en substituant, on aura $\frac{r'}{R'} \cdot \frac{sv}{s'+s} = \frac{cDR}{b}$. C'est cette équation qu'il faut combiner avec la précédente, pour faire produire à ces sortes de moulins le plus grand & le meilleur effet possible ; & par conséquent pour remplir toutes les conditions de la question, il doit y avoir deux inconnues.

Remarque sur l'usage de ces formules.

335. Lorsqu'on voudra appliquer les deux formules précédentes à un moulin construit sur un coursier incliné, on fera $\lambda v = m$, & (87) $v = \sqrt{\frac{140 Bk'}{K}}$. Mais si la machine devoit être placée sur une riviere, on prendroit simplement ces deux équations telles qu'elles sont. Pour lors, on doit se souvenir (111), que v est la vîtesse moyenne du courant, & (41) que la valeur de K sera $\frac{7}{3}$ ou $\frac{7}{6}$, selon que le fluide sera défini ou indéfini.

Proposition préliminaire pour les moulins à plusieurs meules.

336. LEMME. *Si tant de forces égales que l'on voudra, agissent sur un même point dans des directions qui fassent entre elles des angles égaux, toutes ces forces seront en équilibre, & le point ne recevra aucun mouvement.*

Démonstration. Car il n'y a aucune raison pour croire que le point se mouvra plutôt d'un côté que de l'autre. Donc il restera en repos.

337. Corollaire I. *Si ces mêmes forces agissent sur la circonférence d'un cercle dans la direction des tangentes menées à des points également distans les uns des autres, le centre restera en repos.*

Démonstration. Car le centre sera poussé de la même façon que si toutes ces forces passoient par ce point. Or, alors il n'y auroit point de mouvement de translation (336).

338. Corollaire II. *Soit* HIKLMN (fig. 47), *un rouet horizontal, dont les dents engrénent les fuseaux de tant de lanter-* FIG. 47.

nes que l'on voudra, égales, qui portent des équipages égaux & semblables, disposées à égales distances les unes des autres, & qui reçoivent leur mouvement de la part de ce rouet : les résistances que ces lanternes opposeront n'occasionneront aucun frottement à l'axe C.

Démonstration. Cela est évident, puisque (337), le centre ne recevra aucun mouvement de translation.

Comment on trouve l'équation exacte d'un moulin à double engrénage & à plusieurs meules. Fig. 48.

339. Supposons à présent que les dents D (*fig.* 48) du rouet vertical engrénent les fuseaux d'une lanterne, dont l'arbre vertical MN porte un hérisson horisontal qui donne le mouvement à un nombre quelconque N d'équipages égaux & disposés ainsi que nous venons de dire (338). Il s'agit de trouver l'équation à cette machine.

Nommons a le poids de l'équipage d'une meule, b son rayon AB, d le rapport du poids de l'équipage à la résistance du bled; n celui de la pression à la résistance du frottement, R le rayon (FG) de la roue à aubes; r celui (ED) du rouet; R′ celui (MD) de la premiere lanterne; r' celui (NI) du hérisson; R″ celui (CI) de la seconde lanterne, Π le poids de l'équipage EF; Π' celui de l'équipage MN; g les rayons des pivots Q & Q′ que nous supposons égaux; & g' celui des tourrillons H. Pour ce qui est de la vitesse du courant, de sa section & de la résistance qui s'opere aux engrénages, nous nous servirons des mêmes expressions que dans le calcul du n. 333 ou du n. 173; & conformément au procédé que nous avons suivi dans le n. 173, nous imaginerons la vitesse du courant décomposée en deux parties qui seront entre elles :: s' : s, dont la premiere répondra à une force F qui vaincra les résistances, & la seconde a une force f qui agira sur la machine comme sur un systême libre.

Examinons d'abord les résistances de la part d'un seule équipage. Les résistances qui s'exerceront aux fuseaux I de la lan-

terne CI, feront compofées, 1°. de celle du bled fous la meule, 2°. de celle des frottemens au fond de la crapaudine. Le moment de la premiere fera $= \frac{2}{3} \frac{ab}{d}$; & celui de la feconde fera $= \frac{2}{3} \frac{ag}{n}$. Ainfi, la fomme de ces moments fera $= \frac{2}{3} a \cdot \overline{\frac{b}{d} + \frac{g}{n}}$. Pour furmonter ces réfiftances, il faudra appliquer aux dents I du hériffon, une force qui, à caufe du frottement de l'engrénage (172), fera $= \frac{2}{3} \frac{ap}{R''} \cdot \overline{\frac{b}{d} + \frac{g}{n}}$. Faifons cette force $= f'$.

La force f' luttera contre l'équipage, & par conféquent pouffera le pivot Q' contre les côtés de la crapaudine. Mais la force f' qui agit en G, & qui donne le mouvement à la machine confidérée fans obftacles, cette force, dis-je, rapportée aux dents I du hériffon, y aura une intenfité $= f \cdot \frac{RR'}{rr'}$. C'eft l'énergie avec laquelle elle agit contre la fomme de tous les équipages des meules. Donc fon énergie, contre un feul équipage, fera $= f \cdot \frac{RR'}{Nrr'}$. Cette force pouffera, ainfi que f', l'équipage contre les côtés de la crapaudine; & à caufe que la réfiftance du frottement fur le fond de la crapaudine s'y oppofe avec une force $= \frac{a}{n}$, la force de preffion latérale fera $= f' + f \cdot \frac{RR'}{Nrr'} - \frac{a}{n}$ que nous faifons $= \varphi$ pour abréger.

La premiere réfiftance latérale en Q' fera $= \frac{\varphi}{n}$, & la force néceffaire aux dents I pour la furmonter, en ayant égard à l'engrénage, fera $= \varphi \cdot \frac{gp}{R''n}$.

Cette premiere force eft fuivie d'une feconde réfiftance

latérale en Q', laquelle eſt $= \varphi . \frac{gp}{R''n}$, & qui pour être vaincue exige aux dents I une ſeconde force $= \varphi \cdot \frac{g^2 p^2}{R''^2 n^2}$.

La ſeconde force occaſionne en Q' une troiſieme réſiſtance latérale $= \varphi \cdot \frac{g^2 p^2}{R''^2 n^2}$ qui ſera vaincue aux dents I par une troiſieme force $= \varphi . \frac{g^3 p^3}{R''^3 n^3}$, & ainſi de ſuite à l'infini.

Les forces néceſſaires aux dents I du rouet, pour vaincre les réſiſtances latérales qui s'exercent en Q', formeront la ſuite infinie $\varphi \cdot \frac{gp}{R''n} \left(\div 1 : \frac{gp}{R''n} : \frac{g^2 p^2}{R''^2 n^2} \cdots\cdots \frac{1}{\infty} \right)$ dont la ſomme de tous les termes $= \varphi . \frac{gp}{R''n - gp}$.

Donc la réſiſtance totale qui s'exerce aux dents I de la part d'un ſeul équipage, ſera $= f' + \varphi . \frac{gp}{R''n - gp}$: & puiſqu'il y a un nombre N d'équipages, la réſiſtance totale de la part de tous les équipages ſera $= N \left(f' + \varphi . \frac{gp}{R''n - gp} \right)$. Nommons-là φ'.

Pour vaincre la réſiſtance φ', il faudra aux dents D du rouet vertical, une force qui, à cauſe de l'engrénage, ſera $= \varphi' \cdot \frac{r'p}{R'}$; & pour vaincre le frottement de rotation au fond de la crapaudine, il y en faudra appliquer une autre $= \frac{2}{3} \frac{gp\Pi'}{R'n}$. Ces deux agiront ſur l'équipage MN de la même façon que f' agit ſur l'équipage AC; c'eſt-à-dire qu'elles pouſſeront le pivot Q contre les côtés de la crapaudine. La force f qui anime la machine rapportee en D, y aura une intenſité $= \frac{Rf}{r}$. La preſſion latérale du pivot Q ſera donc égale à la ſomme de ces trois forces

diminuée de la résistance du frottement sur le fond de la crapaudine, c'est-à-dire $= \varphi' . \frac{r'p}{R'} + \frac{2}{3} \frac{gp\Pi}{R'n} + f . \frac{R}{r} - \frac{\Pi'}{n} = \varphi''$ pour simplifier.

La premiere résistance latérale en Q sera $= \frac{\varphi''}{n}$; & la force aux dents D du rouet, pour la vaincre malgré le frottement de l'engrénage, sera $= \varphi'' . \frac{gp}{R'n}$.

La premiere force ne peut agir sans presser le point d'appui en Q, & y occasionner une seconde résistance $= \varphi'' . \frac{gp}{R'n^2}$, qui pour être vaincue, exige aux dents D du rouet une seconde force $= \varphi'' . \frac{g^2p^2}{R''n^2}$.

Celle-ci agit sur le pivot Q de la même maniere que la précédente, & y produit une troisieme résistance latérale $= \varphi'' . \frac{g^2p^2}{R''n^3}$, qui sera vaincue par une troisieme force en D $= \varphi'' . \frac{g^3p^3}{R'^3n^3}$: & ainsi de suite.

Les forces nécessaires aux dents D du rouet vertical, pour surmonter les résistances latérales du pivot Q, formeront la progression infinie $\varphi'' . \frac{gp}{R'n} \left(\div 1 : \frac{gp}{R'n} : \frac{g^2p^2}{R'^2n^2} \cdots \frac{1}{\infty} \right)$ dont la somme des termes $= \varphi'' . \frac{gp}{R'n - gp}$.

Donc la résistance totale qui s'exerce aux dents D du rouet, sera $= \varphi' . \frac{r'}{R'} + \frac{2}{3} \frac{gp\Pi'}{R'n} + \varphi'' . \frac{gp}{R'n - gp}$. Nommons-la χ.

La force nécessaire en G pour faire équilibre à x sera $= \chi . \frac{r}{R}$. Mais parce que les rayons ED & FG forment ensemble un levier vertical, les points d'appui H, H, seront laté-

ralement chargés d'un poids $= \chi + \chi \cdot \frac{r}{R} = \chi \cdot \frac{R+r}{R}$. La force f preffe auffi l'équipage EF dans le même fens. Ainfi la preffion latérale qui aura lieu aux tourrillons, fera égale à la fomme de ces deux actions diminuée de la réfiftance qu'oppofe le frottement occafionné par le poids de l'équipage EF; c'eft-à-dire qu'elle fera $= \chi \cdot \frac{R+r}{R} + f - \frac{n}{n}$. Faifons-la $= \chi'$.

La premiere réfiftance latérale qui s'exercera aux tourrillons H, H, fera $= \frac{\chi'}{n'}$, & la force néceffaire en G pour la furmonter, fera $= \chi' \cdot \frac{g'}{R n}$.

De cette premiere force réfulte aux tourrillons une feconde réfiftance latérale $= \chi \cdot \frac{g'}{R n^2}$ qui exige en G une feconde force $= \chi' \cdot \frac{g'^2}{R^2 n^2}$.

Cette feconde force produit aux tourrillons une troifieme réfiftance latérale $= \chi' \cdot \frac{g'^2}{R^2 n^3}$ qui fera vaincue par une troifieme force en G $= \chi' \cdot \frac{g'^3}{R^3 n^3}$; & ainfi de fuite.

Ces forces en G qui doivent détruire les réfiftances latérales des tourrillons, forment la fuite infinie : $\chi' \cdot \frac{g'}{R n}$ $\left(\div 1 : \frac{g'}{R n} : \frac{g'^2}{R^2 n^2} \cdots \frac{1}{\infty}\right)$; & leur fomme eft $= \chi' \cdot \frac{g'}{R n - g'}$.

Mais pour imprimer à l'équipage EF un mouvement de rotation, felon ce que nous avons dit (165), il faut employer en G une force $= \frac{n g'}{R n}$.

Donc pour ſurmonter tous les obſtacles, & mettre la machine en état d'obéir à l'action de la force f, comme un ſyſtême libre, il faudra employer trois forces en G. La premiere $= \frac{\Pi g'}{Rn}$ vaincra le frottement de rotation des tourrillons. La ſeconde $= \chi \cdot \frac{r}{R}$ fera équilibre aux réſiſtances qui s'exercent en D; & la troiſieme $= \chi' \cdot \frac{g'}{Rn - g'}$ ſurmontera les réſiſtances latérales des tourrillons. Or, la force deſtinée à ſurmonter toutes les réſiſtances, eſt $= F$. Donc nous aurons l'équation $F = \frac{\Pi g'}{Rn} + \chi \cdot \frac{r}{R} + \chi' \cdot \frac{g'}{Rn - g'}$.

Souvenons-nous à préſent que nous avons $\chi' = \chi \cdot \frac{R + r}{R} + f - \frac{\Pi}{n}$; $\chi = \varphi' \cdot \frac{r'p}{R'} + \frac{2}{3} \cdot \frac{gp\Pi'}{R'n} + \varphi'' \cdot \frac{gp}{R'n - gp}$; $\varphi'' = \varphi' \cdot \frac{r'p}{R'} + \frac{2}{3} \frac{gp\Pi'}{R'n} + \frac{rf}{R} - \frac{\Pi'}{n}$; $\varphi' = N \times \left(f' + \varphi \cdot \frac{gp}{R''n - gp}\right)$; $\varphi = f' + f \cdot \frac{RR'}{Nrr'} - \frac{a}{n}$; $f' = \frac{2}{3} \frac{ap}{R''}\left(\frac{b}{d} + \frac{g}{n}\right)$; $F = K\lambda v^2 \times \frac{s'^3}{s'+s}$ (47); & par conſéquent $f = K\lambda v^2 \cdot \frac{s^3}{s'+s}$. Subſtituant & tranſportant tous les termes dans un même membre, nous aurons : $\frac{\Pi g'}{n}\left(\frac{1}{R} - \frac{1}{Rn - g'}\right) + K\lambda v^2 \cdot \frac{s^3}{s'+s}\left(\frac{g'}{Rn - g'} - \frac{s'^3}{s^3}\right) + \frac{p}{R'n - gp}\left(\frac{r}{R} + \frac{R + r}{R} \cdot \frac{g'}{Rn - g'}\right) \cdot \left[g\overline{\Pi' \cdot \frac{2}{3}} - \frac{1}{n} + \frac{gR}{r} \cdot K\lambda v^2 \cdot \frac{s^3}{s'+s} + \frac{r'nNp}{R''n - gp}\left(\frac{2}{3}\overline{an \cdot \frac{b}{d} + \frac{g}{n}} + g\left\{\frac{RR'}{rr'N} \cdot K\lambda v^2 \cdot \frac{s^3}{s'+s} - \frac{a}{n}\right\}\right)\right] = 0$; c'eſt l'équation générale aux moulins à double engrénage, & de la forme de ceux qui ſont repréſentés par la figure 48.

Relation entre la viteſſe du courant & les rayons des différentes pieces du même moulin.
Fig. 48.

340. On voit évidemment que la formule $\frac{rr'}{RR'R''} \cdot \frac{sv}{s'+s} = \frac{\varepsilon D}{b}$, du n. 303 exprime la relation qui doit régner entre la vîteſſe du courant, & les rayons de la roue, des rouets, de la lanterne & de la meule, afin que les meules faſſent dans un temps donné, un nombre $= q$ de révolutions. Il eſt inutile de rapporter la méthode que nous avons ſuivie pour trouver cette équation, puiſqu'on peut la voir au n. 64.

Détermination du rayon du hériſſon du même moulin.
Fig. 49.

341. Quand on emploiera pluſieurs équipages, il faut que l'intervalle qui ſéparera les meules, ſoit aſſez grand pour pouvoir y paſſer commodément. Et puiſque (338), tous les équipages doivent être placés ſur la circonférence d'un cercle, on ſent bien que le rayon du hériſſon qui les mettra en mouvement eſt ſoumis à une loi conſtante. Cherchons donc ſon expreſſion; & avant de traiter généralement la queſtion, ſuppoſons qu'il n'y ait que trois équipages, dont les centres ſoient en A, B & D, (*fig.* 49); & dont les lanternes reſpectives ſoient GQR, MNK, & LST. Le triangle BAD ſera équilatéral. Du centre C menons CA, & la perpendiculaire CE. L'angle CAE ſera de 30^d, & par conſéquent $CE = \frac{1}{2} CA$; HE ſera $= \frac{1}{2}$ HP. Nommons toujours b le rayon AH de la meule; R'' celui (AG) de la lanterne, & r' celui (CG) du hériſſon. Soit l'intervalle donné $HP = p'$. Dans le triangle rectangle ACE, nous aurons: $\overline{AC}^2 = \overline{AE}^2 + \overline{CE}^2 = \overline{AE}^2 + \frac{1}{4} \cdot \overline{AC}^2$; par conſéquent $AC = \frac{2AE}{\sqrt{3}}$. Mais $AC = R'' + r'$; & $AE = b + \frac{1}{2} p'$. Donc $R'' + r' = \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot \overline{b + \frac{1}{2} p'}$, & $r' = \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot \overline{b + \frac{1}{2} p'} - R''$.

Fig. 50.

342. Si le hériſſon engréne quatre lanternes, comme dans la figure 50, on aura $EAC = 45^d$, & par conſéquent CE = AE

$AE = \frac{AC}{\sqrt{2}}$. Confervant les mêmes dénominations, nous aurons l'équation : $\overline{b + \frac{1}{2} p'} . \sqrt{2} = R'' + r'$, de laquelle nous tirerons $r' = \overline{b + \frac{1}{2} p'} . \sqrt{2} - R''$.

343. L'on voit pat ces deux exemples, que dans le triangle A E C l'angle C A E fera toujours connu, puifqu'il fera la moitié de l'angle à la circonférence d'un polygone régulier, dont le nombre de côtés fera le même que celui des lanternes que le hériffon doit engréner. On aura donc en général : $1 : m' ::$ $AC : CE = m' . AC$, & $\overline{AC}^2 = \overline{CE}^2 + \overline{AE}^2 = m'^2 \overline{AC}^2 + \overline{AE}^2$; d'où l'on tirera $AC . \sqrt{1 - m'^2} = AE$. Subftituons $R'' + r'$ au lieu de AC, & $b + \frac{1}{2} p'$ au lieu de AE, & nous aurons $r' = \frac{b + \frac{1}{2} p'}{\sqrt{1 - m'^2}} - R''$. Dans cette expreffion, il faut avoir foin de fubftituer pour m' la valeur qui lui conviendra, & qui fera déterminée par le nombre d'équipages.

344. Lorfqu'il n'y a que deux meules tournantes, l'angle C A E s'anéantit, & $m' = 0$; ce qui donne pour lors $r' = b + \frac{1}{2} p' - R''$.

345. Pour faciliter le calcul aux Lecteurs, nous joindrons ici une table des valeurs de m'; & comme le même hériffon ne peut pas engréner un trop grand nombre de lanternes, nous nous contenterons de la pouffer feulement jufqu'à dix meules. Table pour faciliter le calcul du hériffon.

Lorfque le nombre de meules fera =	2 :	3 :	4 :	5 :	6 :	7 :	8 :	9 :	10 :
La valeur correfpondante de m' fera... =	0 :	0,5 :	0,709 :	0,809 :	0,866 :	0,9 :	0,924 :	0,939 :	0,951 :

Par exemple, fi l'on vouloit que le même rouet engrénât huit lanternes, dans la formule du n. 343, on fubftitueroit 0,924 au lieu de m'; ce qui donneroit $r' = \frac{b + \frac{1}{2} p'}{0,388} - R''$.

Quand on emploie plusieurs meules, il y a trois inconnues.

346. Tous ces calculs font voir que quand on emploiera plusieurs meules, pour faire ptoduire à la machine le plus grand & le meilleur effet possible, on a ttois équarions ; & par conséquent pour templir toutes les condirions du problême, on est obligé de supposer trois inconnues. Il est rare qu'on ne puisse pas choisir quelques-unes de ces quantités qu'on supposera telles. En pateils cas, on sent bien qu'il faut faire tomber le choix sur celles qui donneront les équations les moins composées. Nous verrons bientôt quelles sont celles qui dans l'usage otdinaire peuvent avoir ces propriétés.

347. On pourroit aussi prolonger l'arbre MN (*fig.* 48), jusqu'en P, & placer en S un second hérisson égal au ptemier. Cela ne changeroit rien aux calculs que nous avons donnés. Il faudroit seulement avoir soin d'employer le même nombre d'équipages à l'égard de chaque hérisson, & alors dans l'équation $r' = \frac{b + \frac{2}{9} p'}{\sqrt{1 - m'^2}} - R''$, on ne prendroit pour m' que la valeur correspondante au nombre d'équipages animés par un seul hérisson. Supposons, par exemple, qu'on emploie dix meules : on en placera 5 autour de chaque hérisson, & pour déterminer r', on ptendra dans la table du n. 345, la valeur correspondante à 5, c'est-à-dire 0,809.

Frottement latéral du pivot de l'arbre du hérisson, quand on n'emploie qu'une meule tournante. Fig. 48.

348. La forme de la figure 48 suppose que l'on a assez d'eau & assez de chûte pour foutnir à plusieuts équipages. Mais si la dépense du courant & sa chûte ne suffisoient qu'à un seul, on feroit mal d'employer cette forme à cause de l'excès de frottement occasionné par le double engrénage : il faudroit alots se servir de ceux qui sont à engrénage simple. Cependant, comme des circonstances locales peuvent s'y opposer, examinons le cas où l'on n'emploieroit qu'un seul équipage avec un double engrénage. Nous allons voir que la loi que suit le

frottement latéral du pivot Q, varie ſelon la poſition de l'équipage.

Que l'aube G reçoive l'impulſion ſur la face oppoſée à celle qu'on voit. On apperçoit ſans peine dans quel ſens doit ſe faire le mouvement de toutes les parties de la machine. Si l'on place la lanterne à la droite de l'arbre MN, la force de la dent D pouſſera cet arbre en avant, & il en ſera de même de la réſiſtance des fuſeaux en I. Ainſi, la preſſion latérale des pivots Q & Q, ſera pour lors égale à la ſomme de la force en D, & de la réſiſtance en I.

Plaçons la lanterne à la gauche. La réſiſtance aux fuſeaux I, aura une direction contraire à celle de la force en D, & la preſſion latérale des pivots Q, Q ne ſera que la différence de la force en D, & de la réſiſtance en I.

Enfin, ſi nous plaçons la lanterne entre la droite & la gauche, il eſt évident que la preſſion latérale en Q ſera plus ou moins grande ſelon que la lanterne approchera plus ou moins de la premiere de ces deux poſitions.

349. Concluons delà que quand les circonſtances exigeront qu'on n'emploie qu'une meule avec un double engrénage, & que le mouvement de la roue à aubes ſe fera, ainſi que nous venons de dire, pour diminuer le plus qu'il eſt poſſible le frottement latéral de MN, il faut placer la lanterne à la gauche; & à la droite, ſi le mouvement ſe fait dans un ſens contraire.

Comment on doit placer la meule quand on n'en emploie qu'une dans les moulins à double engrénage. Fig. 48.

350. Suppoſons qu'on ſoit forcé à n'employer qu'une meule tournante avec un double engrénage. On fera le calcul de la machine à peu de choſe près de la même manière qu'au n. 339. Le ſeul changement qu'il y aura à faire, ſera dans la preſſion latérale des pivots Q & Q. Pour n'être pas arrêté lorſque l'occaſion ſe préſentera, cherchons la formule rélative à ce cas. Elle ſervira pareillement à faire voir comment on doit ſe conduire dans le calcul des autres machines dont la forme ſe rapporteroit à celle

Comment on trouve l'équation à ce moulin. Fig. 48.

dont nous parlons. Reprenons le calcul du n. 339. Nous aurons $N = 1$; $\varphi = f' + f \cdot \frac{RR'}{rr'} - \frac{a}{n}$; & $\varphi' = f' + \varphi \cdot \frac{gp}{R''n - gp}$. Suppoſons à l'équipage de la meule la poſition la plus ou la moins déſavantageuſe. La premiere preſſion latérale en Q ſera (348) $= \varphi' \cdot \frac{r'p}{R'} \pm \varphi' + \frac{Rf}{r} - \frac{\Pi}{n} = \varphi' \cdot \overline{\frac{r'p}{R'} \pm 1} + \frac{Rf}{r} - \frac{\Pi}{n} = \varphi''$. Le ſigne ſupérieur ſe rapportera à la premiere poſition, & le ſigne inférieur à la ſeconde. Le reſte du calcul ſera exactement le même qu'au n. 339, & par le même raiſonnement, on trouvera $F = \frac{\Pi' g'}{Rn} + \chi' \cdot \frac{r}{R} + \chi' \cdot \frac{g'}{Rn - g'}$; équation qui par la ſubſtitution & la tranſpoſition deviendra

$$\frac{\Pi' g'}{n}\left(\frac{1}{R} - \frac{1}{Rn - g'}\right) + \frac{s^2}{\overline{s' + s}^2} \cdot K\lambda v^2 \left(\frac{g'}{Rn - g'} - \frac{s'^2}{s^2}\right) + \left(\frac{r}{R} + \frac{R + r}{R} \cdot \frac{g'}{Rn - g'}\right) \cdot \left\{\frac{p}{R''n - gp}\left[\tfrac{2}{3} an \cdot \overline{\frac{b}{d} + \frac{g}{n}} + g \left(\frac{RR'}{rr'} \cdot \frac{s^2}{\overline{s' + s}^2} \cdot K\lambda v^2 - \frac{a}{n}\right)\right] \times \left(\frac{r'p}{R'} + \frac{gp}{R'n - gp} \times \overline{\frac{r'p}{R'} \pm 1}\right) + \frac{gp}{R'n - gp}\left(\frac{R}{r} \cdot \frac{s^2}{\overline{s' + s}^2} \cdot K\lambda v^2 - \frac{\Pi}{n}\right)\right\} = 0.$$

Comment on trouve l'équation exacte d'un moulin à pluſieurs meules & à un ſeul engrénage.
FIG. 51.

351. Il peut arriver que la chûte (329) ſoit ſuffiſante pour conſtruire un moulin ſimple, & qu'en même temps on ait un volume d'eau aſſez conſidérable pour mouvoir pluſieurs meules. Dans ce cas, on feroit bien de n'employer qu'un ſeul engrénage. Pour cet effet, la roue à aubes F G (*fig.* 51), ſera portée par l'arbre vertical E F. Il en ſera de même du hériſſon E F, dont les dents engrèneront les fuſeaux des lanternes C D, C D. Conſervons aux dimenſions des équipages des meules les mêmes dénominations que dans le calcul précédent, avec cette ſeule différence que C D ſera $= R'$. Nommons Π le poids de l'équipage E F & de ſes dépendances, R le rayon (F G) de la

roue, r celui (ED) du hériſſon, & g' celui du pivot H. Les autres dénomination ſeront les mêmes qu'au n. 339. Nous aurons la force néceſſaire aux dents D, pour vaincre la réſiſtance du bled & celle du frottement au fond de la crapaudine, c'eſt-à-dire f' qui ſera $= \frac{2}{3} \frac{ap}{R'} . \overline{\frac{b}{d} + \frac{g}{n}}$, ainſi qu'on peut le voir par un raiſonnement ſemblable à celui du commencement du numéro que nous venons de citer. L'intenſité de la force f qui meut la machine, rapportée aux dents du hériſſon, ſera $= f . \frac{R}{r}$; & ſon énergie ſur une ſeule lanterne $= f . \frac{R}{rN}$. Ainſi la premiere propoſition latérale du pivot Q contre les côtés de la crapaudine pour un ſeul équipage, ſera $= f' + f . \frac{R}{rN} - \frac{a}{n}$, que nous nomerons φ.

Par le raiſonnement du n. 339, on trouvera aiſément que les frottemens latéraux du pivot Q, pour être vaincus, exigeront aux dents du hériſſon, une ſuite infinie de forces, dont la ſomme ſera $= \varphi . \frac{gp}{R'n - gp}$.

Donc la force néceſſaire aux dents D du hériſſon, pour ſurmonter les réſiſtances d'un ſeul équipage, ſera $= f' + \varphi . \frac{gp}{R'n - gp}$: & pour ſurmonter celles d'un nombre N, elle ſera $= N\left(f' + \varphi . \frac{gp}{R'n - gp}\right)$ que nous faiſons $= \varphi'$.

La force en G néceſſaire pour faire équilibre à φ' ſera $= \frac{r\varphi'}{R}$. Donc la premiere preſſion latérale du pivot H ſera $= \frac{r\varphi'}{R} + f - \frac{\Pi}{n}$. Faiſons-la $= \varphi''$. Nous aurons encore une ſuite de réſiſtances latérales qui ſeront vaincues par une ſuite de forces en G, dont la ſomme ſera $= \varphi'' . \frac{g'}{Rn - g'}$.

Mais le mouvement circulaire occafionne au fond de la crapaudine une réfiftance dont le moment $= \frac{2}{3}\frac{\Pi g'}{n}$ & qui fera vaincue par une autre force en G $= \frac{2}{3}\frac{\Pi g'}{Rn}$.

Donc pour vaincre tous les obftacles, il faudra appliquer trois forces en G. La premiere $= \frac{2}{3}\frac{\Pi g'}{Rn}$ vaincra le frottement au fond de la crapaudine H. La feconde $= \varphi' \cdot \frac{r}{R}$ fera équilibre aux réfiftances qu'éprouveront les dents du hériffon; & la troifieme $= \varphi'' \cdot \frac{g'}{Rn - g'}$ furmontera les réfiftances latérales du pivot H. Et puifque F eft la force qui doit détruire tous les obftacles, nous aurons l'équation $F = \frac{2}{3}\frac{\Pi g'}{Rn} + \varphi' \cdot \frac{r}{R} + \varphi'' \cdot \frac{g'}{Rn - g'}$. Or nous avons $\varphi'' = \varphi' \cdot \frac{r}{R} + f - \frac{\Pi}{n}$; $\varphi' = N\left(f' + \varphi \cdot \frac{gp}{R'n - gp}\right)$; $\varphi = f' + f \cdot \frac{R}{rN} - \frac{a}{n}$; $f' = \frac{2}{3}\frac{ap}{R'} \cdot \overline{\frac{b}{d} + \frac{g}{n}}$; $F = \frac{s'^2}{\overline{s'+s}^2} \cdot K\lambda v^2$; & $f = F \cdot \frac{s^2}{s'^2} = \frac{s^2}{\overline{s'+s}^2} \cdot K\lambda v^2$. Subftituons toutes ces quantités dans l'équation, & paffons tous les termes dans un membre, nous aurons :

$$\frac{\Pi g'}{n}\left(\frac{2}{3} \cdot \frac{1}{R} - \frac{1}{Rn - g'}\right) + \frac{s^2}{\overline{s'+s}^2} \cdot K\lambda v^2 \left(\frac{g'}{Rn - g'} - \frac{s'^2}{s^2}\right) + \frac{rn}{Rn - g'} \cdot \frac{Np}{R'n - gp} \times \left[\frac{2}{3} an \cdot \overline{\frac{b}{d} + \frac{g}{n}} + g\left(\frac{R}{rN} \cdot \frac{s^2}{\overline{s'+s}^2} \cdot K\lambda v^2 - \frac{a}{n}\right)\right] = 0.$$

352. Nous n'examinerons pas le cas où l'on auroit N $= 1$; car il eft évident que quand la roue à aubes pourra être horifontale, fi le volume d'eau ne fuffit qu'à une meule, on fe fervira d'un moulin fimple, & non pas d'un moulin compofé.

Néanmoins si l'on en vouloit faire le calcul, on se conduiroit à-peu près ainsi que nous avons fait ci-dessus (350).

Relation entre la vîtesse du courant & les rayons des différentes pieces du moulin de la Fig. 51.

353. Cherchons une équation qui exprime la relation qui doit regner entre la vîtesse du courant & les rayons de la roue, du hérisson, &c. pour faire prendre aux meules la vîtesse qui leur convient. La vîtesse du point G ou l'arc qu'il décrira dans une seconde, sera $= \frac{sv}{s'+s}$, & celui que décrira dans le même temps la dent D du hérisson sera $= \frac{r}{R} \cdot \frac{sv}{s'+s}$. Le rapport de la circonférence au rayon étant $= c$, la circonférence de la lanterne sera $= cR'$. Soit q le nombre de révolutions que chaque meule doit faire dans une seconde : $cR'q$ sera l'espace parcouru par un fuseau dans le même temps. Or (150) cet espace doit être égal à l'arc décrit par la dent D. Donc nous aurons $\frac{r}{R} \cdot \frac{sv}{s'+s} = cR'q$; & à cause que $q = \frac{D}{b}$ (302), en substituant l'équation deviendra $\frac{r}{R} \cdot \frac{sv}{s'+s} = \frac{cDR'}{b}$.

Valeur du rayon du hérisson dans le moulin de la Fig. 51.

354. Nous avons vu (343) que l'on avoit $r' = \frac{b+\frac{1}{2}p'}{\sqrt{1-m^{n}}} - R''$. Mais dans cette construction on a $r' = r$; & nous avons nommé R' le rayon de la lanterne de la meule, lequel dans le calcul de la figure 48 étoit $= R''$. Donc nous aurons $r = \frac{b+\frac{1}{2}p'}{\sqrt{1-m'^{n}}} - R'$.

355. L'on voit que dans cette forme on a encore trois équations, ainsi que dans celle du n. 339 : par conséquent quand on voudra faire produire à cette sorte de moulins le plus grand & le meilleur effet possible, on choisira trois quantités pour inconnues, afin de remplir par là toutes les conditions de la question. Nous pourrions rapporter plusieurs autres formes de moulins à engrénage : car il y en a une infinité. Mais la maniere de calculer leurs effets est presque par-tout la même, & à

quelques legers changemens près, elle se rapporte ordinairement à quelqu'une des méthodes que nous avons employées. Ainsi il feroit inutile d'en parcourir un plus grand nombre.

Loix des moulins représentés par la fig. 28, & considérés sans frottement.

356. Après avoir examiné les moulins composés tels qu'ils sont dans la nature, considérons-en la théorie absolue, & dépouillée de tout frottement pour la comparer à celle des moulins simples. Commençons par les moulins à un seul engrénage, & prenons l'équation du n. 333 qui se rapporte à la figure 28, dont l'arbre vertical A C est supposé porter une meule à son extrêmité supérieure. En faisant le frottement nul, nous aurons $n = \infty$ & $p = 1$ (171 & 172) : ce qui change cette équation en celle-ci : $\frac{r'}{RR'} \cdot \frac{2}{3} \frac{ab}{d} - \frac{s''}{\overline{s'+s}^2} \cdot K \lambda v^2 = 0$. Celle du n. 334 nous donne $\frac{r'}{RR'} = \frac{cD}{b} \cdot \frac{s'+s}{sv}$. Substituons cette valeur dans la premiere équation, & ayant divisé tous les termes par le coëfficient de a, nous aurons : $a - \frac{3}{2} \cdot \frac{dK}{cD} \cdot \frac{s''s}{\overline{s'+s}^2} \cdot \lambda v^3 = 0$, équation exactement la même que celle du n. 319, rapportée aux moulins simples, & de laquelle l'on peut déduire que *les poids des équipages des meules sont les mêmes dans les moulins simples & dans les moulins composés, mûs par le même courant & considérés sans frottement.*

357. Puisque les poids des équipages sont les mêmes, les rayons des meules, leurs nombres de révolutions & les quantités de farine produites dans un temps donné, suivront aussi les mêmes loix, & auront les mêmes expressions que dans les moulins simples ; puisque ces quantités ne dépendent que du poids de l'équipage auquel elles appartiennent (309, 302, 312).

358. L'équation du n. 334 nous donne $R \cdot \frac{R'}{r'} = \frac{b}{cD} \cdot \frac{sv}{s'+s}$, expression tout-à-fait la même que celle du n. 303, qui

qui s'applique au n. 319. Cette expreſſion nous fait voir que *le rayon* R *de la lanterne multiplié par le rapport du rayon* R′ *de la roue à aubes au rayon* r′ *du rouet a la même valeur & ſuit la même loi que le rayon de la roue dans les moulins ſimples.* La théorie des moulins compoſés differe donc en ce point de celle des moulins ſimples.

359. Paſſons aux moulins à double engrénage repréſentés par la fig. 48, à laquelle l'équation du n. 339, ſe rapporte. Suppoſons $n = \infty$. p ſera $= 1$, & cette équation deviendra $\frac{rr'}{RR'R''} \cdot \frac{1}{2} \frac{abN}{d} - \frac{s'^2}{s'+s} \cdot K\lambda v^2 = 0$. Mais l'équation du n. 340, nous donne $\frac{rr'}{RR'R''} = \frac{cD}{b} \cdot \frac{s'+s}{s'v}$. Subſtituons dans la premiere, & diviſons tous ſes termes par le multiplicateur de aN : elle deviendra $aN - \frac{1}{2} \frac{dK}{cD} \cdot \frac{s'^2 s}{s'+s} \cdot \lambda v^3 = 0$. Or aN eſt le poids équivalent à tous les équipages. Donc *dans les moulins à double engrénage conſidérés ſans frottement, les équipages ſont les mêmes que dans les moulins ſimples.* Loix des moulins repréſentés par la fig. 48, & conſidérés ſans frottement.

360. La quantité de farine produite dans un temps donné étant (312) proportionnelle à aN, ſuivra les mêmes loix que dans les moulins ſimples. Quant aux rayons des meules & au nombre de leurs révolutions dans un temps donné, ce ne ſera qu'à la fonction de a, & non à celle de aN qu'ils feront proportionnels.

361. De l'équation du n. 340, nous tirons $R'' \cdot \frac{R'}{r'} \cdot \frac{R}{r} = \frac{b}{cD} \cdot \frac{sv}{s'+s}$. Le ſecond membre eſt entièrement le même que celui des formules des n. 319 & 358. Quant au premier membre, il eſt compoſé de trois facteurs, dont le premier (R″) eſt le rayon de la lanterne de l'arbre qui porte la

meule; le ſecond $\left(\frac{R'}{r'}\right)$ eſt le rapport du rayon de la lanterne à celui du hériſſon de l'arbre ſuivant; & le troiſieme $\left(\frac{R}{r}\right)$ eſt le rapport du rayon de la roue à aubes à celui de ſon rouet. Si l'on compare cette formule à celles des n. 319 & 358, on verra que les variations du premier membre ſont ſoumiſes à une loi conſtante, & qu'en général il ſera très aiſé de trouver la formule relative à un moulin quelconque auſſi compoſé qu'on voudra. Car le premier facteur du premier membre ſera toujours le rayon de la lanterne de l'arbre qui porte la meule; le ſecond ſera le rapport du rayon de la lanterne ſuivante à celui du rouet du même arbre; le troiſieme ſera le rapport du rayon de la troiſieme lanterne à celui du rouet de ſon arbre... & le dernier ſera le rapport du rayon de la roue à aubes à celui de ſon rouet. Le ſecond membre ſera conſtamment compoſé de la quantité $\frac{b}{cD} \cdot \frac{sv}{s'+s}$.

362. Lorſqu'on doit employer pluſieurs équipages, on a une troiſieme équation qui remplit la condition concernant l'intervalle qui doit ſéparer les meules (341). Mais cette équation ne change rien à la loi dont nous venons de parler. Car quelle que ſoit la valeur du rayon du hériſſon, le premier membre de l'équation qu'on déduira du n. 361, n'en aura pas moins les mêmes propriétés.

Loix des moulins repréſentés par la fig. 51, & conſidérés ſans frottement.

363. Il nous reſte à examiner la formule du n. 351, relative à la figure 51. Si nous ſuppoſons $n = \infty$ & $p = 1$, elle deviendra $\frac{r}{RR'} \cdot \frac{2}{3} \frac{abN}{d} - \frac{s''}{s'+s} \cdot K \lambda v^2 = 0$. Mais l'équation du n. 353 nous donne $\frac{r}{RR'} \cdot \frac{cD}{b} = \frac{s'+s}{sv}$. Subſtituons cette valeur dans la formule, & diviſons tous les termes par le multiplicateur de aN: nous aurons $aN - \frac{3}{2} \frac{dK}{cD} \cdot \frac{s''s}{s'+s}$,

$\lambda v^3 = 0$, équation exactement la même que celle du n. 359, laquelle on déduira les mêmes conclusions qu'au n. 359 & 360.

364. De l'équation du n. 353, nous tirons $R'. \frac{R}{r} = \frac{b}{cD} . \frac{sv}{s'+s}$, expression qui est la même que celle de la figure 28 n.° 358. En les comparant, il faut faire attention que nous avons accentué dans le premier membre de celle-ci, les lettres qui ne le sont pas dans le premier membre de l'autre, & réciproquement. Du reste, on en déduira les mêmes conclusions.

365. De toute cette théorie, il résulte que s'il n'y avoit point de frottement, le poids de l'équipage de la meule ou celui qui seroit équivalent à la somme des poids des équipages des meules d'un moulin composé d'autant d'engrénages qu'on voudra, seroit toujours le même que celui d'un moulin simple, pourvu que la valeur de K fût la même dans tous les cas (41); & qu'il en seroit de même de la quantité de farine produite dans un temps donné. Pour ce qui est des rayons de la roue, des rouets & des lanternes, ils sont assujettis à une loi déterminée par ce que nous avons dit (361). Cette loi sera d'autant plus composée que la machine aura plus d'engrénages. Cependant on peut encore rapporter la formule à celle des moulins simples, puisque les seconds membres sont les mêmes (319).

Réflexions sur l'usage des formules des moulins composés dépouillés de tout frottement.

366. Si nous jettons encore un coup d'œil sur les formules primitives des moulins, nous verrons que pour les ramener à cet état de simplicité que leur donne la théorie, il a fallu négliger un nombre de termes d'autant plus grand que la machine renferme plus d'engrénages. Par conséquent si par la connoissance de la dépense & de la chûte du courant, ou de sa section & de sa vitesse, on vouloit déterminer théoriquement le poids de l'équipage de la meule d'un moulin à engrénage, on se tromperoit

infailliblement, & l'erreur seroit d'autant plus grande que le moulin auroit plus d'engrénages. Cette erreur ne manqueroit pas de se communiquer à tout ce qui suivroit quelque fonction du poids de cet équipage, & elle seroit d'autant plus sensible que la fonction seroit plus élevée. Or parmi les grandeurs proportionnelles à quelque fonction du poids de cet équipage, la quantité de farine seroit la plus élevée, puisqu'elle lui est proportionnelle (312). Le rayon de la meule & les quantités qui en dépendent ne suivant qu'une fonction soudoublée (308 & 300), l'erreur s'y fera moins sentir.

367. Quelque éloignée de la pratique que soit la théorie des moulins composés, on peut néanmoins s'en servir utilement pour savoir, avant la construction, la valeur grossièrement estimée des élémens qu'on doit employer, & de l'effet qu'on peut attendre. Ainsi, dans un moulin, les principaux élémens étant, ou la section & la vîtesse du courant au bas de la chûte, ou sa dépense & sa chûte, le poids de l'équipage de la meule, & la quantité de farine que la machine peut produite; si le moulin doit avoir la forme représentée par la figure 28, on aura les deux formules du n. 319, c'est-à-dire $a - \frac{3}{2} \frac{dK}{cD} \cdot \frac{v''s}{\overline{s'+s}^3} \cdot \lambda v^3 = 0$, & $a - 210 \cdot \frac{Bd}{cD} \cdot \frac{s'^3 s}{\overline{s'+s}^3} \cdot h' m = 0$; & celle du n. 314, qui donneront la solution approchée de cette question générale : *de ces quatre quantités, la section & la vîtesse du courant au bas de la chûte, ou sa dépense & sa chûte, le poids de l'équipage de la meule, & la quantité de farine produite dans un temps connu, deux étant données, trouver les deux autres.* Et si la machine devoit mouvoir plusieurs meules, on trouveroit par les mêmes formules & la somme des poids de leurs équipages (359 & 363) & la quantité de farine produite dans un temps donné.

Simplification de la formule gé-

368. En examinant les moulins dans tous leurs détails, on a

des équations extrêmement composées & très-peu commodes dans la pratique; & au contraire en se bornant à la simple théorie, on ne peut manquer dans les moulins composés, de commettre des erreurs sensibles. Tâchons donc de trouver un milieu qui simplifie la construction, & rende les erreurs sensiblement négligeables. Commençons par ceux qui sont représentés par la figure 28. Nous avons vu (161), qu'on pouvoit supposer nul le frottement du pivot D, contre le fond & contte les côtés de la crapaudine, & que pour ce qui regarde le frottement latéral des tourrillons, il étoit plus que suffisant (175) de prendre le premier terme de la série modifié. Cette hypothèse réduit la formule du n. 173 à celle-ci : $\frac{\Pi'' g'}{R' n} \cdot \frac{n-1}{n} \cdot v + \frac{s'+s}{s} \cdot c p q r \cdot \Pi \left(1 + \frac{g'}{R' n}\right) + \frac{s^2}{\overline{s'+s}^2} \cdot K \lambda v^3 \left(\frac{g'}{R' n} - \frac{s'^2}{s^2}\right) = 0$, ainsi qu'on peut voir au n. 175. Pour la ramener à la théorie des moulins, (333) on a $\Pi = \frac{a}{d}$, $\Pi' = a$, $r = \frac{2}{3} b$, & $q = \frac{D}{b}$. Ces quantités substituées dans l'équation, la transforment en cette autre : $\frac{\Pi'' g'}{R'} \cdot \frac{n-1}{n^2} \cdot v + \frac{2}{3} \frac{c D p}{d} \cdot \frac{s'+s}{s} \cdot \overline{1 + \frac{g'}{R' n}} \cdot a + \frac{s^2}{\overline{s'+s}^2} \cdot K \lambda v^3 \cdot \left(\frac{g'}{R' n} - \frac{s'^2}{s^2}\right) = 0.$

Fig. 28. nérale des moulins représentés par la

Au premier abord, cette formule paroît encore fort compliquée : mais avec un peu d'attention, on verra qu'elle n'est rien moins, à cause que la plupart des lettres qui la composent, représentent des grandeurs constantes. Ce sera donc cette équation, qui conjointement avec celle du n. 334, résoudra le plus grand nombre des questions qu'on peut proposer sur les moulins de cette forme.

369. Dans la pratique, lorsqu'on a à disposer d'une source particuliere, il s'agit toujours ou de construire un moulin à

Quelles sont pour l'ordinaire les inconnues

dans les moulins construits sur des coursiers inclinés.

neuf, ou d'en corriger un déjà construit, à cause que le poids de l'équipage de la meule, est ou trop fort ou trop foible. Or, dans tous les cas, il est évident qu'on doit regarder ce poids comme inconnu. Il n'est donc plus question pour remplit toutes les conditions du problême, c'est-à-dire pour produire le plus grand & le meilleur effet possible, que de trouver une seconde inconnue (334); & puisque nous pouvons la choisir à volonté, nous prendrons le rayon du rouet, tant à cause que l'équation finale sera plus simple, que parceque le rouet étant une piece peu considérable, il est plus aisé d'y faire des changemens qu'à la plûpart des autres.

Cas où le moulin de la fig. 28 est placé sur un coursier incliné.

370. Quand on a à construire un moulin sur un coursier incliné, on est censé connoître la dépense & la chûte du courant, ou du moins on peut aisément se procurer cette connoissance. Pour lors, dans la formule du n. 368, ainsi que dans celle du n. 334, au lieu de v on substituera sa valeur $= \sqrt{\frac{140\,B\,h'}{K}}$, & on fera $\lambda\, v = m$; ce qui changera ces deux équations en celles-ci : $\frac{n''g'}{R'} . \frac{n-1}{n^2} . \sqrt{140\,B} . \sqrt{h'} + \frac{2}{3}\frac{c\,D\,p\sqrt{K}}{d} \times \frac{s'+s}{s} . \overline{1+\frac{g'}{R'n}} . a + \frac{s^2}{\overline{s'+s}^2} . 140\,B\sqrt{K} . h'\,m . \left(\frac{g'}{R'n} - \frac{s'^2}{s^2}\right) = 0$; & $\frac{r'}{R'} . \frac{s}{s'+s} . \frac{\sqrt{140\,B}}{\sqrt{K}} . \sqrt{h'} = \frac{c\,D\,R}{b}$. Suivant ce que nous venons de dire (369), les deux inconnues seront a & r'. L premiere de ces équations donne $a =$

$$\frac{\frac{s^2}{\overline{s'+s}^2} . 140\,B\sqrt{K} . h'm\left(\frac{s'^2}{s^2} - \frac{g'}{R'n}\right) - \frac{n-1}{n^2} . \sqrt{140\,B} . \frac{n''g'}{R'} . \sqrt{h'}}{\frac{2}{3} . \frac{c\,D\,p\sqrt{K}}{d} . \frac{s'+s}{s} . \overline{1+\frac{g'}{R'n}}}$$; & la

seconde nous donne $r' = \frac{s'+s}{s} . \frac{c\,D\sqrt{K}}{\sqrt{140\,B}} . \frac{R\,R'}{b\sqrt{h'}}$. Le second

membre de cette derniere formule eſt connu, puiſque (309) on a $b = l\sqrt{a}$.

371. Dans la conſtruction des moulins ſur les rivieres, la meule doit être faite pour la machine, ou la machine pour la meule ; ce qui conſtitue les deux cas les plus ordinaires.

Cas où le moulin de la fig. 18, eſt placé ſur une riviere.

1°. Si la meule doit être taillée pour la machine, la premiere inconnue eſt néceſſairement le poids de ſon équipage. Quant à la ſeconde, on prendra le rayon du rouet pour les raiſons que nous avons données au n. 369. Dans ce cas, la formule du n. 368 nous donne le poids de l'équipage de la meule, ou

$$a = \frac{\frac{s^2}{\overline{s'+s}^2} \cdot K\lambda v^3 \left(\frac{s'^2}{s^2} - \frac{g'}{R'n}\right) - \frac{n-1}{n^2} \cdot \frac{n''g'}{R'} \cdot v}{\frac{2}{3}\,\frac{cDp}{d} \cdot \frac{s'+s}{s} \cdot \overline{1 + \frac{g'}{R'n}}} \;;\; \&$$

celle du n. 334 nous donne le rayon du rouet ou $r' = \frac{s'+s}{s'} \cdot cD \cdot \frac{RR'}{bv}$. Dans la premiere de ces deux formules, on aura ſoin de faire $K = \frac{7}{3}$ ou $\frac{7}{6}$, ſelon que le fluide ſera défini ou indéfini (41).

2°. Si la machine doit être conſtruite relativement à la meule dont le poids de l'équipage eſt déjà connu, pour avoir des équations fort ſimples, & plus de facilité dans la conſtruction ; on pourra prendre pour inconnues le rayon du rouet & la ſurface de l'aube. Mais la ſurface de l'aube eſt formée du produit de ſa largeur par ſa hauteur, & (119) cette derniere dimenſion dépend juſqu'à un certain point de la grandeur du rayon moyen de la roue qui eſt cenſé connu. Il en ſera donc de même de la hauteur de l'aile. Ainſi ſa largeur ſeule ſera inconnue. Nommons λ' ſa hauteur, λ'' ſa largeur. Nous aurons $\lambda = \lambda'\lambda''$. Subſtituons dans la formule du n. 368, & prenons la valeur de λ'' ; nous aurons $\lambda'' =$

$$\frac{\frac{2}{3} \cdot \frac{cDp}{d} \cdot \frac{s'+s}{s} \cdot \overline{1 + \frac{g'}{R'n}} \cdot a + \frac{n-1}{n^2} \cdot \frac{\pi'' g'}{R'} \cdot v}{\frac{s^2}{\overline{s'+s}^2} \cdot K\lambda' v^3 \cdot \left(\frac{s'^2}{s^2} - \frac{g'}{R'n}\right)}.$$ Quant au rayon du rouet, ſa valeur ſera la même que dans le premier cas. Qu'on ne perde jamais de vue la valeur qu'on doit donner à K (41).

372. Le poids de l'équipage étant connu, il n'y a plus de difficulté à trouver tout ce qui en dépend. On aura le rayon de la meule, c'eſt-à-dire $b = l\sqrt{a}$ (309); le nombre de révolutions dans une ſeconde ou $q = \frac{D}{b}$ (302); & la quantité de farine $i = ga$ (311).

Simplification de la formule générale des moulins repréſentés par la fig. 48.

373. Dans le calcul du n. 339, relatif à la figure 48, négligeons les frottemens des pivots Q & Q', & traitons ceux des tourrillons H, H de la même maniere qu'au n. 175. Nous aurons $f' = \frac{2}{3} \frac{abp}{dR}$; $\varphi = 0$; $\varphi' = Nf'$; $\varphi'' = 0$; $\chi = \varphi' \times \frac{pr'}{R'}$; & $\chi' = \chi \cdot \frac{R+r}{R} + f - \frac{\pi'}{n}$; ou en modifiant cette quantité, ainſi que nous avons fait au n. cité, $\chi' = \chi \cdot \frac{r}{R} + f - \frac{\pi'}{n}$. L'équation deviendra $F = \frac{\pi' g'}{Rn} + \chi \cdot \frac{r}{R} + \chi' \cdot \frac{g'}{Rn}$. Subſtituons à F & f les valeurs que nous leur avons aſſignées au n. 339, & aux autres quantités, celles que nous venons d'indiquer. Après avoir tranſpoſé tous les termes dans le même membre, nous aurons : $\frac{\pi' g'}{R} \cdot \frac{n-1}{n^2} + \frac{2}{3} \cdot \frac{Np^2}{d} \times \overline{1 + \frac{g'}{Rn}} \cdot \frac{rr'}{RR'R''} \cdot ab + \frac{s^2}{\overline{s'+s}^2} \cdot K\lambda v^2 \cdot \left(\frac{g'}{Rn} - \frac{s'^2}{s^2}\right) = 0$. Mais l'équation du n. 340 nous donne $\frac{rr'}{RR'R''} = \frac{s'+s}{sv} \cdot \frac{cD}{b}$.

Subſtituons

Subſtituons cette valeur dans la formule & elle deviendra : $\frac{\Pi' g'}{R} \cdot \frac{n-1}{n^2} \cdot v + \frac{2}{3} \cdot \frac{cDNp^2}{d} \cdot \frac{s'+s}{s} \cdot \overline{1 + \frac{g'}{Rn}} \cdot a + \frac{s^2}{\overline{s'+s}^2} \cdot K\lambda v^3 \cdot \left(\frac{g'}{Rn} - \frac{s'^2}{s^2}\right) = 0$. Ainſi pour réſoudre les queſtions relatives aux moulins à double engrénage, & de la forme repréſentée par la figure 48, ou par un autre qui en approche, on aura trois équations. La premiere eſt celle que nous venons de réduire. La ſeconde eſt celle du n. 340, ou $\frac{rr'}{RR'R''} \cdot \frac{sv}{s'+s} = \frac{cD}{b}$; & la troiſieme eſt celle du n. 343, ou $r' = \frac{b + \frac{1}{2}p'}{\sqrt{1-m'^2}} - R''$. Il ſeroit inutile de parcourir tous les problêmes qu'on pourroit réſoudre par le moyen de ces équations, à cauſe qu'ils ne ſont pour la plupart que de pure curioſité, & que d'ailleurs ils donnent ſouvent des équations finales d'un ordre fort élevé. C'eſt pourquoi à l'imitation de ce que nous avons déjà fait au ſujet de la figure 28, nous nous bornerons aux cas les plus ordinaires.

Cas où le moulin de la fig. 48 eſt placé ſur un courſier incliné.

374. Lorſque la machine devra être conſtruite ſur un courſier incliné, & mue par une ſource particulière, dans les formules précédentes on fera $\lambda v = m$, & $v = \sqrt{\frac{140 B h'}{K}}$. Nous avons vu (346) que pour remplir toutes les conditions, il falloit avoir trois inconnues, & (369) que dans tous les cas le poids de l'équipage des meules étoit cenſé inconnu. Donc, puiſque nous pouvons choiſir les deux autres, pour les raiſons mentionnées au n. 369, nous prendrons le rayon du rouet & celui du hériſſon. Ainſi les trois inconnues ſont a, r & r'. On aura d'abord $a =$

$$\frac{\frac{s^2}{\overline{s'+s}^2} \cdot 140 B . h' m \left(\frac{s'^2}{s^2} - \frac{g'}{Rn}\right) - \frac{n-1}{n^2} \cdot \sqrt{\frac{140 B}{K}} \cdot \frac{\Pi' g'}{R} \cdot \sqrt{h'}}{\frac{2}{3} \frac{cDNp^2}{d} \cdot \frac{s'+s}{s} \cdot \overline{1 + \frac{g'}{Rn}}}.$$

La seconde formule nous donnera $r = \frac{cD\sqrt{K}}{\sqrt{140\,B}} \cdot \frac{s'+s}{s} \cdot \frac{RR'R''}{br'\sqrt{K}}$ pour le rayon du rouet; & la troisieme donnera immédiatement $r' = \frac{b+\frac{1}{2}p'}{\sqrt{1-m'^2}} - R''$ pour celui du hérisson.

Cas où le moulin de la fig. 48 est placé sur une riviere.

375. Si le moulin est placé sur une riviere, on doit encore distinguer les deux cas du n. 371.

Dans le premier cas, les trois inconnues seront les mêmes qu'au n. précédent, c'est-à-dire qu'elles seront encore le poids de l'équipage d'une meule, le rayon du rouet & celui du hérisson. Par la formule simplifiée du n. 373, nous trouverons $a =$

$$\frac{\frac{s^2}{\overline{s'+s}^2} \cdot K\lambda v^3 \left(\frac{s'^2}{s^2} - \frac{g'}{Rn}\right) - \frac{n-1}{n^2} \cdot \frac{\Pi' g'}{R} \cdot v}{\frac{2}{3}\,\frac{cDNp^2}{d} \cdot \frac{s'+s}{s} \cdot \overline{1 + \frac{g'}{Rn}}}.$$ Par la seconde formule du même numéro, nous aurons $r = \frac{s'+s}{s} \cdot \frac{cD}{bv} \cdot \frac{RR'R''}{r'}$; & par la troisieme, $r' = \frac{b+\frac{1}{2}p'}{\sqrt{1-m'^2}} - R''$.

Dans le second cas, en conservant les mêmes dénominarions que ci-dessus (371. 2°.) on substituera dans la formule $\lambda'\,\lambda''$ au lieu de λ, & outre les rayons du rouet & du hérisson, dont les valeurs seront les mêmes que dans le premier cas, on prendra pour inconnue la largeur λ'' de l'aube qu'on trouvera =

$$\frac{\frac{2}{3}\,\frac{cDNp^2}{d} \cdot \frac{s'+s}{s} \cdot \overline{1 + \frac{g'}{Rn}} \cdot a + \frac{n-1}{n^2} \cdot \frac{\Pi' g'}{R} \cdot v}{\frac{s^2}{\overline{s'+s}^2} \cdot K\lambda' v^3 \left(\frac{s'^2}{s^2} - \frac{g'}{Rn}\right)}.$$

376. Le poids de l'équipage d'une meule étant rrouvé ou donné, on déterminera les grandeurs qui en dépendent, suivant ce que nous avons dir (372). Il y aura seulemenr cette différence; c'est que l'équation $i = ga$ ne donnera que la quantité de farine produite par un seul équipage. Ainsi, pour avoir l'effet total, il faudra multiplier ga par le nombre N d'équipages.

377. Nous avons ſuppoſé que la quantité N étoit connue. Cette grandeur n'eſt arbitraire que dans les moulins conſtruits ſur des rivieres où l'on a de l'eau à ſouhait ; au lieu que dans ceux qui ſont mûs par des ſources particulieres, elle dépend du poids total de l'équipage, que la ſource pourroit mettre en mouvement, en employant un moulin ſimple (319), & de celui du moindre équipage qu'on puiſſe employer (310). Pour la déterminer, on ſuppoſera que la ſource ne meut qu'un moulin ſimple dont on cherchera le poids de l'équipage (320). L'ayant trouvé, on le diviſera par le poids du moindre équipage qu'on puiſſe employer. Le nombre entier qu'on trouvera au quotient, ſera le plus grand nombre d'équipages qu'on puiſſe admettre. Lorſqu'on fera N égale à ce nombre entier, les équipages qu'on emploiera, & dont le véritable poids ſera donné par la formule du n. 374, ſeront des moindres dont on puiſſe ſe ſervir ; mais on pourra en augmenter le poids en faiſant diminuer leur nombre N.

Comment on trouve le nombre d'équipages qu'on peut employer.

On pourroit encore déterminer le plus grand nombre d'équipages par cette méthode. Qu'on prenne la valeur non de *a*, mais de *a* N dans la formule du n. 374. L'ayant trouvée, on la diviſera par le poids du moindre équipage, & le quotient donnera le plus grand nombre d'équipages qu'on puiſſe employer. La premiere opération qu'on doit faire eſt donc de déterminer la valeur de N par l'une de ces deux méthodes. Nous en donnerons des exemples ailleurs.

378. Dans les moulins conſtruits ſur des rivieres, on emploie quelquefois deux roues à aubes, qu'on place l'une à droite & l'autre à gauche du bateau qui porte la machine. Dans cette conſtruction, la vîteſſe du courant, les rayons des roues & la hauteur des aîles doivent être les mêmes de tout côté, & alors on ſe ſervira encore des formules que nous avons données (371 & 375), ayant ſoin de regarder la largeur de l'aube comme égale à la ſomme des largeurs des aubes de chaque roue. Il

Réflexions ſur les moulins mus par le moyen de deux roues à aubes.

eſt difficile que les deux roues ſoient choquées avec la même vîteſſe, à cauſe que le courant n'a pas la même rapidité dans toute la largeur de ſon lit, & qu'elle n'eſt conſtante ſur un eſpace conſidérable que vers le milieu de la riviere. Ainſi des machines conſtruites à deux roues à aubes, devroient être placées au milieu du courant ; mais comme elles gêneroient ſouvent la navigation, ſi on les place vers les bords, la vîteſſe du courant y étant ſenſiblement différente ſur un eſpace déterminé, il ſeroit difficile d'en faire un calcul exact. Il peut même arriver que la différence des vîteſſes de la riviere ſoit aſſez grande pour que la roue qui ſera vers les bords, ſoit obligée de pouſſer l'eau, au lieu d'en être pouſſée. C'eſt pourquoi, autant qu'on pourra, on doit éviter cette conſtruction, & employer d'autres moyens pour faire enſorte que l'axe du grand arbre ſoit perpendiculaire à la direction du courant.

Simplification de la formule relative aux moulins repréſentés par la Fig. 51.

379. Pour ſimplifier la formule du n. 351, relative à la (*fig.* 51), nous pourrons négliger les frottemens des pivots contre le fonds & contre les côtés des crapaudines (161). Alors nous aurons $f' = \frac{2}{3}\, \frac{abp}{dR'}$; $\varphi = 0$; $'\varphi = Nf'$; & $\varphi'' = 0$; & l'équation $F = \frac{2}{3}\, \frac{\pi g'}{Rn} + \varphi' . \frac{r}{R} + \varphi'' . \frac{g'}{Rn - g'}$ deviendra $F = \frac{2}{3} . \frac{abNp}{d} . \frac{r}{RR'}$. Mais (353) $\frac{r}{RR'} = \frac{cD}{b} . \frac{s'+s}{sv}$, & (351) $F = \frac{s'^2}{(s'+s)^2} . K\lambda v^2$. Subſtituons & tranſpoſons tous les termes dans un membre ; nous aurons : $\frac{2}{3}\, \frac{cDNp}{d} . \frac{s'+s}{s} . a - \frac{s'^2}{(s'+s)^2} . K\lambda v^3 = 0$. Mettons m au lieu de λv & $\frac{140\, Bh'}{K}$ au lieu de v^2, & diviſons tous les termes par le coëfficient de a ; nous aurons enfin l'équation $a - 210 . \frac{Bd}{cDNp} . \frac{s'^2 s}{(s'+s)^3} . h'm = 0$. Subſtituons auſſi la valeur de v dans la formule

du n. 353, & elle deviendra : $\frac{r}{R} \cdot \frac{s}{s'+s} \cdot \frac{\sqrt{140 B}}{\sqrt{K}} \cdot \sqrt{h'} = \frac{c D R'}{b}$. Ces deux équations, jointes à celles du n. 354, donneront la ſolution approchée des diverſes queſtions qu'on peut propoſer ſur les moulins de cette forme.

380. La roue à aubes étant horiſontale, cette machine ne doit être placée (164), que ſur un courſier incliné pour être mue par une ſource dont on eſt cenſé connoître la dépenſe & la chûte; par conſéquent (369), dans tous les cas on aura le poids de l'équipage d'une meule pour inconnue; & puiſqu'on a trois équations, les deux autres inconnues feront le rayon de la roue à aubes & celui du hériſſon. La premiere formule du numéro précédent nous donnera le poids de l'équipage d'une meule, ou $a = 210 \cdot \frac{B d}{c D N p} \cdot \frac{s'^2 s}{s'+s} \cdot h' m$. Celle du n. 354 donnera le rayon du hériſſon, ou $r = \frac{b + \frac{1}{2} p'}{\sqrt{1 - m'^2}} - R'$; & la ſeconde du numéro précédent donnera le rayon de la roue à aubes ou $R = \frac{s}{s'+s} \cdot \frac{\sqrt{140 B}}{c D \sqrt{K}} \cdot \frac{r}{R'} \cdot b \sqrt{h'}$. Nous ſuppoſons qu'on ait déterminé la valeur de N par la méthode du n. 377.

381. Il peut arriver qu'on ſoit obligé de faire chômer un ou pluſieurs équipages. Pour le faire commodément, on conſtruira les lanternes de façon qu'on puiſſe en ôter deux ou trois fuſeaux quand on voudra. Mais alors il ne faut plus attendre de la part de la machine, ni le plus grand ni le meilleur effet poſſible, à cauſe que la réſiſtance totale diminuant les autres équipages prendront plus de vîteſſe qu'il ne leur en faut, & pourront altérer la bonté de la farine (212); & quoiqu'ils produiſent un plus grand effet qu'auparavant, l'augmentation ne compenſera pas la perte qu'on fera par l'inaction de ceux qui

Ce qu'il faut faire pour interrompre le mouvement de quelques meules dans les moulins repréſentés par les FIG. 48. & 51.

chômeront, par la raiſon que le fluide moteur en agiſſant ſur tous les équipages, exerçoit ſon action de la maniere la plus avantageuſe; au lieu que, n'agiſſant que ſur une partie ſeulement, le rapport entre ſa vîteſſe & celle de la machine ne ſera plus tel que l'exige le plus grand effet. Ainſi, que, la machine une fois miſe en mouvement, toutes ſes parties le conſervent enſemble; ou s'il faut le ſuſpendre dans quelqu'une, que ce ſoit le plus rarement qu'on pourra, & ſi la vîteſſe eſt trop grande, qu'on ait ſoin alors de diminuer la dépenſe de la ſource juſqu'à ce que l'on s'apperçoive, par les impulſions du tacquet, que les meules ont repris le degré de vîteſſe qui leur convient.

Remarque ſur les moulins repréſentés par les fig. 48. & 51.

382. Pour troubler le mouvement d'un ſyſtême, il ſuffit de ſuſpendre ou d'altérer celui de quelqu'une de ſes parties: & par conſéquent plus le nombre de parties ſera grand, plus les dérangemens dans le ſyſtême ſeront fréquens. Or, quand un hériſſon eſt employé à mettre en mouvement pluſieurs équipages, comme dans les *figures* 48 & 51, tous ces équipages doivent être conſidérés comme autant de parties du ſyſtême qui eſt la machine totale. D'où l'on peut conclure qu'on fera très bien de ne placer autour du hériſſon que le moins d'équipages qu'on pourra.

SECTION III.

Expériences ſur les Moulins.

Application des réſultats à la conſtruction de ces Machines.

Quelles ſont les quantités que l'expérience doit déterminer.

383. JUSQU'ICI nous avons examiné les moulins d'une maniere générale, en ſuppoſant connues certaines grandeurs, qui ne le ſont pas. Il étoit indiſpenſable de ſuivre cet ordre, tant pour ſavoir quelles étoient les grandeurs qui devoient fixer cette théorie, & dont la connoiſſance dépendoit de l'ex-

périence, que pour connoître le nombre & la nature des expériences à exécurer, & la maniere donc il falloir se conduire dans l'exécution. Ainsi, pour perfectionner cette matière, il ne nous reste qu'à dérerminer ces quantités. Pour les connoître, parcourons tout ce que nous avons dit dans cette partie.

1°. Nous avons vu (286), que la couronne de pression étoit dans un rapport constant avec la surface du cercle de la meule, & (284) que son étendue dépendoit du rapport de la résistance du bled entier à celle de la farine prise dans l'état où elle est sur le point de recevoir son dernier degré de ténuité. Puisque le rapport de ces deux résistances a été exprimé généralement, & qu'il n'est pas connu, il faut le déterminer par la voie de l'expérience. Ce sera le sujet de la premiere.

2°. Afin que la bonté de la farine ne soit pas altérée par la chaleur, la vitesse de la meule doit être constante, ou ce qui revienr au même, le nombre de ses révolutions dans un temps donné, doit être dans un rapport constant avec son rayon (300 & 302). Ce rapport n'étanr pas connu, nous le déterminerons dans la seconde expérience.

3°. Pour procurer à la farine toute la ténuité & toute la bonté dont elle est susceptible, tous les poids ne sont pas indifferents à une meule d'un rayon connu (305). Nous chercherons par la troisieme expérience le poids le plus avantageux à l'équipage d'une meule, donr le rayon est donné.

4°. La détermination du poids de l'équipage de la meule par la connoissance de la force motrice exige que nous connoissions encore le rapport de ce même poids à la résistance du bled sur la couronne de pression. Nous nous en occuperons dans la quarrieme expérience.

5°. La quantiré de farine produite dans un temps donné, est comme le quarré du rayon de la meule ou comme le poids de son équipage (311, 312). Mais pour faire usage de ce rap-

port, nous avons befoin d'un terme de comparaifon. Nous le chercherons dans la cinquieme expérience.

6°. Enfin, pour n'être pas expofé à conftruire un moulin qui, à raifon de fa petiteffe, ne produiroit qu'un mauvais effet (310), dans la fixieme expérience, nous déterminerons le poids du moindre équipage qu'il foit poffible d'employer.

Ce font là les expériences dont les réfultats éclairciront & fixeront en même temps la théorie & la conftruction des moulins, pour en obtenir le plus grand & le meilleur effet poffible.

384. Une partie des expériences a été exécutée fur des moulins fimples, & dont les aîles étoient inclinés à l'horizon ainfi que le courfier. De plus, elles étoient courbes dans le fens du rayon; mais leur courbure étoit fort petite, & le courfier étant d'ailleurs affez étroit, elles pouvoienr fenfiblement être regardées comme placées au point d'impulfion. C'eft pour cela que j'ai fondé mes calculs fur cette hypothèfe. Le nombre d'aîles étant fort grand, j'ai fuppofé, felon la méthode ordinaire, que l'impulfion fe faifoit fur un feul plan incliné à l'horizon, fous le même angle que les aîles. Ainfi l'impulfion fe rapporte à la *fig.* 7, & à ce que nous avons dit au n. 84.

Calcul d'un moulin fimple mû par une impulfion oblique.
Fig. 7.

385. Nous avons démontré (84), qu'afin qu'une roue horizontale produisît le plus grand effet, il falloit que le courfier fût horizontal & les aîles verticales. C'eft pour cette raifon que dans la fection précédente nous ne nous fommes point occupés des moulins à impulfion oblique. Mais comme nous avons befoin pour quelques-unes de nos expériences de connoître leur équation, nous allons la chercher: & parcequ'il feroit trop long & inutile d'y faire entrer les féries des frottemens du pivot, nous les négligerons. L'action AQ (*fig.* 7) fe décompofant (54) en horizontale AS, & en verticale QS, nous nous contenterons de prendre le frottement occafionné par chacune de ces deux forces; & pour compenfer l'erreur que pourroit caufer l'omiffion des termes de la férie des frottemens

latéraux

latéraux produits par A S contre le côté de la crapaudine, nous ſuppoſerons que rien n'empêche cette force de pouſſer le pivot contre les bords, & que ſon action n'eſt aucunement diminuée par les frottemens contre le fond, cauſés par le poids de l'équipage, & par la force verticale Q S, frottemens qui, à la rigueur, arrêtent le pivot juſqu'à un certain point, & l'empêchent d'obéir librement à l'action horizontale.

386. Soit le poids de l'équipage de la meule $= a$; ſon rayon $= b$; le bras de levier de la réſultante des réſiſtances du bled ſous la meule $= bl'$; le rayon du pivot $= g$; celui de la roue $=$ R; le rapport du poids de l'équipage à la réſiſtance du bled $= d$; celui de la preſſion à la réſiſtance du frottement $= n$; le *ſinus* total $= 1$; *ſin.* BAC $= p$; *coſ.* BAC $= q$; *ſin.* EAF $= p'$; *coſ.* EAF $= q'$; la ſurface de l'aube DE $= \lambda$; la vîteſſe abſolue A G du courant $= v$; & celle (AF) de la roue $= u$.

La ligne TX perpendiculaire à AB, déterminée par les lignes TE, DX, paralleles à AB, repréſente la ſection du courant, laquelle je nomme λ'. Comme elle eſt plus aiſée à trouver que DE, nous l'emploierons par préférence. Or (81) TX ou $\lambda' = \lambda . \overline{pq' + p'q}$. Donc DE ou $\lambda = \frac{\lambda'}{pq' + p'q}$.

Cela poſé, la réſiſtance du bled ſous la meule ſera $= \frac{a}{d}$, & ſon moment $= \frac{abl'}{d}$. La réſiſtance du frottement cauſé par le poids de l'équipage, ſur le fond de la crapaudine $= \frac{a}{n}$; & ſon bras de levier étant $= \frac{2}{3}g$, ſon moment ſera $= \frac{2}{3}\frac{ag}{n}$.

Par le n. 54, on a Q S $= q'$. AQ, & AS $= p'$. AQ. Donc le moment du frottement produit au fond de la crapaudine

Ff

ſera $= \frac{2}{3} . \frac{gq' . AQ}{n}$; & celui du frottement latéral produit par A S ſera $= \frac{gp' . AQ}{n}$.

Ainſi la ſomme des momens de toutes les réſiſtances ſera $= \frac{abl'}{d} + \frac{2}{3} \frac{ag}{n} + \frac{2}{3} \frac{gq' . AQ}{n} + \frac{gp' . AQ}{n}$. Mais toutes ces réſiſtances doivent être ſurmontées par la force AS, dont le moment $= R \times AS = Rp' . AQ$. Donc nous aurons l'équation : $\frac{abl'}{d} + \frac{2}{3} \frac{ag}{n} + \frac{2}{3} \frac{gq' . AQ}{n} + \frac{2}{3} \frac{gp' . AQ}{n} = Rp' . AQ$; ou en paſſant tous les termes dans un même membre : $AQ \times (p'R - \frac{g}{n} . \overline{\frac{2}{3} q' + p'}) - \frac{2}{3} \frac{ag}{n} - \frac{abl'}{d} = 0$. Or (49) nous avons $AQ = K\lambda (GN - FM)^2$, & en ſubſtituant $\frac{\lambda'}{pq' + p'q}$ au lieu de λ, $AQ = \frac{K\lambda'}{pq' + p'q} \times (GN - FM)^2$. Mettant cette valeur dans l'équation, elle deviendra : $\frac{K\lambda'}{pq' + p'q} (GN - FM)^2 (p'R - \frac{g}{n} . \overline{\frac{2}{3} q' + p'}) - \frac{2}{3} \frac{ag}{n} - \frac{abl'}{d} = 0$.

Pour ramener les *ſinus* algébriques à ceux des tables, nommons R' le *ſinus* total de ces derniers. Suivant ce que nous avons dit (52), nous aurons $pq' + p'q = \frac{\text{ſin. } EAG}{R'}$; $p' = \frac{\text{ſin. } EAF}{R'}$, & $q' = \frac{\text{coſ. } EAF}{R'}$. Subſtituons ces quantités, & nous aurons $\frac{K\lambda' R'}{\text{ſin. } BAD} \times (GN - FM)^2 \times (R . \frac{\text{ſin. } EAF}{R'} - \frac{g}{n} . \overline{\frac{2}{3} \frac{\text{coſ. } EAF}{R'} + \frac{\text{ſin. } EAF}{R'}}) - \frac{2}{3} \frac{ag}{n} - \frac{abl'}{d} = 0$. Nous allons faire uſage de cette équation dans l'expérience ſuivante.

387. *Problême I.* Déterminer le rapport de la résistance du grain entier à celle de la farine, lorsqu'elle est sur le point de recevoir le dernier degré de ténuité.

Comment on trouve le rapport de la résistance du bled à celle de la farine.
FIG. 7.

Expérience I. Pour trouver cette quantité, j'ai choisi un moulin dont la meule avoit vingt-cinq pouces de rayon. Par la connoissance de sa pesanteur spécifique, & de celle de l'arbre & de la roue, j'ai évalué le poids de l'équipage à 2120 ℔ poids de marc. Le rayon moyen de la roue étoit = 1 pied 9 pouces, & celui du pivot = 5 lignes; la vîtesse absolue du courant = 31,4 pieds, & la section du coursier à l'endroit de l'impulsion, étoit un rectangle de 4 pouces $\frac{1}{3}$ ligne à-peu-près de base & de 5 pouces de hauteur; ce qui donne une surface = 0,14 pieds quarrés. Je suppose $n = 3$, ce qui est très-ordinaire. Nous aurons $a = 2120$; $R = 1,75$; $g = \frac{1}{144}$; $\lambda' = 0,14$, & $v = AG = 31,4$. Nous trouverons bientôt la valeur de bl'. On sait (41), que $K = \frac{2}{3}$. Quant aux angles j'ai trouvé BAC = 12^d 40'; & EAF = 73^d 30'; d'où j'ai conclu que BAD = BAC × EAF étoit = 86^d 10'. Dans le triangle GAN, on trouvera GN par la proportion : R' : *sin.* 86^d 10' :: GA = 31,4 : $GN = \frac{31,4 \times sin.\ 86^d\ 10'}{R'} = 31,32$.

La largeur FH (*fig.* 43) de la couronne de pression quoiqu'assez petite, étant trop grande pour pouvoir m'en servir, j'ai fait enlever tout autour de la meule gissante KFNM la portion PQRTFP telle que le pallier étant constamment soutenu à la même hauteur, le bled ne pût être écrasé qu'en R, où l'on avoit encore RS = GH; de façon que RT étoit = deux pouces.

FIG. 43.

Avant cette opération, j'avois fait élever tant soit peu le pallier, & j'avois eu de la farine à laquelle il ne manquoit plus que le dernier degré de ténuité. Je l'avois mise à part pour l'employer comme on va voir.

J'ai fait mettre du bled dans la trémie, & j'ai fait lever la vanne pour donner l'eau au moulin. La machine s'étant mise en mouvement, n'a donné que des grains concassés & très grossièrement broyés. Lorsque le mouvement a été bien établi, j'ai compté le nombre de révolutions de la meule par le moyen d'un pendule à secondes, & j'en ai trouvé 126 en 75 secondes. J'ai répété plusieurs fois cette opération, & j'ai assez constamment trouvé le même résultat.

Après cette opération, j'ai fait ôter un peu de matière en RT, & j'ai fait rendre cette portion sensiblement parallele à FS; de sorte qu'en abaissant le pallier, la farine échappoit à l'action de la meule supérieure jusqu'en R; mais en cet endroit les meules étant dans leur plus grande proximité sur l'étendue RT, elle étoit forcée de recevoir le degré de ténuité qui auroit pu lui manquer. Ayant fait baisser le pallier pour rapprocher les deux meules autant qu'il étoit possible, j'ai fait mettre dans la trémie la farine grossière que j'avois préparée avant l'opération. Cette farine a réellement acquis sur RT la ténuité qui lui manquoit. Pendant ce temps-là j'ai compté, ainsi qu'auparavant, les révolutions de la meule, & j'en ai trouvé 137 moins quelque chose dans une minute.

Le rayon moyen de la roue étant $= \frac{7}{4}$ pieds, sa circonférence sera $= 11$ pieds. Nommant N le nombre de révolutions, & T celui des secondes, on aura $11\,N = T\,u$, d'où l'on tirera $u = \frac{11\,N}{T}$. Cette équation donnera, à peu de chose près, pour le premier cas : $u = AF$ (*fig.* 7) $= 18{,}48$; & pour le second $u = AF = 25{,}05$. La couronne de pression étant fort étroite, on peut supposer que dans dans chaque cas la résistance sur l'étendue RT (*fig.* 43), est uniforme, & que la résultante passe par le milieu. Alors son bras de levier $bi' =$ deux pieds.

Connoissant AF (*fig.* 7), on pourra dans chaque cas, trouver

la valeur de F M, par la proportion : R′ : *ſin.* 73^d 30′ :: A F : F M. Dans le premiet cas, on trouvera F M = 17,72 ; & dans le ſecond F M = 24,02. L'équation du numéro précédent nous donne

$$\frac{a}{d} = \frac{\frac{K\lambda' R'}{\text{ſin. BAD}} \cdot (GN - FM)^2 \cdot \left(R \cdot \frac{\text{ſin. EAF}}{R'} - \frac{g}{n} \cdot \frac{2}{3} \overline{\frac{\text{coſ. EAF}}{R'} + \frac{\text{ſin. EAF}}{R'}}\right) - \frac{2}{3} \frac{ag}{n}}{b\,l'}$$

pour la valeur générale de la réſiſtance, qui dans l'expérience préſente, ſe change en celle-ci : $\frac{a}{d} = \frac{7}{3} \cdot \frac{0,14}{2} \cdot \frac{R'}{\text{ſin. } 86^d\,10'} \times$

$$\left(31,32 - \begin{Bmatrix} 17,72 \\ 24,02 \end{Bmatrix}\right)^2 \times \left(\frac{7}{4} \cdot \frac{\text{ſin. } 73^d\,30'}{R'} - \frac{5}{144 \times 3} \cdot \frac{2}{3} \cdot \overline{\frac{\text{coſ. } 73^d\,30'}{R'} + \frac{\text{ſin. } 73^d\,30'}{R'}}\right)$$

$- \frac{2}{3} \cdot \frac{5}{144 \cdot 3} \cdot \frac{2120}{2}$. Faiſant les opérations indiquées, on trouvera pour $\frac{a}{d}$ deux valeurs, dont la premiete, qui appartient au premier cas, ſera = 31,6 ; & la ſeconde qui regarde le ſecond, ſera = 3,3. Ces deux réſultats nous font voir que la réſiſtance du grain entier eſt à celle de la farine, quand elle reçoit ſon dernier degré de ténuité :: 31,6 : 3,3 :: 1 : 0,106, ou ſimplement :: 1 : 0,1. Ainſi la réſiſtance de la farine à la circonférence, n'eſt que la dixieme partie de celle du grain entier. Ce rapport étant déterminé, on connoîtta par le moyen de la formule du n. 284, à quelle diſtance du centre le bled doit être écraſé, & par conſéquent la largeur de la couronne de preſſion pour toutes ſortes de meules.

388. *Problême II.* Trouver le degré de vîteſſe qui convient à une meule d'un rayon connu, afin que la bonté de la farine ne ſoit pas altérée par la chaleur.

Comment on trouve le nombre de révolutions que doit faire une meule d'un rayon donné.

Expérience II. Je me ſuis ſervi, pour cette expérience, d'une meule de trente pouces de rayon, & dont l'épaiſſeur étoit jugée des plus propres à produire de la farine bien fine. La couronne de preſſion étoit ſenſiblement telle que l'exigeoit le rayon d'après le réſultat de l'expérience précédente. Pendant

tout le temps de l'opération, on n'a mis dans la trémie que la même qualité de bled; du moins la différence n'étoit pas ſenſible. La meule dans ſon état naturel faiſoit quatre-vingt-quinze révolutions dans une minute. Je n'ai pas tardé à m'appercevoir que cette vîteſſe étoit beaucoup trop grande; car après un court intervalle de temps, la chaleur de la farine a augmenté d'une maniere bien ſenſible. Après avoir laiſſé mouvoir la meule ſans interruption pendant environ deux heures, j'ai fait ſéparer 40 ℔ de farine que j'ai eu ſoin de cotter pour ne la pas confondre.

Cette premiere opération faite, l'on a arrêté la meule pour lui donner le temps de ſe refroidir; & enſuite quand on lui a rendu le mouvement, j'ai fait diminuer ſa vîteſſe. J'ai compté, par la méthode employée dans l'expérience précédente, le nombre de ſes révolutions par minute, & je n'en ai trouvé à-peu-près que quatre-vingt-une. J'ai recommandé au Meûnier de la laiſſer mouvoir ſans interruption au moins pendant deux heures, non-ſeulement dans cette opération, mais encore dans les ſuivantes; ce qu'il a exécuté. A la fin de cette opération, j'ai encore ſéparé 40 ℔ de farine que j'ai marquées provenant de quatre-vingt-une révolutions par minute.

Avant de paſſer à la troiſieme opération, j'ai encore donné à la meule le temps de perdre entièrement ſa chaleur, & en la remettant en mouvement, j'ai de nouveau fait diminuer ſa vîteſſe. J'ai compté le nombre de ſes révolutions, & je l'ai trouvé réduit à environ ſoixante-huit par minute. A la fin de l'opération, j'ai ſéparé 40 ℔ de farine, dont la chaleur étoit ſenſiblement moindre que la chaleur de celle des opérations précédentes.

J'ai pris les mêmes précautions pour les opérations ſuivantes, ayant ſoin de diminuer toujours la vîteſſe de la meule, de

ompter exactement le nombre de ses révolutions dans une minute, de n'interrompre son mouvement qu'après un intervalle de deux heures au moins, de séparer à la fin de chaque opération 40 ℔ de farine, & de la cotter exactement pour savoir à quel nombre de révolutions elle répondoit. Par ce moyen j'ai trouvé soixante-une révolutions pour la quatrieme opération; cinquante-quatre pour la cinquieme; & quarante huit pour la sixieme & en même-temps la derniere. Il faut remarquer que pendant tout le temps de ces opérations, le pallier a toujours resté dans la position la plus ordinaire, & que par conséquent le degré de pression a été constamment le même.

Tous ces différents résultats ayant été travaillés avec le même soin, on a trouvé, 1°. que le pain de la farine produite sous quarante-huit révolutions étoit sensiblement le même que celui de la farine qui répondoit à cinquante-quatre & à soixante-une révolutions: 2°. que la différence étoit sensible sous soixante-huit révolutions, & que le pain du résulat correspondant commençoit à être d'une qualité un peu inférieure: 3°. que cette différence étoit plus sensible dans le pain relatif à quatre-vingt-une révolutions, & encore plus dans celui qui répondoit à quatre-vingt-quinze. Nous pourrions donc dire que, *pour produire le meilleur effet possible, une meule telle que celle de l'expérience peut faire de 48 à 61 révolutions dans une minute.* Cependant comme un trop long mouvement sans interruption, altéreroit plutôt la farine sous 61 révolutions que sous 48, que le premier nombre exigeroit plus d'eau que le second, & que conséquemment la quantité de l'effet n'y gagneroit rien; que d'ailleurs il faut avoir un terme fixe de comparaison, nous conclurons que *pour produire de la farine de la meilleure qualité, une meule de trente pouces de rayon, ne doit faire que quarante-huit révolutions dans une minute.* Mais qu'on oberve que l'on est exactement le maître d'adopter tous les nombres depuis 48 jusqu'à 61. La substitution de ces différens nombres

donnera des équations, dont les résultats seront analogues au systême de vitesse que l'on aura embrassé.

Comment on trouve le poids le plus avantageux à l'équipage d'une meule d'un rayon connu.

389. *Problême III.* Trouver le poids le plus avantageux à l'équipage d'une meule dont le rayon est connu.

Expérience III. Dans la recherche suivante, j'ai choisi plusieurs moulins, dont les équipages eussent différents poids, & les meules des rayons égaux & des couronnes de pression d'une grandeur relative à celle des rayons (284 & 387). Lorsque les couronnes n'ont pas été telles, je les ai fait augmenter ou diminuer jusqu'à ce qu'elles fussent de la largeur convenable. J'ai fait prendre à chaque meule la vitesse relative à son rayon, & j'ai soigneusement remarqué la farine qu'elles donnoient. Comme la farine, pour être de la meilleure qualité, exige d'avoir le plus de ténuité & le moins de chaleur possible (305), l'équipage qui l'a produite avec ces conditions, a dû avoir le poids le plus convenable à son rayon.

Les moulins que j'ai choisis avoient des meules de trente pouces de rayon, & des vitesses différentes entre elles & trop grandes, eu égard à leur rayon. Par l'expérience précédente, ces meules ne devoient faire que 48 révolutions dans une minute. J'ai donc fait diminuer la vitesse de chacune jusqu'à ce que le nombre de révolutions par minute fût à-peu-près = 48. J'ai eu soin que le mouvement se fit sans interruption pendant deux heures au moins, & que tous les palliers fussent soutenus à la hauteur la plus ordinaire. Toutes ces précautions prises, j'ai trouvé que l'équipage dont le poids évalué avec le plus grand soin étoit d'environ 3990 ℔ poids de marc, donnoit de la farine de la plus grande ténuité & de la moindre chaleur. Ainsi, en attendant des expériences plus directes, nous pouvons dire que le rayon de la meule étant de trente pouces, le poids de l'équipage doit être de 3990 ℔. Avec cette connoissance, il nous sera aisé à l'avenir d'avoir le rayon d'une meule,

meule, le poids de l'équipage étant connu, & réciproquement (308).

390. *Problême IV.* Déterminer le rapport du poids de l'équipage à la résistance du bled.

Comment on trouve le rapport du poids de l'équipage à la résistance du bled.
FIG. 7.

Expérience IV. Pour résoudre ce problême, je me suis servi du moulin que j'ai reconnu le meilleur dans l'expérience précédente. Ce moulin étoit simple. Le rayon moyen de sa roue $=$ 26 pouces; celui du pivot $=$ 6 lignes; l'angle BAC $=$ $14^d\ 35'$ à-peu-près; EAF $= 69^d\ 50'$; & par conséquent BAD $= 84^d\ 25'$. Ainsi dans la formule du n. 386, nous avons $R = \frac{26}{12} = \frac{13}{6}$ pieds; $g = \frac{1}{24}$ pied; $bl' = \frac{2}{3}b = \frac{1}{3}$ pieds; $a = 3990$, & $n = 3$. J'ai fair donner au pallier la position la plus ordinaire. La vîtesse de la meule érant trop grande, j'ai fait abaisser la vanne & diminuer l'orifice jusqu'à ce que le nombre de révolution dans une minute, ait été sensiblement 48, nombre qui convient à un rayon de trente pouces (388). Alors j'ai mesuré la vîtesse absolue du courant que j'ai trouvée à-peu-près de 28,3 pieds. La section du fluide étoit un rectangle dont les côtés étoient 5 & 6 pouces, ce qui donnoit $\lambda' = 0{,}208$ pieds quarrés. La meule faisant $\frac{4}{5}$ révolution dans une seconde, j'ai multiplié par ce nombre la circonférence moyenne de la roue, & j'ai trouvé sa vîtesse $=$ 10,88 pieds. Donc $v = AG = 28{,}3$; & $u = AF = 10{,}88$: D'où l'on conclura aisément que $GN = 28{,}18$, & $FM = 9{,}67$. Substituons toutes ces quantités dans l'équation

$$\frac{a}{d} = \frac{\frac{K\lambda' R'}{\text{sin. BAD}}(GN - FM)^2 . \left(R . \frac{\text{sin. EAF}}{R'} - \frac{g}{n} . \frac{2}{3} \overline{\frac{\text{cos. EAF}}{R'} + \frac{\text{sin. EAF}}{R'}}\right) - \frac{2}{3}\frac{ag}{n}}{bl'},$$ &

nous trouverons $\frac{a}{d} = \frac{3}{5}(0{,}487 . 342{,}63 . 2{,}017 - 36{,}94) =$ $179{,}77$; & $d = \frac{3990}{179{,}77} = 22{,}1$.

Ayant fait augmenter la grandeur de l'orifice, la vîtesse de la meule a pareillement augmenté: mais le calcul que j'ai fait

d'après cette nouvelle vîtesse, m'a donné un résultat dont la différence par rapport au premier, étoit très petite, & que j'ai crue ne devoir être attribuée qu'à l'augmentation de la pression du pivot occasionnée par l'augmentation de la force motrice ; ce qui prouve que la résistance du bled est indépendante de la vîtesse de la meule, ainsi que nous l'avions conclu par la théorie (280).

Conservant à l'orifice la même grandeur que dans la premiere opération, j'ai fait baisser le pallier par degrés, & à chaque fois je me suis apperçu que la vîtesse de la meule diminuoit, & que la chaleur de la farine augmentoit; ce qui ne pouvoit se faire que par une augmentation de résistance de la part du bled.

Au contraire, ayant fait un peu hausser le pallier, la vîtesse de la meule a un peu augmenté, & la farine est sortie un peu moins fine. Ainsi, dans ce cas, la résistance a dû diminuer.

Ces deux dernieres observations confirment ce que nous avons dit au n. *269* ; savoir, que pour fixer la théorie des moulins à bled, il faut supposer au pallier une position déterminée. L'expérience nous démontre qu'il est également désavantageux de lui donner une position trop élevée ou trop abaissée. Il faut donc prendre une situation moyenne, & qui soit immédiatement au-dessous de celle qui commenceroit à donner de la farine, dont le degré de finesse seroit un peu altéré. J'ai tâché de rencontrer ce point dans mes expériences, & je croi
quand le pallier sera soutenu à la hauteur la plus conv
la résistance du bled peut, en attendant mieux, être sensiblement regardée comme la vingt-deuxieme partie du poids absolu de la masse comprimante.

Comment on trouve l'effet d'une meule connue.

591. *Problême V.* Trouver la quantité de farine que peut produire dans un temps donné une meule connue, & mue avec la vîtesse qui convient à son rayon.

Expérience V. Le moulin de l'expérience précédente ayant le degré de vîtesse qui lui convenoit, & le pallier étant soutenu à la hauteur ordinaire, j'ai remarqué que dans une heure il donnoit environ 390 ℔ de farine, poids de marc. Nous avons vu (311 & 312) que les quantités de farine sont entre elles comme les quarrés des rayons ou comme les poids des équipages des meules. On pourra donc, par le moyen de ce résultat, connoître l'effet d'un moulin quelconque construit d'après nos principes, en connoissant le rayon de la meule ou le poids de son équipage.

392. *Problême. VI.* Trouver le poids du moindre équipage qu'on puisse employer.

Comment on trouve le poids du moindre équipage.

Expérience VI. Ne perdons pas de vue que la farine doit avoir le plus de ténuité & le moins de chaleur possible. Ce principe nous fournira le moyen de résoudre la question. J'ai choisi une meule à bras de deux pieds de rayon, & dont l'équipage pesoit moins que ce rayon n'exigeoit (389). J'ai fait faire la largeur de la couronne de pression analogue à ce rayon (284 & 387), & j'ai suppléé au poids qui manquoit à l'équipage, en employant de l'argile dont j'ai chargé uniformément la meule. Je l'ai fait mouvoir sur la meule gissante, par le moyen d'un engrénage & d'une double manivelle; & lui ayant imprimé la vîtesse qui lui convenoit (300 & 388), j'ai soigneusement remarqué le degré de ténuité de la farine. Ensuite j'ai diminué par degrés le poids, le rayon & la couronne de pression, & j'ai recommencé l'opération précédente. J'ai continué d'opérer de la sorte jusqu'à ce que la farine a cessé d'avoir le même degré de ténuité ; &, selon ce que nous avons dit (310), j'ai regardé le poids de l'équipage dans la pénultieme opération, comme celui du moindre équipage qu'il soit possible d'employer. Par cette méthode, j'ai trouvé qu'en soutenant constamment la meule, ou, pour mieux dire, le pallier

à la hauteur ordinaire, la ténuité de la farine n'étoit ſenſiblement altérée que quand le rayon étoit de dix-ſept pouces. L'altération diſparoiſſoit en abaiſſant un peu le pallier; mais en même temps, la chaleur augmentoit. De ſorte que nous pouvons dire qu'il n'y a qu'à perdre en employant des meules qui ont moins de dix-huit pouces de rayon ou de trois pieds de diametre. Or nous avons vu, 1°. que les poids étoient comme les quarrés des rayons (308); 2°. qu'une meule de trente pouces de rayon demandoit un équipage dont le poids fût = 3990 ℔ (389). Nommant donc x le poids du moindre équipage; nous le trouverons par la proportion : $(\frac{5}{2})^2 : (\frac{3}{2})^2 :: 25 : 9 :: 3990 : x = 1436$ ℔. Ainſi on ne peut, ſans perte, employer des équipages au deſſous de 1436 ℔.

393. Il réſulte des expériences précédentes:

Réſultat des expériences précédentes.

1°. Que la réſiſtance que le grain entier oppoſe à l'action de la meule, eſt à celle que lui oppoſe la farine lorſqu'elle eſt ſur le point de recevoir ſon dernier degré de ténuité :: 1 : 0,106, ou pour ſimplifier :: 1 : 0,1 (387):

2°. Que pour produire de la farine dont la bonté ne ſoit point altérée par la chaleur, après un mouvement de deux heures au moins ſans interruption, une meule de $\frac{5}{2}$ pieds de rayon ne doit pas faire plus de quarante-huit révolutions par minute, ou pour compter plus rondement qu'une meule de trois pieds de rayon ne doit pas faire plus de quarante révolutions dans cet intervalle de temps. Elle ne doit pas auſſi en faire moins, à cauſe que c'eſt d'après cette hypotèſe que nous avons exécuté les autres expériences, & que les rayons ne ſont proportionnels aux racines quarrées des poids des équipages, qu'en ſuppoſant aux meules une vîteſſe invariable (300 & 308) (388).

3°. Que quand le poids de l'équipage de la meule eſt de 3990 ℔ poids de marc, le rayon de la meule doit être = $\frac{5}{2}$ pieds = 2 pieds 6 pouces (389).

4°. Que le rapport du poids de l'équipage de la meule à la résistance du bled sur la couronne de pression, est = 22; ou que la résistance du bled est la vingt-deuxieme partie du poids absolu de l'équipage (390).

5°. Qu'une meule de 2 pieds 6 pouces de rayon mue avec la vîtesse qui lui convient, moudra dans une heure environ 390 ℔ de bled, poids de marc, & que la farine résultante sera de la meilleure qualité possible (391).

6°. Qu'il ne peut être que désavantageux d'employer un équipage dont le poids est au-dessous de 1436 ℔ poids de marc; & qu'un équipage de ce poids doit être regardé comme le moindre dont on puisse se servir pour produire de la farine de la meilleure qualité (392). Quant au pallier, j'ai observé que lorsqu'il est de chêne, & qu'il a environ 9 pied de long sur $\frac{3}{4}$ pied quarré de section, il peut soutenir avantageusement un équipage pesant 4800 ℔ poids de marc.

394. Dans l'exécution d'une expérience quelconque, faite avec la machine la mieux travaillée, il est rare qu'il ne se glisse quelques erreurs qu'on doit regarder comme inévitables. Ces erreurs qui proviennent ordinairement de la machine ou de la force motrice, sont plus ou moins considérables, selon le degré de perfection de la machine, & selon qu'il est plus ou moins difficile d'évaluer avec précision la valeur de la puissance. Dans les machines hydrauliques, le moteur étant un fluide dont l'action dépend d'une infinité de circonstances, on auroit tort d'exiger la détermination exacte & rigoureuse de l'effet qui sera produit même en supposant que la machine fût exempte d'imperfection; à plus forte raison, si la machine étoit défectueuse dans quelques-unes de ses parties. Dans tous les cas on doit se contenter d'une approximation dont l'exactitude dépendra de la perfection de la machine qu'on emploiera. Pour parvenir

Réflexions sur ces expériences.

à cette exactitude dans la matiere que je traite, je m'étois proposé de faire construire un moulin uniquement destiné à l'exécution de mes expériences, & que j'aurois eu soin de rendre le plus parfait & le plus commode qu'il m'auroit été possible. Par le moyen de cette machine, j'aurois exécuté avec plus de précision, non-seulement les expériences que j'ai rapportées, mais encore plusieurs autres qui auroient eu leur utilité. Malheureusement les circonstances m'ayant privé d'une grande partie des secours qu'on m'avoit fait espérer, j'ai été réduit à la nécessité d'employer le plus souvent des moulins défectueux à bien des égards. Il est vrai, que quand la chose m'a été possible, j'ai eu soin de corriger les défauts les plus remarquables, & qui auroient influé sur les résultats d'une maniere trop sensible: mais cela n'empêche pas que malgré tous mes soins, ces résultats ne soient moins exacts que ceux que j'aurois eus en employant des moyens plus directs. Cependant, quoi qu'il en soit, en attendant qu'on répete ces expériences avec des machines mieux construites, je pense qu'on peut se servir utilement de ces résultats approchés, & que l'application qu'on en fera à la construction des moulins, ne pourra être qu'avantageuse.

On doit remarquer que ces expériences ont été exécutées dans les Provinces méridionales de la France, où la moûture est un peut différente de celle des Provinces du Nord. Ainsi l'application de cette théorie pourra donner quelque différence dans les résultats des moulins de ces derniers pays. Dans la suite, jespere de les examiner séparément.

Voyons à présent la manière d'appliquer ces résultats aux formules précédentes.

La largeur de la couronne de pression est égale à la moitié du rayon. Fig. 42.

395. Dans la question du n. 284, nous avons trouvé que la distance CE (*fig.* 42) à laquelle le grain devoit être écrasé, étoit $= CB \frac{1}{3} [2 - \frac{1}{m+1} (m - 1 + \sqrt{2 . \overline{m^2 + 1}})]$. Dans

cette expression, m exprime le rapport de la résistance de la farine, lorsqu'elle est à la circonférence, à celle du grain entier, puisque la premiere est à la seconde :: $am : a :: m : 1$. Mais (393. 1°.), la premiere est à la seconde :: 0,1 : 1. Donc m : 1 :: 0,1 : 1, & par conséquent $m = 0,1$. Substituons cette quantité dans la formule, & nous trouverons CE = CB . 0,509; ou en négligeant les milliemes, CE = CB . 0,5 = $\frac{1}{2}$ CB. Donc *dans la bonne construction, le bled doit être écrasé au milieu du rayon, ou la largeur de la couronne de pression doit être égale à la moitié du rayon.*

396. D'après le n. 289, nous avons l'épaisseur BF (*fig.* 43) de la meule à la circonférence $= \frac{2n}{b^2 c} + \frac{1}{3}\left(f + \frac{g}{1-m}\right)$, & celle de l'épaisseur AC au centre $= \frac{2n}{b^2 c} - \frac{2}{3}\left(f + \frac{g}{1-m}\right)$. Mais (395) AB : AE :: 1 : $\frac{1}{2}$. Donc puisqu'on a aussi AB : AE :: 1 : m, on aura $m = \frac{1}{2}$ & $\frac{g}{1-m} = 2g$. La premiere de ces deux formules deviendra $\frac{2n}{b^2 c} + \frac{1}{3}(f + 2g)$, & la seconde $\frac{2n}{b^2 c} - \frac{2}{3}(f + 2g)$. Formule pour les épaisseurs d'une meule. Fig. 43.

397. Nommons B & b les rayons de deux meules, dont les équipages respectifs ont des poids exprimés par A & a. Nous avons vu (309) que l'on avoit $b = \frac{B}{\sqrt{A}} . \sqrt{a}$. Prenons encore A pour le poids le plus avantageux au rayon B, & supposons-le déterminé par l'expérience du n. 389. Nous aurons A = 3990 ℔, & B = $\frac{5}{2}$ pieds; ce qui donne $\frac{B}{\sqrt{A}} = 0,039$ pieds; & puisque nous avons représenté cette quantité par l, nous aurons $l = 0,039$ pieds, & $b = 0,039 \sqrt{a}$. Ainsi *le rayon de la meule est égal à 0,039 pieds pris autant de fois qu'il y a d'unités dans la racine quarrée du poids de son équipage évalué en livres poids de marc.* Formule & regle pour trouver le rayon d'une meule.

Formule & regle pour trouver le nombre de tours de la meule par seconde.

398. En nommant Q & q les nombres de révolutions que font dans un temps donné deux meules dont les rayons sont respectivement B & b, (300) nous avons : $q : Q :: B : b$: d'où nous tirons $q = \frac{BQ}{b}$. Prenons B pour le rayon de la meule de l'expérience, & Q pour le nombre de révolutions qu'elle doit faire dans une seconde : (388) nous aurons $B = \frac{5}{2}$ pieds, & $Q = \frac{48}{60''} = \frac{4}{5}$; par conséquent $BQ = \frac{5}{2} \times \frac{4}{5} = 2$. Mais (302) nous avons fait $BQ = D$. Donc $D = 2$, & $q = \frac{2}{b}$; d'où nous conclurons que *pour avoir le nombre de révolutions que doit faire une meule pour produire la meilleure farine possible, il faut diviser le nombre 2 par son rayon.*

Premiere formule & premiere regle pour trouver la farine produite dans une heure.

399. Nous avons vu (313) qu'en nommant I & i les quantités de farine produites par deux meules, dont les rayons sont respectivement B & b, on avoit $i = \frac{I}{B^2} \times b^2$. Regardons I comme le résultat de l'expérience du n. 391, & B comme le rayon de la meule que nous y avons employée. Nous aurons I = 390 ℔ dans une heure, temps que nous prenons ici pour unité ; & $B = \frac{5}{2}$ pieds. Donc $\frac{I}{B^2} = \frac{390}{\frac{25}{4}}$ ℔ = 62,4 ℔ ; & puisque nous avons fait $\frac{I}{B^2} = k$, nous aurons aussi $k = 62,4$ ℔ ; & $i = 62,4$ ℔ $\times b^2$: ce qui nous fournit cette regle. *Multipliez par le quarré du rayon de la meule évalué en pieds le nombre 62,4 considéré comme des livres, poids de marc ; & le résultat vous fera connoître à-peu-près la quantité de farine que vous devez attendre d'un moulin construit selon les vrais principes.*

Seconde formule & seconde regle pour trouver la farine produite dans une heure.

400. En nommant A le poids de l'équipage relatif à I, (314) nous avons encore $i = \frac{I}{A} \times a$. Mais (389 & 391) A = 3990. Donc

Donc $\frac{1}{A} = \frac{390}{3990} = 0{,}097 = g$; & par conféquent $i = 0{,}097 \times a$. D'où nous conclurons que *pour avoir la quantité de farine produite dans une heure, il faut multiplier le poids de l'équipage par* 0,097.

Valeur des quantités conftantes.

401. Dans les applications fuivantes, nous aurons continuellement befoin de fubftituer les nombres relatifs aux quantités connues. Mais comme ces nombres font difperfés dans le cours de l'ouvrage, pour facilirer ces fubftitutions, nous raffemblerons ici toutes ces grandeurs avec leurs valeurs. Nous aurons (23) $B = \frac{8}{9}$; (41) $K = \frac{7}{3}$ ou $\frac{7}{6}$, felon que le fluide fera défini ou indéfini; (146) $c = \frac{44}{7}$; (67) pour le plus grand effet, $s' = 3$, & $s = 2$; (390) $d = 22$; (398) $D = 2$; (397) $l = 0{,}039$; (399) $k = 62{,}4$; (400) $g = 0{,}097$; (172) $n = 3$, & $p = \frac{19}{18}$.

Equation qu'il faut prendre pour la conftruction d'un moulin fimple.

402. Pour réfoudre le plus exactement qu'il eft poffible les problêmes qu'on peut propofer fur la conftruction des moulins fimples, on prendra les équations des n. 303 & 317 ; & après avoir fubftitué les valeurs numériques des quantités connues, on choifira deux inconnues, dont on déterminera la valeur felon les méthodes ordinaires.

403. Lorfqu'on fe contente d'un à-peu-près, ce n'eft pas l'équation du n. 317 qu'il faut prendre, mais la feconde du n. 319, c'eft-à-dire $a - 210 \cdot \frac{Bd}{cD} \cdot \frac{s'^n s}{\overline{s'+s}^{\,n}} \cdot k'm = 0$. Cette équation étant très fimple, & en même temps affez exacte à caufe du peu de réfiftance qui s'exerce au pivot, nous allons examiner tout ce qui lui eft relatif.

Formule & regle pour avoir le poids de l'équipage de la meule, par le moyen de la dépenfe & de la chûte du courant.

404. Au n. 320 nous avons repréfenté par L la quantité conftante $210 \times \frac{Bd}{cD} \times \frac{s'^n s}{\overline{s'+s}^{\,n}}$, & nous avons tiré de l'équation précédente $a = L\,k'm$. Subftituons les valeurs numériques

des quantités connues, qui composent l'expression de L (401), & nous aurons L $= 47,04$. Donc $a = 47,04 \times h' m$. Cette formule nous fait voir que *pour avoir le poids de l'équipage d'une meule d'un moulin simple, mû de la maniere la plus avantageuse par un courant dont on connoît la chûte & la dépense évaluées l'une & l'autre en pieds, il faut prendre le produit de ces deux grandeurs, & en multiplier la quantité* 47,04 *considérée comme des livres.*

Dans la pratique, on peut négliger la fraction décimale 0,04 & ne multiplier que la quantité entiere 47. On compensera par là une partie des frottemens que nous avons négligés.

Formule & regle pour en avoir l'effet par le moyen des mêmes quantités.

405. Par le n. 314, nous avons $i = g a$: mais $a = L h' m$. Donc $i = g L h' m$. Substituant les valeurs de g (401) & de L (404), nous aurons $i = 4,56 . h' m$; c'est-à-dire que *pour avoir à-peu-près le poids du bled que le moulin pourra moudre dans une heure, il faut multiplier* 4,56 ℔ *par le produit de la dépense & de la chûte du courant moteur.*

Dans la pratique, il suffira de multiplier 4,5 ℔ $= \frac{9}{2}$ ℔ par le produit de la dépense & de la chûte.

Formule & regle pour avoir le rayon de la meule par le même moyen.

406. Nous avons (324) le rayon de la meule ou $b = l \sqrt{L h' m}$. Substituons au lieu de l & de L leurs valeurs, & faisons les opérations indiquées ; nous aurons $b = 0,267 \sqrt{h' m}$. Cette expression nous fait voir que *dans un moulin simple, le rayon de la meule est égal à la moyenne proportionnelle géométrique entre la dépense & la chûte du courant prise* 0,267 *fois.*

Formule & regle pour avoir le nombre de révolutions par seconde par le même moyen.

407. Le nombre de révolutions dans une seconde ou $q = \frac{D}{l \sqrt{L h' m}}$ (325). Substituons les valeurs des quantités constantes, & faisons les opérations indiquées, nous aurons $q =$

$\frac{7,49}{\sqrt{h' m}}$. Donc *pour avoir le nombre de révolutions par seconde, il faut diviser 7,49 par la moyenne géométrique entre la dépense & la chûte du courant.*

408. Il est bon de remarquer que le poids de l'équipage de la meule étant trouvé, on fera bien de s'en servir autant qu'on pourra pour déterminer les quantités i, b, & q, plutôt que d'employer la dépense & la chûte du courant. C'est à quoi il faut sur-tout faire attention dans les moulins composés, ainsi que nous verrons ailleurs. Remarque.

409. Nous avons (326) le rayon moyen de la roue, ou $R = \frac{s}{s'+s} \cdot \frac{l}{c D} \cdot \sqrt{140 \cdot \frac{BL}{K}} \cdot h' \sqrt{m}$. Après avoir substitué les nombres convenables, & fair les opérations indiquées, nous aurons $R = 0,062 \cdot h' \sqrt{m}$; ce qui fait voir que *le rayon moyen de la roue se trouve en prenant 0,062 fois le produit de la chûte par la racine quarrée de la dépense du courant.* Formule & regle pour avoir le rayon de la roue par le même moyen.

410. Nous avons vu (392) que le poids du moindre équipage étoit $= 1436$ ℔. Substituons cette valeur pour a dans la formule du n. 404, & nous trouverons $h' m = 30,52$. Donc *lorsque la dépense de la source motrice multipliée par sa chûte, donnera un produit* $< 30,52$, *il faudra recourir aux écluses* (331). Dans quel cas il faut se servir d'un moulin à écluse.

411. Dérerminons à présent la moindre chûte dont on puisse disposer pour construire un moulin simple. Nous avons trouvé (329) que cette chûte h' étoit $= \sqrt[5]{\frac{3,921 \cdot D^4}{i^4 L^2 n^2}}$. Dans cette expression, rour est constant & connu, excepté n qui exprime le rapport de la profondeur naturelle de l'eau à la largeur du coursier au bas de sa chûte (152); & dont les variations sont Chûtes au-dessous desquelles il faut se servir de moulins à engrénage.

renfermées (144) entre 3 & $\frac{1}{3}$. Supposons donc successivement $n = 3$, $n = 2$, $n = 1$, $n = \frac{1}{2}$, $n = \frac{1}{3}$, & substituons au lieu des autres quantités, leurs valeurs (401 & 404) ; lorsque n sera $= 3$, nous trouverons $h' = 7{,}314$ pieds.

Cette chûte étant déterminée relativement à $n = 3$, la proposition du n. 330 nous donne un moyen aisé de trouver celles qui répondent aux autres valeurs de n. Pour trouver la seconde, nous ferons la proportion : la seconde est à la premiere :: $\sqrt[5]{9}$: $\sqrt[5]{4}$. Ainsi la seconde sera égale à la premiere, multipliée par $\sqrt[5]{\frac{9}{4}}$, c'est-à-dire $= 7{,}314 \sqrt[5]{2{,}25}$. Nous suivrons la même méthode pour les autres. Par ce moyen nous trouverons que quand

n sera $=$	{ 3 :	2 :	1 :	$\frac{1}{2}$:	$\frac{1}{3}$. }
On aura $h' =$	7,314 pieds :	8,602 p. :	11,350 p. :	14,976 p. :	17,613 p. .

Donc les moindres chûtes relatives extrêmes pour un moulin simple, seront 7,314 *pieds &* 17,613 *pieds.*

Avantage de la table précédente.

412. La table que nous venons de calculer sert à faire connoître à-peu-près dans quel rapport on doit mettre les deux côtés de la section naturelle du courant au point d'impulsion (235 & 337), lorsque la chûte est peu considérable, & que néanmoins la dépense l'est assez pour qu'on puisse employer un moulin simple (410). Car si, par exemple, la chûte donnée tombe entre 7,314 & 8,602 ; la valeur qu'on peut donner à n tombera entre 3 & 2 : mais on fera bien de s'en tenir aux valeurs supposées, & de prendre toujours celle qui répond à la moindre chûte, inférieure à celle qu'on donne. Dans l'exemple dont il s'agit, ce seroit 3 qu'il faudroit prendre pour n, c'est-à-dire qu'on feroit la dimension verticale triple de l'horisontale ; si la chûte donnée tomboit entre 14,976 & 17,613, on supposeroit $n = \frac{1}{2}$ & non pas $= \frac{1}{3}$; puisqu'en la supposant $= \frac{1}{3}$, il faudroit que la chûte donnée fût $= 17{,}013$, tandis que par hypothèse elle est moindre.

413. Si la chûte relative eſt $< 7{,}314$ pieds, & qu'en même temps la dépenſe de la ſource motrice ſoit aſſez conſidérable pour que (410), multipliée par la chûte, le produit ſoit $> 30{,}52$, on emploiera un moulin à engrénage tel que celui qui eſt repréſenté par la fig. 28; & ſi l'on veut en trouver les dimenſions les plus exactes, on ſe ſervira des équations des n. 333 & 334, dans leſquelles on aura ſoin de faire les ſubſtitutions convenables (401). Mais comme dans la pratique une ſimple approximation ſuffit, nous laiſſerons ces équations trop compliquées aux Lecteurs verſés dans le calcul algébrique, pour ne nous occuper que des formules ſimplifiées.

Moyen de connoître s'il faut employer un moulin à engrénage.

414. Si l'on veut conſtruire le moulin ſur un courſier incliné, on trouvera le poids de l'équipage de la meule & le rayon du rouet par les deux formules du n. 370. Subſtituons dans chacune les valeurs convenables (401) & nous aurons $a =$

$$\frac{19{,}911 \cdot h'm\left(2{,}25 - \frac{\frac{1}{2}g'}{R'}\right) - 1{,}617 \cdot \frac{n''g'}{R'} \cdot \sqrt{h'}}{1{,}005\left(1 + \frac{\frac{1}{2}g'}{R'}\right)}, \text{ \& } r' =$$

$4{,}302 \cdot \frac{RR'}{b\sqrt{h'}}$. Dans cette derniere expreſſion, b eſt connu, puiſque (397) elle eſt $= 0{,}039\sqrt{a}$.

Cas où le moulin de la fig. 28, eſt placé ſur un courſier incliné.

415. Si le moulin doit être placé ſur une riviere, & que la meule doive être faite pour la machine, on aura le poids de l'équipage de la meule, & le rayon du rouet par les deux formules du n. 371. 1°. Faiſons les ſubſtitutions convenables (401),

Cas où le même moulin eſt placé ſur une riviere.

& nous aurons : $a = \dfrac{K \cdot \frac{4}{15} \cdot \lambda v^2 \left(\frac{9}{4} - \frac{\frac{1}{2}g'}{R'}\right) - \frac{2}{9} \cdot \frac{n''g'}{R'} \cdot v}{\frac{190}{189}\left(1 + \frac{\frac{1}{2}g'}{R'}\right)}$,

& $r' = \frac{220}{7} \cdot \frac{RR'}{bv}$. Dans la premiere expreſſion, on fera $K = \frac{7}{5}$ ou, $\frac{7}{6}$ ſelon que le fluide ſera défini ou indéfini.

416. Le moulin devant être placé ſur une riviere, ſi la ma-

chine eſt conſtruite pour une meule donnée, on aura la largeur des aubes, & le rayon du rouet par le moyen des formules du n. 371. 2°. La premiere de ces deux formules donnera la largeur $\lambda'' = \dfrac{\frac{190}{189} \cdot \left(1 + \frac{\frac{2}{3} g'}{R'}\right) \cdot a - \frac{2}{9} \cdot \frac{n'' g'}{R'} \cdot v}{K \cdot \frac{4}{53} \cdot \lambda' v^3 \left(\frac{9}{4} - \frac{\frac{1}{3} g'}{R'}\right)}$; & la ſeconde donnera pour r' la même valeur que celle que nous avons trouvée au numéro précédent.

Comment on doit déterminer l'effet des moulins à engrénage.

417. Connoiſſant le poids de l'équipage, on aura la quantité de farine produite dans une heure, par l'équation $i = 0{,}097\, a$ (400). Qu'on ſe garde bien d'employer pour cette détermination, la méthode qui dépend de la chûte & de la dépenſe de la ſource motrice, & que nous avons donnée au n. 405. Cette méthode peut s'appliquer ſenſiblement aux moulins ſimples, à cauſe que le frottement y eſt aſſez petit pour être négligé. Elle s'appliqueroit pareillement aux moulins compoſés conſidérés ſans frottement, à cauſe que dans l'un & l'autre cas, la force motrice eſt cenſée entièrement employée à la production de l'effet propoſé. Mais quand cette force ſera décompoſée en deux parties, dont l'une ſera deſtinée à vaincre les réſiſtances étrangeres; il eſt évident que cette loi ſera détruite, & qu'on ne pourra plus en faire uſage. Or, c'eſt ce qui arrive dans les moulins à engrénage.

Conſtruction des moulins de la fig. 48.

418. Suppoſons qu'on veuille employer pluſieurs meules dans la même machine, on fera uſage de la forme repréſentée par la *fig.* 48; & ſi l'on veut que la conſtruction ſoit des plus exactes, on ſe ſervira des formules des n. 339, 340 & 343, dans leſquelles on aura ſoin de faire les ſubſtitutions néceſſaires. Mais nous abandonnons ces calculs à ceux qui feront curieux de les faire.

Cas où le moulin eſt placé ſur un courſier incliné.

419. Dans l'uſage ordinaire, ſi la machine doit être placée

fur un courfier incliné, on choifira pour inconnues le poids d'un des équipages des meules, le rayon du rouet & celui du hériffon. Ces quantités feront données par les trois formules du n. 374. Subftituant dans chacune les grandeurs convenables, (401) nous aurons par la premiere, le poids d'un équipage ou

$$a = \frac{19{,}911\, h' m \left(2{,}25 - \frac{\frac{1}{4} g'}{R}\right) - 1{,}617 \frac{n' g'}{R}\right) \sqrt{h'}}{1{,}061 \cdot N \left(1 + \frac{\frac{1}{4} g'}{R}\right)}$$; par la

troifieme, le rayon du hériffon ou $r' = \frac{b + \frac{1}{2} p'}{\sqrt{1 - m'^2}} - R''$; & par la feconde, celui du rouet ou $r = 4{,}302 \cdot \frac{R R' R''}{r' b \sqrt{h'}}$. Dans l'expreffion de r' au lieu de m', on aura foin de mettre le nombre de la table du n. 345, qui répondra au nombre N. Quant à ce dernier, nous avons dit (377) comment on devoit en déterminer le *maximum*.

410. Si la machine devoit être placée fur une riviere, & que les meules duffent être taillées d'après fes dimenfions, les inconnues feroient encore les mêmes que dans le numéro précédent, & l'on en auroit la valeur par le moyen des trois formules du premier cas du n. 375. Après avoir fait les fubftitutions néceffaires (401), la premiere nous donnera le poids de l'équipage d'une meule ou $a =$ Cas où le moulin eft placé fur une riviere.

$$\frac{K \cdot \frac{4}{25} \cdot \lambda v^3 \left(\frac{3}{4} - \frac{\frac{1}{4} g'}{R}\right) - \frac{2}{9} \cdot \frac{n' g'}{R} \cdot v}{\frac{1805}{1701} \cdot N \left(1 + \frac{\frac{1}{4} g'}{R}\right)}$$; la troifieme nous

donnera pour r' la même valeur que ci-deffus (419); & la feconde nous fera voir que le rayon du rouet ou $r' = \frac{220}{7} \cdot \frac{R R' R''}{r' b v}$.

421. Si la machine devoit être conftruite fur une riviere, relativement à un certain nombre de meules données, on prén-

droit pour inconnues la largeur des aîles & les rayons du rouet & du hériſſon. Les deux dernieres inconnues auroient la même valeur qu'au numéro précédent. Quant à la largeur λ'', la formule du ſecond cas du n. 375 nous donneroit après les ſubſtitutions $\lambda'' = \dfrac{\frac{1805}{1708} \cdot N\left(1 + \frac{\frac{1}{9}g'}{R}\right) \cdot a + \frac{2}{9} \cdot \frac{n'g'}{R} \cdot v}{K \cdot \frac{4}{25} \cdot \lambda' v^3 \left(\frac{9}{4} - \frac{\frac{1}{9}g'}{R}\right)}$.

422. Si l'on vouloit employer la même forme avec une ſeule meule, le rayon r' du hériſſon ſeroit arbitraire, & l'on n'auroit plus que deux équations. Quand on voudra réſoudre avec beaucoup de préciſion les queſtions relatives à ce cas, on emploiera la formule du n. 350 & celle du n. 340. Mais quand on ſe contentera d'une approximation, on ſe ſervira des formules des n. 419 — 422, en ſuppoſant $N = 1$.

Conſtruction des moulins de la fig. 51.

423. Lorſqu'on voudra employer la forme repréſentée par la *fig.* 51, ſi l'on eſt bien aiſe d'approcher de l'exactitude le plus qu'il eſt poſſible, on ſe ſervira des formules des n. 351, 353 & 354. Si au contraire on ſe borne à une approximation, on ſe ſervira des trois équations du n. 380, en regardant comme inconnues le poids de l'équipage d'une des meules, le rayon de la roue & celui du hériſſon. Subſtituons les valeurs numériques, & la premiere nous donnera le poids d'un équipage ou $a = \frac{44,564}{N} \cdot h'm$. La ſeconde fera connoître le rayon du hériſſon ou $r' = \frac{b + \frac{1}{2}p'}{\sqrt{1 - m'^2}} - R'$; & la troiſieme nous donnera le rayon de la roue ou $R = 0,231 \cdot \frac{r}{R'} \cdot b\sqrt{h'}$.

Réflexions ſur les rayons des engrénages des moulins des fig. 28, 48 & 51.

424. Avant de paſſer à l'application de ces principes, nous ferons quelques réflexions ſur les rayons des rouets des *fig.* 28, 48 & 51.

1°. Lorſqu'on place ſur un courſier incliné le moulin repréſenté par la *fig.* 28, la ſeconde formule du n. 414 nous fait voir

voir que le rayon de la roue à aubes & celui de la lanterne, étant constants, celui du rouet sera en raison inverse du rayon de la meule & de la racine quarrée de la chûte relative. Le rayon de la meule (392) n'étant jamais $<$ 1 pied 6 pouces, & celui de la lanterne étant ordinairement $=$ 9 pouces ou 1 pied (176), il est aisé de voir que la valeur de r' sera rarement trop grande ou trop petite.

2°. Si cette machine est placée sur une riviere, la seconde formule du n. 415, nous démontre que ce rayon ne peut guere manquer d'être fort considérable. En effet la quantité $\frac{220}{7}$ donne déjà un nombre > 31; par conséquent pour réduire r' à une juste grandeur, il faudroit que le second facteur $\frac{RR'}{bv}$ donnât pour résultat une fraction $< \frac{1}{4}$; ce qui exige que les rayons de la roue & de la lanterne soient fort petits, & que celui de la meule soit fort grand ainsi que la vitesse moyenne du courant. Mais (99 & 176) les rayons de la roue & de la lanterne ne peuvent pas avoir des valeurs trop petites; le rayon de la meule excéde rarement 3, 5 pieds, & la vitesse moyenne du courant est ordinairement peu considérable. Donc $\frac{RR'}{bv}$ sera rarement $< \frac{1}{4}$, & par conséquent dans la bonne construction on doit n'employer qu'avec circonspection de semblables moulins sur des rivieres.

3°. Lorsqu'un moulin tel que celui de la *fig.* 48, est placé sur un coursier incliné, on voit par la troisieme formule du n. 419, que pour peu considérables que soient les poids des équipages & la chûte du courant, ainsi que le rayon du hérisson, celui du rouet sera pour l'ordinaire d'une grandeur raisonnable.

4°. Si ce moulin est placé sur une riviere, la derniere formule du n. 420 nous fournira à-peu-près les mêmes réflexions que nous avons faites sur la derniere du n. 414. Il est nécessaire

427. Appliquons ces règles à quelques questions. Proposons-nous de déterminer l'espece de moulin qu'on doit employer, & les dimensions qu'il faut lui donner par la seule connoissance de la dépense & de la chûte d'un courant.

Application à un moulin mû par une source particuliere.

On retranchera environ un pied de la chûte absolue (227); & (237) regardant le reste comme la chûte relative, on le multipliera par la dépense (331). Si le produit est > 30,52, on pourra construire un moulin qui se mouvra sans interruption; si au contraire le produit est < 30,52, on doit employer une écluse (410): ce qui fait deux cas, dont le premier se subdivise en quatre autres, & le second en deux, ainsi qu'on va voir.

Premier Cas. Le produit de la dépense par la chûte absolue diminuée d'un pied, étant > 30,52, par les méthodes des n. 227 & 228, on fixera la valeur de S*m* (*fig.* 31) pour avoir celle de *dm* qu'on regardera d'abord comme la chûte relative (237). Cela fait:

Supposons 1°. que *dm* soit > 7,314 pieds (411). Suivant ce que nous avons vu au même numéro, on pourra se servir d'un moulin simple, tel que celui qui est représenté par la *fig.* 46. La grandeur de *dm* par rapport aux moindres chûtes fera connoître le rapport des côtés de la section du courant au point d'impulsion (412). On construira le coursier conformément aux principes établis aux n. 136 à 138, 232 à 235, 237 & 241.

I. Exemple de la construction d'un moulin simple représenté par la FIG. 46.

On trouvera par la règle du n. 409, le rayon moyen de la roue, & on la construira suivant les principes des n. 103, 128 & 131; observant de ne pas faire les aubes courbes, à cause du désavantage qu'elle ont vis-à-vis les aubes planes (56).

La profondeur de l'eau au point d'impulsion étant déterminée, on la retranchera de *dm*, & l'on aura (231) la vraie chûte relative. Cette chûte connue, on trouvera le poids de l'équipage de la meule par la règle du n. 404.

On prendra arbitrairement tel poids qu'on voudra pour celui de l'arbre & de ses dépendances (la meule exceptée); on en

ôtera le poids du cylindre de l'œil de la meule déterminé par la méthode du n. 291 ; retranchant ce reste du poids de l'équipage (290), & divisant le résultat par la densité de la pierre dont la meule est composée, on aura le volume d'après lequel on doit chercher l'épaisseur de la meule au centre & à la circonférence (289).

On trouvera le rayon de la meule par la règle du n. 397, & son épaisseur au centre & à la circonférence, par les formules du n. 289 & 397.

On cherchera la section du pallier par ce que nous avons dit au n. 268 & 393. On terminera le pivot en cône tronqué, dont la petite base soit la moindre possible, & on le fera tourner dans une crapaudine de métal encastrée dans le pallier (161, 263).

Enfin, par la méthode du n. 399 ou du n. 400, on aura à-peu-près la farine produite dans une heure.

II. Exemple de la construction d'un moulin a engrénage, représenté par la fig. 51.

Supposons 2°. que la chûte *dm* étant toujours $>$ 7,314 pieds, la dépense du courant soit assez considérable pour mouvoir plusieurs équipages. Alors on se servira de la *figure* 51, & l'on opérera comme nous allons le faire voir.

Après avoir fixé *dm* (227 & 228), on cherchera (412) le rapport qui doit régner entre les deux côtés de la section du courant au bas de la chûte. L'on construira le coursier ainsi que dans la supposition précédente, & ayant trouvé la profondeur de l'eau au-dessus du ressaut, on la retranchera de *dm*, ce qui donnera la vraie chûte relative (231).

On déterminera le nombre des meules par la méthode du n. 377, & on les disposera autour du hérisson à égales distances les unes des autres, ainsi que nous avons vu (339). On trouvera le poids d'un des équipages par la premiere formule du n. 423. Ce poids trouvé, on aura le rayon de la meule par la règle du n. 397.

On prendra les quantités qu'on voudra pour le rayon des lanternes, & pour l'intervalle qui doit féparer deux meules voifines ; & l'on aura le rayon moyen du hériffon pat la feconde formule du n. 397.

Enfin on trouvera le rayon moyen de la roue à aubes par la troifieme formule du même numéro, & on conftruira cette roue avec les mêmes précautions que dans la fuppofition précédente.

Connoiffant le rayon du hériffon & celui des lanternes, on connoîtra le nombre de dents & de fufeaux par les méthodes des n. 194 & 196.

Pour ce qui eft de l'épaiffeur des meules au centre & à la circonférence, des pivots & de la force des palliers qui foutiendront les équipages des meules, on fuivra le même procédé que dans la premiere fuppofition.

Le pallier qui foutiendra l'arbre EF, n'a pas befoin de plier fous le poids. On donnera à cet arbre le poids qu'on jugera à propos, & à fon pivot le moins de diamêtre qu'on pourra, ayant foin de le terminer ainfi que les autres.

La quantité de farine que produira un équipage quelconque dans une heure, fera déterminée par la méthode des n. 399 ou 400. Qu'on la multiplie par le nombre d'équipages, & l'on aura l'effet total produit dans une heure.

III. Exemple de la conftruction d'un moulin à engrénage, repréfenté par la fig. 28.

Suppofons 3°. que le produit de la dépenfe par la chûte dm étant toujours $> 30,52$, cette quantité dm foit $< 7,314$ pieds. On fera forcé d'employer pour lors la fotme repréfentée par la *fig.* 28.

On déterminera d'abord les dimenfions du courfier (237 & 141), en choififfant tel rapport qu'on voudra pour exprimer celui des côtés de la fection naturelle du fluide au point d'impulfion, pourvu que la largeur ne foit pas moindre que la profondeur, ni plus grande que le triple de cette même quantité (142). La

partie inférieure du courſier ſe conſtruira ainſi que nous avons dit (133 — 135); & le reſte de la même maniere que dans les exemples précédents.

La profondeur de l'eau au point d'impulſion étant trouvée, on en retranchera la moitié ou la totalité (231) de *dm* (*fig.* 31), ſuppoſée déterminée (227 & 228); & le reſte ſera la vraie chûte relative, d'après laquelle on achevera la conſtruction de la machine.

On ſuppoſera au rayon de la roue à aubes, à celui des tourrillons, du pivot, & de la lanterne, au poids de l'équipage de l'arbre horiſontal, & à celui de l'arbre vertical & de ſes dépendances (ſans y comprendre la meule), les valeurs les plus convenables; & alors on aura le poids de l'équipage de la meule par le moyen de la premiere formule du n. 414, le rayon du rouet par la ſeconde du même numéro; & celui de la meule par la méthode du n. 397.

Connoiſſant le rayon du rouet & celui de la lanterne, on conſtruira l'engrénage d'après les mêmes principes que dans l'exemple précédent.

Le poids de l'équipage de la meule étant trouvé, on aura les différentes épaiſſeurs de la meule ſuivant le même procédé que nous avons indiqué pour le premier exemple. Il en ſera de même de celle du pallier.

Enfin on connoîtra à-peu-près la quantité de farine produite dans une heure, par la méthode du n. 399, ou par celle du n. 400.

IV. Exemple de la conſtruction d'un moulin à engrénage, répréſenté par la fig. 48.

Suppoſons 4°. que *dm* étant encore $<$ 7,314 pieds, la dépenſe de la ſource puiſſe ſuffire à pluſieurs équipages. On pourra employer la *figure* 48.

On conſtruira le courſier, & l'on déterminera la vraie chûte relative, ainſi que dans l'exemple précédent.

On trouvera le plus grand nombre de meules qu'on peut employer, & ensuite celui qu'on doit admettte, par la méthode employée à la seconde supposition, & on les disposeta régulièrement autour du hérisson.

On prendra les quantités qu'on jugera les plus convenables pour le poids des arbres des meules, pour celui de l'équipage de EF, pour celui de l'équipage de MN, pour les rayons des tourrillons, des pivots, de la roue & des lanternes, & pour l'intervalle qui doit séparer les meules.

Alors on trouvera le poids de l'équipage d'une meule par la premiere formule du n. 419; le rayon de la meule par la méthode employée aux exemples précédents; celui du hérisson par la seconde formule du n. 419, & celui du rouet par la troisieme formule du même numéro.

On construira les engrénages suivant les méthodes indiquées au second & au troisieme exemple, & l'on trouvera les différentes épaisseurs des meules, ainsi que dans la premiere supposition. Il en sera de même de la grosseur de chaque pallier.

La quantité de farine produite dans une heure, se trouvera par la méthode indiquée au second exemple.

V. Exemple de la construction d'un moulin à écluse, soit simple soit composé.

Second Cas. Si le produit de la dépense de la source multipliée par dm (*fig.* 31) donne une quantité $<$ 30,52, on doit employer une écluse, ainsi que nous avons dit ci-dessus. Pour connoitre si le moulin sera simple ou composé, il faut savoir si la véritable dm (258) sera $>$ ou $<$ 7,314 pieds. On prendra donc d'abord telle dépense que l'on voudra pour celle de l'écluse, observant néanmoins ce que nous avons dit (251). D'après cette dépense on construira l'écluse, & l'on déterminera la chûte absolue qui lui convient, par les méthodes présentées aux n. 246 — 258. Ensuite on fixera dm (227, 228) qu'on regardera pour un moment comme la chûte relative (237).

Suppofons 1°. que l'on ait $dm > 7,314$ pieds. Suivant ce que nous avons démonrré au n. 411, le moulin fera fimple. On connoîtra la dépenfe de l'éclufe & la véritable dm. On conftruira donc le moulin de la même maniere que dans le premier exemple du premier cas.

Suppofons 2°. que l'on ait $dm < 7,314$ pieds. Nous ne pourrons pas employer un moulin fimple, mais feulement un moulin à engrénage (411). Ce fera donc celui de la *fig.* 28 que nous conftruirons de la même maniere que dans le troifieme exemple du premier cas, puifque nous connoiffons la dépenfe de l'éclufe & dm (*fig.* 31).

Dans l'une & l'autre fuppofition, on regardera la machine comme fi elle étoit mue fans éclufe avec la dépenfe de la fource & la chûte relative de l'éclufe, & d'après cette hypothèfe; on cherchera par la méthode du n. 259, la quantité de farine qu'on aura dans une heure. Le produit de cette quantité par vingt-quatre, fera voir à-peu-près ce qu'on en aura dans un jour, & l'on pourra par ce moyen connoître les revenus qu'on a lieu d'attendre de la machine.

VI. Exemple de la conftruction d'un moulin fur une riviere.

428. Si la machine doit être conftruite fur une riviere, elle peut n'avoit qu'une meule ou en avoit plufieurs; ce qui fait deux cas.

Cas où le moulin ne doit avoir qu'une meule tournante.

Premier Cas. Si le moulin ne doit avoir qu'une meule, on fe fervira de la *fig.* 28, ou felon les circonftances (425) de la *fig.* 48, en fuppofant $N = 1$ dans les formules relatives à cette *figure*. Quelque forme qu'on emploie, la meule peut être taillée pour la machine déjà conftruite, du moins en grande partie; ou la machine peut être conftruite pour la meule déjà taillée.

Dans chacune de ces hypothèfes, on mefurera d'abord la viteffe des eaux de la furface de la riviere, par la méthode du n. 120;

n. 120; & prenant arbitrairement la quantité qu'on jugera convenable pour le rayon moyen de la roue à aubes, on déterminera la plus grande hauteur qu'on puisse donner aux ailes, par la méthode du n. 119. Cela fait, on fixera leur véritable hauteur, & l'on trouvera la vîtesse moyenne du courant par la règle du n. 121.

Supposons 1°. que la meule doive être taillée pour la machine. On est censé connoître, soit par la construction même, soit par les corrections fondées sur les opérations que nous venons de prescrire, la surface de l'aile, le rayon moyen de la roue à aubes, celui des tourrillons, celui de la lanterne ou des lanternes, le poids de l'équipage de l'arbre horisontal & la vîtesse moyenne du courant. On aura donc le poids de l'équipage de la meule par la premiere formule du n. 415, s'il s'agit de la *fig.* 28, ou par la premiere du n. 420, s'il s'agit de la *fig.* 48. Le rayon moyen du rouet se trouvera par la seconde formule du n. 415 ou par la seconde du n. 420, selon qu'il sera question de la *fig.* 28 ou de la *fig.* 48.

Quant à la détermination de l'épaisseur de la meule, de la grosseur du pallier, de celle du pivot, du nombre & de la force des dents & des fuseaux de l'engrénage, & de la quantité de farine produite dans une heure; on suivra le même procédé qu'aux exemples qui précédent, relatifs à celui-ci.

Supposons 2°. que la machine doive être construite pour la meule déjà taillée.

L'on déterminera par les opérations indiquées au commencement de ce numéro, ou l'on fixera arbitrairement les grandeurs suivantes; savoir la hauteur de l'aile, le rayon moyen de la roue à aubes, celui des tourrillons, celui de la meule, celui de la lanterne (ou des lanternes, si l'on emploie la *fig.* 48, & dans ce cas celui du hérisson), la vîtesse moyenne du courant, le poids de l'équipage de l'arbre horisontal, & le poids de l'arbre de la meule &

de ſes dépendances (la meule exceptée). On ajoutera ce dernier au poids de la meule même qui ſera connu ou aiſé à connoître, & la ſomme ſera le poids de ſon équipage, qui dans les formules eſt repréſenté par *a*.

L'on trouvera la largeur de l'aile par la formule du n. 416 ou 421, & le rayon du rouet par la ſeconde formule du n. 415 ou 420.

On conſtruira les engrénages, & l'on déterminera la quantité de farine produite dans une heure, de la même maniere que dans la ſuppoſition précédente.

Cas où le moulin doit avoir pluſieurs meules tournantes.

Second Cas. Si le moulin doit avoir pluſieurs meules, on emploiera la forme repréſentée par la *fig.* 48. Le nombre de meules eſt cenſé connu; mais les meules peuvent être taillées pour la machine, ou la machine peut être conſtruite pour les meules déjà taillées.

On prendra d'abord les mêmes renſeignements, & l'on fera les mêmes opérations qu'on a faites dans le premier cas, au ſujet de la vîteſſe du courant & de tout ce qui en dépend.

Suppoſons 1°. que les meules doivent être taillées pour la machine. On eſt cenſé connoître tout ce qui entre dans la machine. Ainſi, on connoîtra le poids de l'équipage d'une meule par la premiere formule du n. 420, puiſque tout ce qui compoſe le ſecond membre eſt connu.

On déterminera le rayon des meules par la méthode du n. 397. L'intervalle entre les meules étant ſuppoſé donné, on connoîtra le rayon du hériſſon par la ſeconde formule des n. 419, & enſuite le rayon du rouet par la ſeconde du n. 420

On conſtruira les engrénages & les palliers, & l'on déterminera l'effet produit dans une heure, par les méthodes indiquées au quatrieme exemple.

Suppoſons 2°. que les meules ſoient taillées, & que la machine

doive être construite pour leur faire produire le plus grand effet.

L'on déterminera par les opérations prescrites ou connues, ou l'on fixera arbitrairement les mêmes grandeurs de la seconde hypothèse du cas précédent.

On aura la largeur des ailes par la formule du n. 421 ; le rayon du hérisson par la seconde du n. 419, & celui du rouet par la seconde du n. 420.

Tout le reste se trouvera ainsi que dans la supposition précédente.

VII. Exemple de la construction de plusieurs moulins placés sur la même ligne.

429. On a une riviere de laquelle on dérive un volume d'eau connu que l'on conduit par un canal à un endroit où l'on peut disposer d'une chûte donnée. On demande le nombre, l'espece & la construction des moulins qu'on doit employer, ainsi que l'effet qu'on en doit attendre.

Les eaux arrivées à l'endroit destiné, y seront reçues dans un bassin construit, ainsi que nous avons dit (245).

De la chûte absolue, on retranchera un pied (227), & l'on regardera pour un moment le reste dm (*fig.* 31) comme la chûte relative (237). Si dm est $>$ 7,314 pieds, le moulin sera simple; & si dm est $<$ 7,314 pieds, le moulin sera à engrénage (411).

Le nombre de moulins dépend de la grandeur des meules. Comme il est plus économique d'en construire le moins qu'il est possible, on prendra le poids que l'on voudra pour celui de l'équipage d'une meule, ayant soin de le choisir le plus grand qu'on pourra ; & par le moyen de l'équation du n. 404, on trouvera le volume d'eau nécessaire à un pareil équipage. Qu'on divise le volume total par celui qu'on vient de trouver, & qu'on prenne le nombre entier qui approche le plus du quotient. Ce nombre sera celui des moulins, & par conséquent celui des embrâsures d, d, (*fig.* 35).

Divisons le volume d'eau du canal par le nombre de moulins, & nous aurons le volume nécessaire à chaque moulin.

Connoissant la dépense pour chaque moulin, on déterminera la grandeur des embrâsures par la formule du n. 241.

Supposons 1°. que l'on ait $dm > 7,31$ pieds. Le moulin qu'on pourra employer sera représenté par la *fig.* 46. On connoîtra la dépense & la chûte. Donc on le construira de la même maniere que dans le premier exemple du n. 427.

La quantité de farine produite dans une heure, par un seul moulin, se trouvera aussi de la même maniere que dans l'exemple cité. Qu'on la multiplie par le nombre de moulins, & l'on aura l'effet total produit dans une heure.

Supposons 2°. que l'on ait $dm < 7,314$ pieds. Le moulin sera à engrénage, & de la forme représentée par la *fig.* 28. Connoissant encore la dépense & la chûte, la construction, ainsi que la détermination de l'effet produit dans une heure par chaque moulin, se rapporteront au troisieme exemple du n. 427.

Multipliant par le nombre de moulins, l'effet produit par un seul, on aura l'effet total.

Pour ce qui est des canaux de décharge, on exécutera ce que nous avons dit (223 — 230 & 245).

Conclusion de la seconde partie.

430. Il semble que la théorie que nous venons de donner, doit suffire pour la construction des moulins à bled, soit simples, soit composés, mûs par la seule impulsion de l'eau; & qu'avec le secours des principes établis, on pourra résoudre la question du n. 262, sur laquelle roule toute cette seconde partie. Si ces principes sont invariables, les effets seront tels que les calculs les donneront. Si au contraire ils essuient des variations, ces variations influeront infailliblement sur les effets. Or, en examinant de près les moulins à bled, on verra qu'il n'y a peut-être point de machine plus variable, & dont la valeur exacte de l'effet soit plus difficile à déterminer. L'action

des meules change ſans ceſſe, à cauſe que leurs inégalités s'émouſſant, elles ne peuvent plus avoir priſe ſur les grains de la même maniere qu'auparavant. Les grains qu'on moud ſont de différentes eſpeces, & ils ont plus ou moins de dureté ſelon leur nature. Cette différence de dureté ſe trouve ſouvent dans les grains de même eſpece, ſelon les circonſtances. Les Meûniers hauſſent ou baiſſent plus ou moins le pallier, ſelon leurs uſages & leur maniere d'enviſager les choſes, & par-là ils produiſent plus ou moins de réſiſtance, & plus ou moins de chaleur & de ténuité dans la farine, dont la quantité doit alors néceſſairement varier, ainſi que les élémens qui concourent à ſa production (269). Il eût été impoſſible de faire entrer toutes ces variations dans le calcul des moulins, puiſque la plupart n'eſt ſoumiſe à aucune loi déterminée, & il falloit, ainſi que nous avons fait, partir d'un point fixe, pour donner une théorie ſuivie qui pût faire connoître les meilleures dimenſions de ces machines. Quoi qu'il arrive, ces dimenſions ne ceſſeront pas d'être les plus avantageuſes, & la qualité de l'effet, qui eſt ici le principal objet qu'on doit avoir en vue, variera bien moins que ſa quantité. Nous avons vu (388) que la farine conſidérée ſeulement par rapport à la chaleur, étoit ſenſiblement la même ſous quarante-huit & ſoixante-une révolutions par minute. Ainſi, la qualité ne ſera pas ſenſiblement détériorée par la chaleur réſultante de l'augmentation de vîteſſe, pourvu que le nombre de révolutions par minute tombe entre 48 & 61. Une plus grande preſſion augmenteroit auſſi la chaleur de la farine ; mais cette augmentation ne ſera pas conſidérable, à cauſe que la preſſion ne peut augmenter, ſans faire augmenter la réſiſtance & diminuer la vîteſſe de la meule, qui dès-lors feroit moins de révolutions dans un temps donné. On peut donc dire que la chaleur de la farine variera peu dans un moulin bien conſtruit, quoiqu'on faſſe varier la vîteſſe de la meule en hauſſant ou en baiſſant le pallier. La qualité de la farine conſidérée

par rapport à fa ténuité, pourra auffi varier par les différents degrés d'élévation du palliet, c'eft-à-dire qu'au-delà d'un point donné, la farine fortira plus groffiere qu'auparavant : mais ce point eft bientôt connu par les Meûniers, & par conféquent on n'a rien à craindre à cet égard.

Toutes ces variations dans les différentes pofitions de la meule, influeront bien plus fenfiblement fur la quantité de farine qu'on obtiendra dans un temps donné, puifque, toutes chofes d'ailleurs égales, l'effet (65) eft proportionnel à la vîteffe de la machine. Elles en rendront donc l'exacte détermination extrêmement difficile, pour ne pas dire impoffible. Ainfi en attendant qu'on ait fait des expériences plus nombreufes & plus exactes, on peut admettre fans reftriction fenfible tout ce qui regarde la conftruction. Quant aux méthodes qui concernent la détermination de la valeur abfolue de l'effet, elles ont befoin d'être modifiées, & les réfultats qu'elles donneront, doivent être regardés comme des réfultats moyens d'après lefquels on peut juger par approximation des avanrages qu'un moulin pourra produire au propriétaire, & connoître s'il pourra fuffire à une confommarion donnée. Je penfe que c'eft là tout ce qu'on peut exiger de la théorie des moulins à bled.



ESSAI
SUR LA MANIERE DE CONSTRUIRE LES MACHINES HYDRAULIQUES, ET EN PARTICULIER LES MOULINS A BLED.

TROISIEME PARTIE.

Traité Pratique.

431. Nous diviferons cette partie en trois fections. Dans la premiere, nous rrairerons fuccinctemenr des connoiffances néceffaires pour les fections fuivantes. Dans la feconde, nous expoferons les principales règles pour la conftruction la plus avantageufe des machines hydrauliques en général. Dans la troifieme, nous donnerons celles qui regardent les moulins à bled pour leur faire produire la plus grande quantiré & la meilleure qualité poffible de farine. Dans les mefures dont nous ferons ufage, nous emploierons la livre poids de marc, pour évaluer les poids des corps; le pied de roi pour évaluer l'étendue, & la feconde pour mefurer le temps. Si quelquefois il nous arrive d'employer d'autres unités, nous en averrirons. Comme dans les deux parties qui précédent, il y a bien des chofes qui fonr traitées fans géométrie, & d'une maniere affez fimple pour pouvoir être entendues de tour le monde, pour ne pas nous répéter, nous y renvetrons les Lecteurs.



SECTION I.

Des connoiſſances néceſſaires pour les Sections ſuivantes.

Maniere dont on doit enviſager une fraction.

432. DANS le cours de ce traité, nous aurons ſouvent beſoin de convertir une fraction propoſée en une autre, dont la valeur ſoit à très-peu de choſe près la même, & qui ait pour dénominateur l'unité accompagnée d'un certain nombre de zéros. Ainſi, nous ferons d'abord remarquer que dans une fraction quelconque, le numérateur doit être regardé comme le dividende, & le dénominateur comme le diviſeur. Par exemple, dans la fraction $\frac{4}{7}$, le numérateur 4 eſt le dividende, & le dénominateur 7 eſt ſon diviſeur; & l'on peut dire indiſtinctement, quatre unités diviſées par ſept, ou 4 ſeptiemes de l'unité.

Maniere de changer une fraction en une autre très peu différente.

433. Pour changer une fraction donnée en une autre qui en differe très-peu, & dont le dénominateur ſoit l'unité accompagnée d'un certain nombre de zéros, on ajoutera un pareil nombre de zéros à la ſuite du numérateur, & en cet état, l'ayant diviſé par le dénominateur, on regardera les unités entieres du quotient réſultant, comme le numérateur de la nouvelle fraction. Quant au reſte de la diviſion, s'il y en a un, on le négligera.

Exemple. Si nous voulons changer la fraction $\frac{4}{7}$ en une autre, dont le dénominateur ſoit $= 100000$, nous ajouterons 5 zéros à la ſuite de 4, & nous aurons $\frac{400000}{7}$. Effectuons la diviſion du numérateur par le dénominateur; la partie entiere du quotient ſera $= 57142$. Ce ſera auſſi le nouveau numérateur, & la fraction deviendra $\frac{57142}{100000}$, laquelle différera très-peu de la premiere.

On

On doit remarquer que le signe $=$, dont nous nous sommes servis dans l'exemple précédent, & que nous emploierons fréquemment dans la suite, signifie *égal à* ou *égale à*.

Maniere d'élever un entier à une puissance proposée.

434. Pour élever un nombre entier au quarré ou à la seconde puissance, on le multipliera une fois par lui-même: pour l'élever au cube ou à la troisieme puissance, on le multipliera deux fois par lui-même: pour l'élever à la quatrieme puissance, on le multipliera trois fois.

Exemple. Pour élever 4 au quarré, je le multiplie par 4, ce qui me donne son quarré $= 16$. Pour l'élever au cube, je le multiplie d'abord par 4, & ensuite je multiplie le produit 16 par 4; ce qui donne 64 pour son cube. Pour l'élever à la quatrieme puissance, je le multiplie d'abord deux fois par lui-même, ce qui me donne 64; & ensuite je multiplie ce produit par 4, & j'ai 256 pour la quatrieme puissance de 4.

435. En général, pour élever un nombre entier à une puissance proposée, il faut le multiplier par lui-même autant de fois moins une, qu'il y a d'unités dans le nombre qui exprime le degré de la puissance.

Exemple. Pour élever 4 à la huitieme puissance, je le multiplie huit fois moins une (c'est-à-dire sept fois) de suite par lui-même, & j'ai 65536 pour la huitieme puissance de 4.

Maniere d'élever une fraction à une puissance proposée.

436. Pour élever une fraction à une puissance proposée, on élevera séparément le numérateur & le dénominateur, selon la méthode des n. 434 & 435.

Exemple. Supposons qu'on veuille élever $\frac{4}{7}$ au cube; je prends le cube de 4 qui est 64, & celui de 7 qui est 343; & j'ai $\frac{64}{343}$ pour le cube de la fraction $\frac{4}{7}$.

Maniere d'extraire la racine quarrée d'un nombre entier.

437. Venons à la maniere d'extraire les racines, & commençons par la racine quarrée. Supposons qu'il soit question

d'extraire celle du nombre 34378. Je le partage en tranches de deux chiffres chacune, en allant de droite à gauche; & de la tranche la plus à gauche, qui peut n'être que d'un seul chiffre, comme on voit dans cet exemple, j'extrais la racine quarrée du plus grand quarré qui y soit contenu. Or le plus grand quarrée contenu dans 3 est 1, dont la racine quarré est aussi = 1. Je mets donc cette racine à côté, & retranchant son quarré 1 de 3, j'écris le reste 2 au-dessous. A côté de ce reste, j'abaisse la tranche suivante 43, & ayant séparé par un point le chiffre 3 le plus à droite, je mets le double 2 de la racine déjà trouvée au-dessous du chiffre restant 4. Je divise par ce chiffre 2 la partie restante 24, qui est à la gauche du point dans le nombre 243; & pour savoir si 8 est le nombre que je dois prendre pour quotient, je l'écris à la racine & à la droite du diviseur 2, & je multiplie le nombre 28 qui résulte de cet arrangement par le dernier chiffre 8. Retranchant le produit de 243, je trouve pour reste 19 qui me fait voir que 8 n'est pas trop grand, puisque la soustraction peut se faire. Pour m'assurer s'il n'est pas trop petit, je prends le double 36 de la racine déjà trouvée 18, & je l'augmente de l'unité, ce qui me donne 37: & puisque le reste 19 est moindre que ce nombre, je conclus que 8 n'est pas trop petit. Au contraire, il le seroit, si 19 étoit plus grand que 37.

```
3.4 3.7 8 | 185
2 4.3
  2 8
-----
  1 9 7.8
    3 6 5
    -----
    1 5.3
```

A côté du reste 19, je descends la tranche suivante 78, dont je sépare le dernier chiffre 8 par un point. Au-dessous de la partie restante 197, j'écris le double 36 de la racine trouvée 18, & je divise 197 par 36, ce qui me donne 5 au quotient. Je l'écris à la droite de la racine & du diviseur, & je multiplie par ce même quotient le nombre 365, qui résulte en l'écrivant à la suite du diviseur. Je retranche le produit de 1978, & j'ai pour reste 153, qui étant moindre que le double de la racine

185, augmenté de l'unité, me fait voir que 5' est le chiffre convenable. Ainsi 185 est la racine quarrée la plus proche de 34378.

438. L'exemple précédent donne un reste qui nous fait voir que la véritable racine de ce nombre est la quantité entiere trouvée, augmentée d'une fraction. On doit regarder pareillement la plupart des nombres sur lesquels on opere, comme des quarrés imparfaits, & dont les racines sont suivies de fractions. Ainsi, pour extraire les racines quarrées avec quelque précision, on suivra cette règle: mettez à la suite du nombre proposé tel nombre pair de zéros que vous voudrez: en cet état, extrayez sa racine quarrée selon la méthode du n. 437, & divisez-la par un nombre composé de l'unité, accompagnée de la moitié autant de zéros que vous en avez mis à la suite du nombre proposé. Le quotient sera la racine approchée de ce nombre.

Maniere de trouver la racine quarrée par approximation.

Exemple. Prenons encore le nombre 34378, & mettons à sa suite six zéros. Ce nombre deviendra 34378000000. Extrayons-en la racine quarrée; nous trouverons 185413, & pour reste 19431 que nous négligerons. Puisque nous avons ajouté six zéros à la suite de 34378, prenons-en la moitié, c'est-à-dire trois, & mettons-les à la suite de l'unité; ce qui nous donnera 1000. Divisons la racine 185413 par cette quantité, & nous aurons la racine approchée de 34378 qui sera $= \frac{185413}{1000}$, ou $= 185 \frac{413}{1000}$.

439. Pour trouver la racine quarrée d'une fraction, changez-la en une autre par la méthode du n. 433, observant alors d'ajouter à la suite du numérateur, un nombre pair de zéros: extrayez la racine du nouveau numérateur, & négligeant le reste que vous trouverez à la fin, divisez-la par l'unité accompagnée de la moitié autant de zéros que vous en avez mis à la suite du numérateur.

Maniere de trouver la racine quarrée d'une fraction.

Exemple. Supposons qu'il s'agisse d'extraire la racine quar-

rée de $\frac{4}{5}$. J'ajoute six zéros à la suite de 4, & j'ai 4000000. Je divise cette quantité par 5, ce qui donne 800000. J'en extrait la racine quarrée par la méthode du n. 437, & je trouve 894 que je divise par l'unité accompagnée de trois zéros, c'est-à-dire par 1000. Ainsi, la racine approchée de $\frac{4}{5}$ est $\frac{894}{1000}$.

Maniere d'extraire la racine cubique d'un nombre entier.

440. Qu'il soit question maintenant d'extraire la racine cubique du nombre entier 7432156. Je le partage en tranches de trois chiffres en allant de droite à gauche : la derniere tranche pourra en avoir moins de trois. Cela fait, je prends le plus grand cube renfermé dans 7, & je trouve 1 dont j'écris la racine cubique 1 à côté. De 7 je retranche le cube de 1, & j'écris le reste 6 au-dessous. A côté de ce reste, j'abaisse la tranche suivante 432 dont je sépare les deux derniers chiffres par un point. Au-dessous de la partie à gauche 64, j'écris le triple du quarré de la racine trouvée, c'est-à-dire 3, & je divise 64 par cette quantité. Je mets le quotient 9 à la droite du chiffre 1 de la racine. J'éleve la racine 19 au cube, & j'ai 6859, que je retranche de la partie 7432, sur laquelle j'ai déjà opéré. A côté du reste 573, j'abaisse la tranche restante 156, dont je sépare les deux derniers chiffres par un point. Je prends le quarré 361 de la racine 19, & je le triple; ce qui me donne 1083 que j'écris au-dessous de la partie 5731, qui est à la gauche du point. Je divise 5731 par 1083, & je mets le quotient 5 à la droite de la racine 19. J'éleve la racine 195 au cube, ce qui me donne 7414875 que je retranche de la partie du nombre total sur laquelle j'ai opéré. Le reste 17271 me fait voir qu'il s'en faut de cette quantité que le nombre proposé ne soit le cube de 195. Ainsi 195 est la racine entiere la plus approchée de ce nombre.

```
7.432.156|195
1
64.32
 3
6859
 5731.56
  1083
7414875.
  17271
```

Dans les divisions qu'exige cette opération, on doit observer

de mettre au quotient les chiffres les plus forts qu'elles donneront. S'ils sont trop grands, on le reconnoîtra en ce que le cube de la racine sera trop grand pout pouvoir être retranché de la partie correspondante du nombre proposé ; & alors on les diminuera successivement d'une ou de plusieurs unités, jusqu'à ce que la soustraction puisse se faire.

441. La plupart des nombres étant des cubes imparfaits, & leurs racines renfermant ordinairement des fractions, avant l'opérarion, on mettra à la suite du nombre proposé tel nombre qu'on voudra de tranches de zéros composées chacune de trois, & l'on extraira la racine cubique de la totalité, en suivant la méthode du numéro précédent. On négligera le reste qu'on aura à la fin de l'opération, & l'on divisera la racine rrouvée par l'unité accompagnée d'autant de zéros qu'on aura mis de rranches à la suite du nombre proposé. Le quotient sera la racine approchée de cette quantité. Maniere de trouver la racine cubique par approximation.

Exemple. Je mets deux tranches de zéros à la suite du nombre précédent 7432156, & j'ai 7432156000000. J'en extrais la racine cubique que je trouve être 19515. Je néglige le reste, & je divise cette racine par l'unité accompagnée de deux zéros, c'est-à dire par 100, ce qui me donne $\frac{19515}{100}$ ou 195 $\frac{15}{100}$ pour la racine approchée de 7432156.

442. Pour rrouver la racine cubique d'une fraction, convertissez-la en une aurre, par la méthode du n. 433, observant de n'ajouter des zéros, à la suite du numérateur, que par tranches de trois chacune. Extrayez la racine du nouveau numérareur, & à la fin de l'opération négligeant le reste, divisez la racine trouvée par l'unité accompagnée d'autant de zéros que vous en aurez mis de tranches à la suite du numérateur primitif, le quotient sera la racine approchée que vous cherchez. Maniere de trouver la racine cubique d'une fraction.

Exemple. Suppoſons qu'on demande la racine cubique de $\frac{15}{4}$. Je mets deux tranches de zéros à la ſuite de 15, & j'ai 15000000. Diviſant cette quantité par 4, je trouve 3750000. Ainſi, la quanrité $\frac{15}{4}$ eſt devenue $\frac{3750000}{1000000}$. J'exrrais la racine cubique du nouveau numérarcur, que je trouve êrre = 155, & je la diviſe par l'uniré ſuivie de deux zéros ou par 100, ce qui me donne $\frac{155}{100}$ ou $1\frac{55}{100}$ pour la racine approchée de la quanrité $\frac{15}{4}$.

443. Il ſeroit inutile de donner la méthode d'extraire les racines ſupérieures à la cubique, ſoit à cauſe que ces méthodes deviennent toujours plus compliquées à meſure que le degré de la racine augmenre; ſoit parceque nous ſimplifierons les règles qui exigeroient des calculs trop compoſés, en indiquant des procédés par le moyen deſquels on trouvera les quantirés cherchées avec une approximation plus que ſuffiſante pour la pratique.

Maniere de ſimplifier dans certains cas les quantités fractionnaires.

444. Lorſque par une ſuite d'opérations mulripliées, on ſera arrivé à une quantiré fractionnaire dont le dénominareur aura plus de trois zéros à la ſuite de l'uniré, on ſupprimera les ſurnuméraires; mais en même temps il faut avoir ſoin de ſupprimer le même nombre de chiffres à la droite du numérareur. Si l'on n'en ſupprime qu'un, & qu'il ſoit plus grand que 5, on augmentera d'une uniré le dernier de ceux qui reſteront; il en ſera de même ſi l'on en ſupprime deux qui forment un nombre plus grand que 50, ou ſi l'on en ſupprime trois qui forment un nombre plus grand que 500, &c. Par ce moyen on ſimplifiera la quantité ſans en changer ſenſiblement la valeur.

Exemple. Si l'on avoit le nombre $\frac{341478}{100000}$, on pourroit ſupprimer deux zéros au dénominateur, & les deux derniers chiffres du numérateur; ce qui réduiroit la quantiré à $\frac{3414}{1000}$. Mais comme les chiffres ſupprimés 78 forment un nombre plus grand que 50, on ſuppoſera que le dernier chiffre du numérateur eſt

plus grand d'une unité, ou qu'il eſt $= 5$, ce qui change la quantité en $\frac{3415}{1000}$.

Si l'on avoit $\frac{345412}{100000}$, en ſupprimant les deux derniers chiffres, on auroit $\frac{3454}{1000}$. Ici le dernier chiffre 4 du numérateur ſera toujours le même, à cauſe que le nombre ſupprimé 32 eſt moindre que 50.

445. Il peut arriver qu'après avoir diviſé le numérateur par le dénominateur, la fraction qui accompagnera les entiers, ſoit aſſez petite pour pouvoir être entièrement négligée ſans craindre d'erreur ſenſible. Si l'on avoit, par exemple, $\frac{23004}{1000}$; en diviſant, cette quantité deviendroit $= 23\frac{4}{1000}$. Or la fraction $\frac{4}{1000}$ eſt très petite, & elle peut fort ſouvent être négligée vis-à-vis la quantité entiere.

446. Il faut remarquer que les ſimplifications dont nous venons de parler, ne devroient pas être employées s'il reſtoit à multiplier ces quantités par un nombre dont la valeur approchât de celle qui ſeroit exprimée par le dénominateur diviſé par le nombre que forment les chiffres ſupprimés au numérateur. Par exemple, dans le nombre $\frac{345478}{100000}$, on n'auroit pas pu faire la ſuppreſſion des deux derniers chiffres, ſi le nombre total eût dû être multiplié par $\frac{100000}{78}$ ou par une quantité approchante. Il en auroit été de même dans l'exemple du n. 445, ſi le nombre $\frac{23004}{1000}$ eût dû être multiplié par une grandeur approchante de $\frac{1000}{4}$.

447. Soit la *figure* cinquante-deuxieme décrite par le mouvement d'une pointe du compas autour d'un point fixe C. L'eſpace renfermé par la ligne AFBG, s'appelle *cercle*, & la ligne elle-même eſt ſa *circonférence*. Le point C en eſt *le centre*; BA *le diametre*; & CA ou CB *le rayon*. Si du même centre & d'un rayon égal à CD, nous décrivons la circonférence DHEI, l'eſpace AFBGIDHE, compris entre ces deux circonférences, ſe nomme *couronne*. Définition du cercle & de ſes parties. FIG. 52.

Règle pour trouver la circonférence d'un cercle.

448. Pour avoir la longueur de la circonférence d'un cercle, il faut multiplier son rayon par $\frac{44}{7}$, ou son diametre par $\frac{22}{7}$.

Exemple. Supposons qu'il s'agisse de trouver la longueur de la circonférence d'une roue, dont le rayon = 4 pieds. On multipliera 4 par $\frac{44}{7}$, & le produit = $\frac{176}{7}$ pieds sera la circonférence cherchée. On auroit la même quantité en multipliant le diametre = 8 pieds par $\frac{22}{7}$.

Règle pour trouver la surface d'un cercle.

449. Pour avoir la surface d'un cercle, ou le nombre de pieds quarrés compris dans le cercle, il faut multiplier la circonférence évaluée en pieds par la moitié du rayon.

Exemple. Continuons de supposer que le rayon est = 4 pieds. Nous venons de voir (448) que la circonférence sera = $\frac{176}{7}$ pieds. Multiplions-la par la moitié de 4, c'est-à-dire par 2; & le produit = $\frac{352}{7}$ pieds quarrés sera la surface demandée.

Règle pour trouver la surface d'une couronne. FIG. 52.

450. Pour avoir la surface de la couronne, on prendra un point K également éloigné de A & de D. Du point C & d'un rayon égal à CK, on décrira une circonférence KLMN, dont on multipliera la longueur par la largeur AD de la couronne.

Exemple. Supposons CA = 4 pieds, & CD = $\frac{7}{2}$ pieds. AD sera = $\frac{1}{2}$ pied, & DK = KA = $\frac{1}{4}$ pied. Donc CK sera égale à CA diminuée de AK, c'est-à-dire = 3 $\frac{3}{4}$ pieds = $\frac{15}{4}$. Par la règle du n. 448, la circonférence KLMN sera égale au produit de $\frac{15}{4}$ par $\frac{44}{7}$ qui est = $\frac{165}{7}$ pieds. Multiplions cette quantité par la largeur $\frac{1}{2}$, & nous aurons la surface de la couronne = $\frac{165}{14}$ pieds quarrés.

Définition du triangle & de ses parties. FIG. 53.

451. Une figure qui a trois côtés, comme la figure cinquante-troisieme se nomme *triangle*. Les lignes AB, BC, AC qui le forment, en sont les *côtés*; & les ouvertures A, B, C que font ces côtés se nomment *angles*. La ligne BD menée d'un des angles perpendiculairement au côté opposé (prolongé s'il

s'il est nécessaire), se nomme la *hauteur* du triangle, & le côté sur lequel (ou sur le prolongement duquel) elle tombe, en est la *base*.

Règle pour trouver la surface d'un triangle. FIG. 53.

452. La surface d'un triangle BAC se trouve en multipliant la base AC par la moitié de la hauteur AB, ou la moitié de la base par la hauteur.

Exemple. Si la base AC $= \frac{1}{2}$ pied & la hauteur $= \frac{1}{3}$ pied, on mulpliera $\frac{1}{2}$ par la moitié de $\frac{1}{3}$ ou par $\frac{1}{6}$, & le produit $= \frac{1}{12}$ pied quarré sera la surface du triangle.

Définition du quadrilatere. FIG. 54 & 55.

453. Une figure qui a quatre côtés s'appelle en général un *quadrilatere*. Si les côtés opposés sont paralleles ou égaux, elle prend le nom de *parallélogramme*. Dans ce dernier cas, la figure est un *quarré long*, lorsque les angles sont droits ou les côtés à équerre comme dans la *figure* 54, & les côtés contigus D A, DC inégaux. Si au contraire les côtés étoient égaux comme dans la *figure* 55, les angles étant toujours droits, le parallélogramme seroit un *quarré* proprement dit.

Règle pour trouver la surface d'un quarré long, & d'un quarré parfait.

454. La surface d'un quarré long & celle d'un quarré proprement dit se trouvent en multipliant les deux côtés contigus l'un par l'autre.

Exemple. Supposons qu'un des deux côtés soit de $\frac{1}{2}$ pied, & l'autre de $\frac{1}{3}$ pied: la surface sera $= \frac{1}{6}$ pied quarré. Si les deux côtés étoient l'un & l'autre de $\frac{1}{2}$ pied, la surface seroit $= \frac{1}{4}$ pied quarré.

Définition des polygones. FIG. 56.

455. Une figure qui a plusieurs côtés, se nomme en général *polygone*. Une ligne quelconque AF (*fig.* 56) tirée d'un angle à l'autre s'appelle *diagonale*. On distingue des polygones réguliers & des polygones irréguliers, & la Géométrie donne des règles pour en avoir dans plusieurs cas la superficie d'une maniere plus courte. Comme il seroit trop long de parcourir

toutes les méthodes, nous nous bornerons à une seule de laquelle toutes les autres dérivent, & qui s'applique à tous les polygones de quelque espece qu'ils soient.

Règle pour trouver la surface d'un polygone. FIG. 56.

456. Pour avoir la surface d'un polygone tel que celui de la *figure* 56, d'un de ses angles A, menez aux autres les diagonales AC, AD, AE, AF, AG. Ces diagonales partageront le polygone en autant de triangles moins deux, qu'il y aura de côtés. Prenez la surface de chaque triangle par la méthode du n. 452, & ajoutez toutes ces surfaces. La somme sera la surface du polygone.

Cette règle n'a pas besoin d'exemple, après ce que nous avons dit au n. 452.

Définition du cube.

457. Quand on veut connoître le volume des corps, on se sert d'une mesure semblable à celle d'un dé à jouer, c'est-à-dire dont les arêtes sont égales & perpendiculaires entre elles. Cette mesure se nomme *cube*, & lorsque l'arête ou le côté est d'un pied, elle s'appelle *pied cube*. Comme les arbres & les autres pieces dont on se sert dans les machines, ont ordinairement la même épaisseur dans toute leur étendue, nous nous bornerons à donner la maniere de trouver le volume des corps également gros dans toute leur longueur.

Règle pour trouver le volume d'un corps d'une grosseur uniforme. FIG. 57 & 58.

458. Quand on aura un corps tel que celui de la *fig.* 57 ou de la *fig.* 58, également gros dans toute son étendue, pour en avoir le nombre de pieds cubes, il faut le couper perpendiculairement à sa longueur AE, prendre la surface de la section ABCD, par quelqu'une des méthodes précédentes, & la multiplier par la longueur AE de la piece.

Exemple. Supposons qu'on ait AE $=$ 12 pieds, & la surface de la section ABCD $= \frac{2}{3}$ pied quarré. Le volume sera égal au produit de 12 par $\frac{2}{3}$, qui donne 8 : ce sera le nombre de pieds cubes de la piece proposée.

459. Lorſqu'on a le volume d'un corps, pour en avoir le poids, il faut multiplier ce volume évalué en pieds cubes par le poids d'un pied cube de même matiere. Règle pour trouver le poids d'un corps.

Exemple. Si un pied cube de matiere de même nature que le corps du numéro précédent peſe 60 ℔; ce corps peſera huit fois 60 ℔ ou 480 ℔.

460. Pour trouver ce que peſe un pied cube de matiere qui ne pourroit pas ſurnager ſur l'eau, on ſuivra ce procédé : prenez un morceau quelconque de cette matiere, & peſez-le ſucceſſivement dans l'air & dans l'eau ; enſuite multipliez 70 ℔ par ſon poids dans l'air, & diviſez le produit par la perte qu'il fait dans l'eau. Le quotient ſera le nombre de livres que peſera un pied cube de cette matiere. Règle pour trouver le poids d'un pied cube de matiere plus peſante que l'eau.

Cette méthode eſt fondée ſur la formule du n. 208. 1°.

Exemple. Suppoſons que le morceau qu'on prendra de cette matiere peſe 5 ℔ 3 onces dans l'air, & 3 ℔ 7 onces dans l'eau. En réduiſant tout en onces, ſon poids dans l'air ſera = 83 onces, & ſon poids dans l'eau = 55 onces. Ainſi la perte qu'il fait dans l'eau eſt = 28 onces. Effectuant ce qui eſt preſcrit par la règle, nous aurons le poids d'un pied cube qui ſera = $\frac{5810}{28}$ ℔ = 207 $\frac{1}{2}$ ℔.

461. Si cette matiere ſurnageoit, comme par exemple le bois ; au morceau qu'on auroit pris & qu'on auroit peſé dans l'air, on en ajouteroit un autre d'une matiere beaucoup plus peſante qu'on auroit eu ſoin de peſer auparavant dans l'eau. Ces deux morceaux étant joints enſemble, on les peſeroit dans l'eau ; & enſuite on feroit cette opération. Règle pour trouver le poids d'un pied cube de matiere plus légere que l'eau.

1°. Multipliez 70 ℔ par le poids du morceau de la matiere propoſée dans l'air, & vous aurez une premiere quantité.

2°. Ajoutez au poids du premier morceau dans l'air, celui

du second dans l'eau, & de la somme retranchez le poids de l'ensemble dans l'eau: vous aurez une seconde quantité.

3°. Divisez la premiere par la seconde, & le quotient vous donnera le poids d'un pied cube de la matiere proposée.

Cette règle n'est que le développement de la formule du n. 208. 2°.

Exemple. Supposons que le morceau de la matiere la plus légere proposée, pese 30 onces dans l'air, & que ne pouvant pas entièrement s'enfoncer dans l'eau, on lui ajoute le morceau employé dans l'exemple du numéro précédent. Si l'ensemble pesé dans l'eau donne 50 onces; en suivant le procédé indiqué dans la règle que nous venons de donner, nous aurons la premiere quantité = 2100 ℔, & la seconde = 35. Divisant la premiere par la seconde, nous aurons le poids cherché = 60 ℔.

SECTION II.

Des Machines hydrauliques en général.

462. DANS cette section, nous établirons d'abord quelques principes généraux. Ensuite nous parlerons des canaux & des coursiers; des écluses, des roues à aubes mues par des courans particuliers ou par des rivieres; des engrénages, pivots, &c. de la construction des machines & de la détermination de leurs effets. Enfin nous ferons voir l'usage des principes établis par l'application à divers exemples.

§. I.

Principes Généraux.

463. Dérivons les eaux d'une ſource de deux manieres différentes ; 1°. par le moyen d'un courſier qui parte du point le plus haut de la chûte où il aura la même largeur que le canal de conduite en cet endroit ; 2°. en employant un baſſin conſtamment entretenu plein, & faiſant partir le courſier d'un point quelconque, pris au-deſſous de la ſurface de l'eau. Suppoſons que ces deux courſiers aboutiſſent l'un & l'autre au même point où l'impulſion doit ſe faire ſur la roue. L'eau arrivée au point le plus bas aura acquis plus de viteſſe par le premier que par le ſecond.

Quelle eſt la dérivation qui procure le plus de viteſſe à l'eau.

Cette propoſition a été démontrée géométriquement au n. 26. Nous ajouterons ici que la choſe ne doit pas paroître ſurprenante à cauſe que les filets d'eau ſortent par un orifice pratiqué au-deſſous de la ſurface, ſelon des directions qui ſe croiſent, & qui altérent leur vîteſſe : au lieu que l'eau entrant du canal dans ce courſier, conſtruit ainſi que nous venons de dire, n'éprouve rien de ſemblable. Il eſt vrai que le frottement y eſt plus conſidérable, à raiſon de ſon excès de longueur ſur le courſier inférieur ; mais cet excès de frottement eſt amplement compenſé par l'accélération.

464. Si l'on a deux volumes d'eau égaux, leurs forces ſont proportionnelles à leurs vîteſſes.

La force de l'eau eſt comme ſa viteſſe.

Car il en eſt des fluides comme des ſolides. Or il n'y a perſonne qui ne conçoive, par exemple, que deux boules de même poids étant pouſſées avec différentes vîteſſes, celle qui aura le plus de vîteſſe aura auſſi le plus de force. Donc il en ſera de même des volumes d'eau dont il s'agit.

465. De ces deux principes il réſulte, 1°. que l'on doit dé-

Conſéquences qui réſultent des principes précédens.

river l'eau du plus haut point possible, par le moyen d'un simple coursier, sans employer de bassins, & sans la faire passer tout-à-coup d'un canal large dans un coursier qui le seroit moins (89).

2°. Que l'on doit faire ensorte que l'impulsion se fasse au point le plus bas (88).

Car par ce moyen, on procurera à l'eau toute la vîtesse, & par conséquent toute la force dont elle est susceptible, eu égard à la chûte dont on a à disposer.

3°. Que quand on a peu d'eau, il vaut mieux construire une petite machine qui se meuve sans interruprion, que d'en construire une plus grande à écluse (91).

On en sentira la raison, si l'on fait attention qu'en général l'effet est proportionnel à la force qui le produit. La force dépend de la masse d'eau & de sa vîtesse. Or dans le temps que le bassin met à se remplir & à se vuider, la source qui fournit, dépense autant que le bassin dans le temps qu'il se vuide. Ces deux masses d'eau sont donc égales; mais leurs vîtesses ne sont pas les mêmes au bas de la chûte. Celle de l'eau qui sort du bassin est constamment moindre que celle de l'eau dérivée sans écluse du point le plus haut, par les raisons que nous en avons données au n. 463, & parceque la surface de l'eau dans le reservoir s'abaissant continuellemenr, la charge ou la pression supérieure devient toujours moindre.

Variations des sources.

466. Les sources dont on dérive les eaux pour le mouvement des machines hydrauliques, essuient des variations continuelles par le froid, le chaud, la pluie & la sécheresse.

Voyez ce que nous en avons dit au n. 217.

Un surcroît d'eau peut détruire l'effet ou en altérer la bonté.

467. Supposons qu'on ait construit une machine d'après un volume d'eau moindre que la plus grande dépense de la source motrice. Si le volume d'eau destiné à mouvoir la machine

augmente, la bonté de l'effet pourra en être altérée, & quelquefois l'effet lui-même en sera entièrement détruit.

Voyez-en la démonstration au n. 212.

468. Il suit de ce principe que le volume d'eau nécessaire à la machine étant une fois déterminé, il ne doit jamais augmenter, & pour cela on ménagera, près de la chûte, une vanne de décharge, pour laisser échapper les eaux superflues. Conséquence de ce principe.

Voyez le n. 213.

469. Si le volume d'eau nécessaire à la machine diminue, la bonté de l'effet n'en sera pas altérée, mais sa quantité en sera diminuée. La diminution du volume d'eau n'affecte que la quantité de l'effet.

Voyez-en la démonstration au n. 214.

470. Il suit de-là que pour produire constamment le même effet, le volume d'eau nécessaite à la machine ne doit jamais diminuer. Conséquence de ce principe.

Voyez le n. 215, où vous trouverez la maniere de rendre ce volume constant, dans la dérivation des eaux d'une riviere.

471. Quand on se servira d'une source particuliere, pour faire en sorte que le volume ne diminue jamais, & en même temps pour retirer le plus grand avantage de la source motrice, il faut regler les dimensions de la machine sur le volume que la source fournit dans le temps des basses eaux. Dépense sur laquelle on doit construire la machine.

Voyez-en la raison au n. 221.

472. Pour mettre à profit les eaux superflues qui s'échapperont par la vanne de décharge, ainsi que nous avons dit au n. 468, on les recevra dans un reservoir, & on les emploiera à mouvoir une machine à écluse. Emploi des eaux superflus.

Voyez le n. 213. Nous donnerons plus bas la construction des écluses.

§. II.

Des Canaux & des Courfiers.

Maniere approchée d'avoir la dépenfe d'une fource.

473. Dans les machines mues par des fources particulieres ou par la chûte de l'eau, la connoiffance du volume d'eau deftinée au mouvement de la machine, eft indifpenfablement néceffaire pour la détermination des dimenfions des courfiers, des canaux, &c. & pour celle de l'effet. Mais il n'y a gueres que la derniere qui exige une grande précifion ; au lieu qu'une certaine approximation fuffit pour les autres. Donnons d'abord le moyen de connoître d'une maniere approchée , la dépenfe d'une fource dans une feconde. On lui pratiquera un canal intérieurement bien poli, dont le fonds foit fenfiblement horifontal, & les côtés à plomb, & pour cela on aura foin de choifir un endroit où l'eau ait la liberté de fe précipiter de la hauteur de quelques pieds. A l'endroit du canal où la furface de l'eau commencera à avoir une viteffe fenfible, on mefurera la largeur & la profondeur des eaux, & enfuite on fera cette opération fondée fur la formule du n. 29.

Élevez au cube la profondeur de l'eau évaluée en pieds, & extrayez-en la racine quarrée que vous multiplierez par la largeur du canal, & par 488. Divifez le produit par 100, & vous aurez la dépenfe cherchée évaluée en pieds cubes.

Exemple. Suppofons que la largeur du canal foit $=$ 2 pieds, & la profondeur de l'eau $=$ 3 pieds. En exécutant ce qui eft prefcrit par la règle, on trouvera que la dépenfe dans une feconde eft de $50\frac{65}{100}$ pieds cubes a-peu-près.

Nous verrons ailleurs comment on peut connoître cette dépenfe d'une maniere plus exacte.

Pente des canaux de conduite. Fig. 31.

474. Les canaux de conduite doivent avoir très peu de pente.

Nous

Nous avons dit tout ce qu'il falloit dire sur ce sujet au n. 209 auquel nous renvoyons & où l'on trouvera les règles qu'il faut suivre.

475. On perd réellement en donnant trop de pente aux canaux de conduite.

La chose paroîtra sensible par la seule inspection de la *fig.* 31. L'eau arrivant du point A au point C, par la ligne AC essuiera bien plus de frottement qu'en parcourant la ligne DC après avoir été soutenue par la ligne AD presqu'horisontale. Voyez le n. 210, où ce principe a été démontré d'une maniere plus exacte.

476. Supposons que le point *a* (*fig.* 31) soit la surface de l'eau à la source, *a*A la profondeur au même endroit, & AB le fond du canal de conduite. Menons par le point *a* la ligne *ab* parallele au fond du canal & la ligne de niveau *ag*. Le point le plus haut de la chûte ne sera pas *g* mais *b*. Quel est le point le plus haut de la chûte. FIG. 31.

Voyez-en la raison au n. 211.

477. Il suit de-là que le point de la chûte qu'on doit regarder comme le plus haut dans la construction des machines, est au-dessous de la ligne de niveau *ag* d'une quantité égale à la pente qu'on donnera au fond AB du canal.

Cela est évident.

478. Pour trouver l'inclinaison du coursier DG (*fig.* 31), sur la ligne à plomb DK, prenez DE de 90 parties égales, & sur la ligne de niveau correspondante, prenez EF de 43 de ces mêmes parties. Ensuite tirez la ligne DFG, & vous aurez la position qui convient au coursier. Moyen d'avoir la position du coursier. FIG. 31.

Nous en avons donné la raison au numéro 23.

479. Nous avons fait voir au n. 233 que le passage du fond du canal AB au fond du coursier GH, devoit se faire par un arc de cercle BH. Le rayon de cet arc sera de 10 pouces 2 Arcs de cercle qui entrent dans la construction du coursier. FIG. 31.

Nn

lig. on trouvera ſon centre par la méthode ſuivante : on prendra D B & D H, l'une & l'autre d'environ un pied. On fixera aux points B & H les extrémités d'un fil B L, H long de 20 pouces 4 lig. Qu'on le tende exactement avec un poinçon placé au milieu. Ce poiçon déterminera le centre.

Cette méthode n'eſt qu'une ſuite de ce que nous avons dit au n. 233.

480. L'eau arrivée au bas du courſier, doit prendre ſa direction ſelon la ligne de niveau O M, & choquer dans ce ſens les aîles de la roue.

Nous avons démontré cette vérité aux n. 84 & 88.

481. Pour faire paſſer l'eau de la partie inclinée G H à la partie horiſontale *M m*, il faut employer un arc de cercle G M d'environ 4 pieds 9 pouces & demi de rayon, & qui touche ſeulement les lignes G H & *M m* ſans les couper.

Car ſi le paſſage ſe faiſoit par le point O, ſans employer aucun arc de cerle, l'eau qui auparavant ſe mouvoit dans la direction G O, ne pourroit prendre la direction O M, ſans frapper la ligne O M, & ſans perdre une partie de ſa force : au lieu que par le moyen de l'arc G M, l'eau prend la direction *M m* ſans rien perdre de ſa vîteſſe, ainſi que nous l'avons démontré au n. 22.

482. Pour trouver le centre N de cet arc, on prendra O M & O G chacune de 3 pieds, & aux points G & M on fixera les extrémités d'un fil long de 9 pieds 7 pouces qu'on tendra par le moyen d'un poinçon placé au milieu. Le point N auquel le poinçon répondra, ſera le centre cherché.

Cela eſt une ſuite de ce que nous avons dit au n. 232.

Conſtruction du fond de l'extrémité inférieure du courſier. Fig. 31.

483. Que la roue qu'on doit placer ſur le courſier ſoit horiſontale ou verticale, pour empêcher que l'eau ne s'échappe à pure perte entre le fonds du courſier, & l'extrémité des aîles, on pratiquera en *m* un reſſaut *m* Q R d'environ 3 pouces de

hauteur, & l'on placera la roue de façon qu'elle déborde un peu le prolongement mP de la ligne Mm, laissant toujours entre les aîles & le fond QR du coursier au-dessous du ressaut, l'espace nécessaire au jeu de la roue.

Voyez-en la raison aux n. 133, 136 & 139.

484. La longueur Mm de la partie horisontale comprise entre l'extrémité M de l'arc GM, & le ressaut peut être en général de 2 ou trois pieds.

Voyez ce que nous avons dit au n. 235.

485. Quelle que soit la roue dont on se servira, pour augmenter la force d'impulsion, on soutiendra l'eau par le fond QR sur toute l'étendue où s'opere le choc sur les aîles.

Voyez-en la raison aux n. 134 & 137.

486. Que KS représente la ligne de niveau qui passe par le point le plus bas de la chûte. Si le fond QR étoit trop proche de cette ligne, les eaux après le choc n'ayant plus qu'une partie de leur vîtesse pourroient dans certaines circonstances s'accumuler au-dessous de la roue, & gêner son mouvement. C'est pourquoi il faut soutenir QR à une certaine hauteur au-dessus du point le plus bas S. Cette hauteur est arbitraire jusqu'à un certain point: mais dans la pratique, on peut en général la fixer à 9 pouces (227).

487. C'est encore pour la même raison qu'au-dessous de QR on doit placer un coursier de décharge ST dont nous avons fixé la longueur & la pente au n. 230, auquel nous renvoyons. Régles pour le coursier de décharge. FIG. 31.

488. Le passage d'un coursier à l'autre doit se faire par un arc de courbe Rrr'.

Voyez-en la raison au n. 225.

489. Pour trouver à-peu-près la moindre largeur du coursier de décharge, on suivra ce procédé.

1°. On multipliera la dépenſe de la ſource par 684, & l'on aura une premiere quantité.

2°. De la chûte bK ou dS dont on peut diſpoſer, on retranchera Sm qui eſt en général d'un pied, puiſque (483) la hauteur mQ d'un reſſaut eſt de 3 pouces, & que (486) QS eſt en général de 9 pouces. Après avoir extrait la racine quarrée du reſte dm, on la multipliera par QS ou $\frac{3}{4}$ pied & par 1000. Le produit donnera une ſeconde quantité.

3°. On diviſera la premiere par la ſeconde, & le quotient ſera à quelque choſe près la moindre largeur cherchée.

Cette règle eſt fondée ſur la formule du n. 227, & ſur le raiſonnement qui l'accompagne.

Exemple. Suppoſons que bK ſoit de 14 pieds, & la dépenſe de la ſource de 10 pieds cubes; en faiſant les opérations preſcrites, on trouvera à-peu-près deux pieds & demi pour la moindre largeur du courſier de décharge.

490. Si la largeur qu'on trouvera par cette méthode étoit trop grande ou trop petite, ce ſeroit une preuve que le fond QR auroit été placé ou trop bas ou trop haut. On augmenteroit donc ou l'on diminueroit SQ; & après avoir ôté de bK la quantité Sm qui ſeroit alors plus grande ou moindre qu'un pied, on recommenceroit l'opération précédente.

C'eſt une ſuite de ce que nous avons dit au n. 228.

Exemple. Que la dépenſe de la ſource motrice ſoit de 40 pieds cubes par ſeconde, & la chûte la même que dans l'exemple précédent. Par la règle du n. 489, on trouveroit environ 10 pieds. Comme cette largeur eſt trop conſidérable, faiſons SQ de $\frac{7}{4}$ pieds; Sm ſera de deux pieds. Après avoir fait toutes les opérations, nous trouverons la moindre largeur qui ſera à-peu-près de un pied & demi. Cette quantité étant fort petite nous fait voir que nous pouvons en chercher une plus grande, en donnant à SQ une valeur moindre que $\frac{7}{4}$, & plus grande que $\frac{3}{4}$. Nous laiſſons aux Lecteurs le ſoin de la trouver.

491. Au point T où se terminera le coursier de décharge ST, commencera le canal de fuite TV, dont nous avons donné la construction au n. 230 auquel nous renvoyons. Règle pour le canal de fuite.

492. Si le coursier doit recevoir une roue horisontale, la ligne HI (*fig.* 22) du ressaut sera un arc de cercle dont le centre sera le même que celui de la roue, & dont le rayon surpassera le rayon de la roue de l'intervalle nécessaire au jeu, intervalle qu'on peut fixer à environ deux pouces. Figure de la ligne du ressaut. FIG. 22.

Voyez le n. 136.

493. Si le coursier est destiné à recevoir une roue verticale, la ligne EF (*fig.* 21) du ressaut, sera une ligne droite perpendiculaire à la longueur AF du coursier. FIG. 21.

Cela est évident.

494. Le point K (*fig.* 31) étant supposé le plus bas de la chûte, la ligne *b*K qui mesure la hauteur du point *b* regardé comme le plus haut (476) au-dessus de K, s'appelle *chûte absolue*. Si par les points *b* & K ou même les lignes de niveau *bd*, KS, la ligne *d*S sera égale à la ligne *b*K, & s'appellera pareillement *chûte absolue*. Dans le calcul d'une machine, ce n'est pas la chûte absolue qu'on emploie, mais la *chûte relative* qui est la distance du point *d* au milieu de la profondeur de naturelle l'eau au bas du coursier, & quelquefois même à la surface naturelle (231). Dans la pratique, lorsque la profondeur naturelle de l'eau au bas du coursier est considérablement moindre que *dm*, on peut généralement regarder la *chûte relative* comme égale à la hauteur du point *d*, supposé le plus haut, au-dessus de la surface de l'eau arrivée à la partie horisontale M*m* du coursier; & ce ne sera que quand *dm* étant fort petite, l'eau aura au bas de la chûte une profondeur assez considérable, que la *chûte relative* sera la distance du point *d* au milieu de cette profondeur. Nous donnerons bientôt la maniere de Définition de la chûte absolue & de la chûte relative. FIG. 31.

la déterminer. La chûte abſolue ſe trouve par le nivellement. Voyez le n. 231.

Rapport de la largeur du courſier à la profondeur de l'eau au bas de la chûte.

495. Pour bien entendre ce qui regarde la conſtruction des courſiers & la détermination des effets, il faut obſerver qu'on doit diſtinguer deux ſortes de profondeurs dans l'eau arrrivée au bas du courſier. La premiere eſt celle qu'elle auroit, ſi elle ne tencontroit aucune aîle, & qu'elle eût la liberté de s'échapper ſans obſtacle : c'eſt celle que nous nommons *profondeur naturelle.* La ſeconde eſt la *pronfondeur effective*, & elle eſt occaſionnée par le choc des aîles qui forcent les eaux à s'enfler. Dans la bonne conſtruction, cette derniere eſt environ deux fois & demi plus grande que la premiere, à moins que la roue ne fût placée ſur une riviere, auquel cas ces deux profondeurs ſeroient ſenſiblement les mêmes. Quand on connoîtra la *profondeur naturelle*, ſi on la multiplie par $\frac{5}{2}$, on aura la *profondeur effective.* Comme la premiere ſert à réſoudre bien des difficultés que la ſeconde ne réſoudroit pas immédiatement, les règles que nous donnerons ſeront relatives à la profondeur naturelle. Qu'on liſe avec attention l'obſervation que nous avons faite ſur ce ſujet au n. 235.

Cela poſé, paſſons à la détermination des dimenſions de la partie inférieure du courſier. La largeur du courſiet au bas de la chûte, c'eſt-à-dire en *m*, doit avoir un rapport déterminé avec la profondeur de l'eau au même endroit. En général elle peut être trois fois ou deux fois plus grande ou plus petite que cette profondeur, ou lui être égale. Ce ne ſera que quand on aura beaucoup d'eau, qu'on la fera trois fois plus grande ou trois fois moindre; car lorſqu'on en a peu, il faut approcher ces deux dimenſions de l'égalité, à cauſe des frottements. Dans les courſiers deſtinés à des roues verticales, la largeur ne pourra jamais être ni la moitié ni le tiers de la profondeur de l'eau. Cela n'aura lieu que pour ceux qui ſeront conſtruits pour des roues horiſontales.

Voyez les n. 142 & 144.

496. Pour trouver la largeur du courſier en m, de la chûte abſolue dS, retranchez mS qui eſt cenſée connue (489 & 490): extrayez la racine quarrée du reſte dm, & par cette racine, diviſez la dépenſe que fait la ſource dans une ſeconde: vous aurez un quotient dont vous extrairez pareillement la racine quarrée.

Moyen de trouver la largeur de l'extrémité inférieure du courſier. Fig. 31.

Multipliez cette racine par	$\frac{640}{1000}$: $\frac{523}{1000}$: $\frac{370}{1000}$: $\frac{261}{1000}$: $\frac{213}{1000}$
Lorſque la largeur ſera par rapport à la profondeur	triple : double : égale : la moitié : le tiers.

Le réſultat ſera la largeur cherchée.

Cette règle eſt fondée ſur la ſeconde formule du n. 237.

Exemple. Suppoſons que la dépenſe ſoit de 15 pieds cubes, & la chûte abſolue dS de quatorze pieds: mS étant d'un pied (483 & 486) nous aurons dm qui ſera de 13 pieds. Faiſons les opérations ordonnées; nous trouverons que ſi la largeur du courſier doit être double de la profondeur de l'eau, cette largeur ſera $= \frac{1067}{1000}$ pieds $=$ 1 pied 0 pouces 9 lignes.

497. La largeur du courſier au bas de la chûte étant déterminée, on aura la profondeur de l'eau au même endroit.

Moyen de trouver la profondeur de l'eau au même endroit.

En multipliant cette largeur par	$\frac{1}{3}$: $\frac{1}{2}$: 1 : 2 : 3
Lorſque la largeur ſera par rapport à la profondeur de l'eau	triple : double : égale : la moitié : le tiers.

Cette règle eſt fondée ſur la premiere formule du n. 237.

Exemple. Nous aurons la profondeur correſpondante à la largeur de l'exemple précédent, en multipliant cette largeur par $\frac{1}{2}$; ce qui donnera $\frac{533}{1000}$ pieds $=$ 6 pouces 4 lignes $\frac{1}{2}$ à-peu-près.

498. Nous avons dit au n. 494, comment on trouvoit la chûte abſolue. Pour avoir la chûte relative, d'après laquelle

Moyen d'avoir la chûte relative. Fig. 31.

on doit faire le calcul de la machine, de la chûte abſolue dS, on retranchera, 1°. la hauteur mS toujours cenſée connue, puiſque (483) la hauteur mQ du reſſaut, eſt conſtante, & que (489 & 490) la valeur de QS peut être aiſément trouvée; 2°. La profondeur de l'eau trouvée par la règle du numéro précédent, ou la moitié ſeulement de cette quantité (494); le reſte fera la chûte relative.

Exemple. La chûte abſolue dS étant de 14 pieds dans les exemples précédents, il eſt aiſé de voir par la méthode du n. 489 que mS peut n'être que d'un pied; & puiſque la profondeur de l'eau au bas du courſier eſt conſidérablement moindre que la quantité dm, (494) pour avoir la chûte relative, il faudra retrancher de 14 pieds; 1°. un pied pour mS; 2°. ſix pouces 4 lignes $\frac{2}{3}$ pour la profondeur de l'eau. Cette opération donnera pour la chûte relative cherchée, 12 pieds 5 pouces 7 lignes $\frac{1}{3}$, ou en comptant plus rondement, 12 $\frac{1}{2}$ pieds.

Moyen d'avoir la largeur du courſier au haut de la chûte.

499. Pour trouver la largeur du courſier au haut de la chûte, & celle du canal de conduite au même endroit (465. 1°.), on ſuivra cette règle.

1°. Multipliez par 100 la dépenſe de la ſource, & vous aurez une premiere quantité.

2°. Prenez telle quantité que vous voudrez pour la profondeur de l'eau, & l'ayant élevée au cube, extrayez-en la racine quarrée que vous multiplierez par 488, vous aurez une ſeconde quantité.

3°. Diviſez la premiere par la ſeconde, & le quotient vous donnera la largeur cherchée. Cette règle eſt fondée ſur la formule du n. 29.

Exemple. La dépenſe de la ſource étant toujours ſuppoſée de 15 pieds, la premiere quantité ſera = 1500. Prenons un pied pour la profondeur de l'eau. La ſeconde quantité ſera = 488: par conſéquent la largeur cherchée ſera de 3 $\frac{36}{488}$ pieds.

500.

500. Il peut arriver que la largeur qu'on trouvera par cette méthode, soit trop grande ou trop petite par rapport à la profondeur. Pour lors, on prendra à-peu-près la moitié de la largeur qu'on trouvera, & l'ajoutant à la moitié du nombre qu'on aura pris pour la profondeur, on regardera la somme comme la véritable profondeur, & l'on recommencera le calcul du numéro précédent. Le résultat qu'on trouvera, sera moins disproportionné que le premier.

Exemple. Dans l'exemple précédent, prenons pour la profondeur de l'eau la moitié de 3 & de 1, c'est-à-dire prenons 2. La seconde quantité deviendra $= \frac{138104}{100}$ ou (445) simplement 1381; & la largeur sera $= 1 \frac{119}{1381}$ pieds. Ces deux dimensions sont moins disproportionnées que les précédentes, & par la même méthode on pourroit encore les rappocher de l'égalité.

501. Le coursier étant construit, pour faire le calcul de la machine on mesurera la dépense de la source d'une maniere plus exacte que par la méthode du n. 473. Pour cet effet, on prendra le plus exactement qu'on pourra la profondeur de l'eau en Mm; on retranchera sa moitié de la hauteur dm, & ayant multiplié le reste par $\frac{160}{3}$, l'on extraira la racine quarrée du produit. Si l'on multiplie cette racine par le produit de la largeur du coursier en cet endroit, & de la profondeur de l'eau qu'on a mesurée; le résultat donnera à très-peu de chose près la véritable dépense de la source.

Maniere plus exacte d'avoir la dépense de la source.

Fig. 31.

Cette méthode est fondée sur la démonstration du n. 31.

502. Nous avons donné ci-dessus (483) le moyen d'empêcher que l'eau ne s'échappât à travers l'intervalle qu'on est obligé de laisser entre la roue & le fond du coursier, pour ne pas gêner le mouvement. Il nous reste à empêcher qu'elle ne s'échappe par les côtés avant d'avoir produit son effet.

Moyen d'empêcher que l'eau ne s'échappe par les côtés.

1°. Si la roue est horisontale, l'extrémité des aîles doit tant soit peu déborder le prolongement ID (*fig.* 22) du côté AI du coursier opposé au centre C de la roue. Ce côté AI sera

Fig. 22.

Oo

continué selon l'arc IK qui est le prolongement de l'arc HI (492); & lorsqu'on sera arrivé au point K que je suppose sur le prolongemenr du rayon C*b* perpendiculaire à AID, on le continuera jusqu'à l'exrrémiré du coursier LM (485) selon la ligne droite KL parallele à AID. D'après cette construction l'eau ne pourra s'échapper par les côtés qu'après avoir produit son effet.

Voyez les n. 136 & 138.

Fig. 21. 2°. Si la roue est verticale, on augmentera la largeur du coursier au-dessous du ressaut EF (*fig.* 21) en lui donnant la forme AFHIKGEB, & l'on donnera aux aîles une largeur LM plus grande que la largeur EF du coursier au-dessus du ressaur. Moyennanr cette précaution, il ne s'échappera poinr d'eau à pure perte par les côtés.

Voyez le n. 135.

§. III.

Des Ecluses.

Moyen de connoître si l'on doit employer une écluse.

503. Une machine quelconque de quelque espèce qu'elle soit, doit être d'une certaine grandeur pour produire son effet: car il est clair que si elle est excessivemenr petire, elle ne remplira pas l'objet qu'on se propose. Par conséquent, dans chaque espece, il y a une machine dont la grandeur est relle qu'on ne pourroit en employer de moindre; & par la même raison, la force nécessaire pour lui imprimer un degré de mouvement convenable, sera aussi la moindre donr il soit possible de faire usage. Or nous avons démonrré (73) que les effets étoient comme les produits des dépenses des sources morrices, par les chûtes relatives. Donc, lorsqu'on voudra connoirre à-peu-près si une source dont la dépense & la chûre sonr connues, suffit pour mouvoir sans interruption & d'une maniere convenable, une machine d'une espece donnée, on pourra suivre certe règle.

1°. Mesurez exactement la dépense & la chûte relative de

la source qui meut la moindre machine de la même espece, & prenez-en le produit.

2°. Mesurez pareillement la dépense & la chûte relative de la source dont vous avez à disposer, & prenez-en aussi le produit.

3°. Comparez ces deux produits entre eux, & si vous trouvez que le second est plus grand que le premier, vous pourrez employer une machine plus grande que la machine observée: s'ils sont égaux, la machine que vous pourrez employer sera égale à celle que vous avez observée; & enfin si le second est moindre que le premier, la source ne suffira pas pour mettre en mouvement une machine d'une grandeur convenable, & alors il faudra avoir recours aux écluses.

Cette règle est fondée sur la premiere formule du n. 188, dans laquelle nous supposons pour simplifier que l'inclinaison du coursier ainsi que le degré de vîtesse, tant de l'eau que de la machine, sont tels qu'ils doivent être selon notre théorie. Quoique cela arrive rarement, cependant, comme il ne s'agit ici que d'une approximation, en attendant des résultats plus exacts de la part de l'expérience, cette méthode suffira dans la pratique.

504. Quand on se sert d'une écluse, si l'on n'emploie qu'un seul bassin tel que ABLG (*fig.* 36) avec un coursier GHID dérivé du fond de ce bassin, il faudra nécessairement que la surface de l'eau étant arrivée à la ligne CD, le mouvement de la machine languisse sensiblement, & enfin qu'il s'anéantisse. Que l'on emploie seulement le bassin ABCD, & au lieu de la partie inférieure CDGL, qu'on substitue le petit bassin DGEF de même profondeur, & d'une toise de superficie ou à-peu-près; le mouvement ne languira que pendant le temps que ce dernier bassin emploiera à se vuider, temps qui sera très-court à cause du peu de capacité du bassin. Ainsi, quand on se

Une écluse doit avoir deux bassins.
FIG. 36.

fervira d'éclufes, on emploiera deux baffins de la forme de ceux dont nous venons de parler.

Voyez le n. 246.

Règle pour le baffin fupérieur.

505. Le baffin fupérieur doit avoir le moins de profondeur qu'il fera poffible, & cette profondeur eft arbitraire.

Voyez-en la raifon aux n. 247, 248.

Inclinaifon du courfier.

506. Le courfier aura le même degré d'inclinaifon, & fera conftruit de la même façon que s'il n'y avoit point d'éclufe: on aura feulement foin d'en couvrir la partie fupérieure jufques un peu au-deffous de la ligne de niveau qui paffe le fond du baffin inférieur.

Voyez le n. 250.

Dépenfe de l'éclufe.

507. Pour déterminer les dimenfions du courfier & de la machine, on eft obligé de fuppofer que l'éclufe fait une dépenfe connue. Cette dépenfe eft arbitraire; mais elle ne doit pas être moindre que celle de la fource qui lui fournit prife dans fes plus grands accroiffemens, ni moindre que le volume, qui fous une même chûte, ne pourroit mouvoir que la moindre machine de l'efpece de celle qu'on veut employer.

Voyez-en la raifon au n. 251.

Règle pour trouver la largeur de la partie fupérieure du courfier.
Fig. 37.

508. Ce n'eft pas feulement la profondeur du baffin fupérieur qui eft arbitraire; celle (GH) de la partie fupérieure du courfier l'eft auffi. Suppofant donc ces deux quantités connues, on trouvera la largeur du courfier au même endroit, par la règle fuivante.

1°. Multipliez la dépenfe de l'éclufe par 80, & vous aurez une premiere quantité.

2°. Prenez vingt-trois fois la profondeur (GH) du courfier, ajoutez-la à dix fois celle (AD) du baffin fupérieur, & multipliez la fomme par 150: vous aurez une feconde quantité.

3°. Extrayez la racine quarrée de la feconde, & multipliez-la par treize fois la profondeur (GH) du courfier: vous aurez une troifieme quantité.

4°. Divisez la premiere par la troisieme, & le quotient vous donnera la largeur cherchée.

Cette règle n'est que le développement de la formule du n. 253.

Exemple. Supposons la dépense de l'écluse de 15 pieds cubes, la profondeur AD du bassin supérieur = 2 pieds, & celle (GH) du coursier = 1 pied. La premiere quantité sera = 1200: la seconde sera = 6450; & la troisieme sera = $\frac{104413}{100}$. Divisant la premiere par la troisieme, nous aurons la largeur du coursier = $\frac{120000}{104413}$ pieds, valeur qui par la méthode du n. 433 se réduit à-peu-près à $\frac{115}{100}$ pieds, c'est-à-dire, à 1 pied 1 pouce 9 $\frac{1}{2}$ lignes.

509. Si la largeur trouvée & la profondeur supposée étoient trop disproportionnées, on ajouteroit ces deux quantités, & l'on prendroit la moitié de la somme, ou du moins une quantité simple qui en approchât. On la regarderoit comme la véritable profondeur du coursier, & l'on recommenceroit le calcul prescrit par la règle précédente.

L'exemple du n. 500 fait voir comment on doit opérer.

510. La profondeur DG du bassin inférieur, est égale à deux fois & demi celle (GH) du coursier dans la partie supérieure. Profondeur du bassin inférieur. Fig. 36.

Nous l'avons démontré aux n. 252.

511. Pour ramener le reste de la construction à celle d'une machine employée sans écluse, & qui seroit mûe avec la dépense supposée à l'écluse, il ne faut plus que trouver la quantité à laquelle la chûte absolue se réduit par l'effet de la contraction (463). On la déterminera par la règle suivante. Réduction à la construction sans écluse. Fig. 37.

1°. Prenez vingt-six fois la profondeur (AD) du bassin supérieur; ajoutez-la à cinquante-sept fois celle (GH) de la partie supérieure du coursier, & divisez la somme par 100: vous aurez un quotient.

2°. Retranchez ce quotient de la chûte absolue considérée

indépendamment de l'éclufe. Le refte fera la chûte abfolue d'après laquelle vous chercherez la chûte relative, les dimenfions de la partie inférieure du courfier, celles de la machine, & la valeur de l'effet.

Cette règle eft fondée fur la formule du n. 258.

Exemple. Suppofons que dans l'exemple du n. 508, la chûte abfolue confidérée fans éclufe fût de 14 pieds; relativement à l'éclufe, il faudra retrancher de cette quantité $\frac{109}{100}$ pieds, & pour lors elle fe réduira à $\frac{1291}{100}$ pieds = 12 pieds 10 pouces 11 lignes à-peu-près.

§. IV.

Des roues à aubes mûes par des fources particulieres.

Rayon d'une roue.

512. Le rayon proprement dit d'une roue quelconque à aubes horifontale ou verticale, eft la diftance du centre de la roue au milieu du courant naturel qui la frappe. Ce rayon s'appelle auffi *rayon moyen.*

Voyez le n. 140.

Figure des aîles.

513. Les aîles des roues doivent être planes & jamais courbes.

Nous avons démontré cette vérité au n. 56.

Nombre d'aîles.

514. Dans toutes fortes de roues on doit toujours employer le plus d'aîles qu'on pourra, fans toutefois les rendre trop lourdes & fans trop affoiblir l'anneau qui les portera.

Nous l'avons démontré au n. 103.

Bifeau des ailes.

515. Le bord des aîles à la circonférence doit être taillé en bifeau, & l'arête fortifiée d'une plaque de fer.

Voyez-en la raifon au n. 131.

Rapport du rayon à la dimenfion correfpondante du courant.

516. Dans la bonne conftruction, le rayon moyen d'une roue verticale peut n'être que trois fois & demi plus grand que la profondeur naturelle du courant au bas de la chûte; & fi pour remplir les conditions de quelque machine, il devoit être moindre, il vaudroit mieux le faire plus grand, & employer

un engrénage. On doit dire la même chose du rayon moyen d'une roue horisontale, non pas par rapport à la profondeur naturelle du courant, mais par rapport à sa largeur ou à celle du coursiet au bas de la chûte.

Cela est fondé sur ce que nous avons dit aux n. 99 & 145.

517. Dans les roues verticales, quand on emploiera des engrénages ou qu'on ne sera pas gêné par quelque condition ou par quelque circonstance particuliere, on doit faire ensorte que le rayon moyen soit le plus grand possible par rapport à la profondeur naturelle du courant.

Cela est encore fondé sur le n. 99.

518. On est moins libre par rapport à la grandeur des roues horisontales, que par rapport à celle des roues verticales. Car il est évident qu'une roue horisontale devant occuper horisontalement une espace égal à un cercle de même diamêtre, si elles avoient un rayon égal à celui qu'on donne souvent aux roues verticales, elle ne pourroient être que très-embarrassantes. Aussi ne les emploie-t-on communément que d'une grandeur médiocre; & leur rayon ne va pas ordinairement au-delà de sept fois & demie la largeur du coursier.

519. Nous avons dit (495) que la profondeur effective de l'eau au bas du coursier seroit deux fois & demie plus grande que la profondeur naturelle. Donc si l'on veut retirer de l'action du courant tout l'avantage possible, on fera la dimension verticale des aîles égale au moins à cette profondeur. Nous n'avons pas besoin de dire qu'il doit en être de même de celle des parois latérales du coursier au bas de la chûte. Hauteur des aîles.

520. On doit donner un peu d'inclinaison aux aîles, afin que l'eau s'élevant, augmente la force d'impulsion, en vertu de la pression qu'elle exercera par son propre poids. Cette inclinaison aura acquis sa plus grande valeur, lorsque la vîtesse du courant sera de onze pieds par seconde. Quoique cette vîtesse augmente, l'inclinaison sera constamment la même, Inclinaison des aîles.

Mais si la vitesse du courant diminue, l'inclinaison diminuera aussi à proportion, & elle s'anéantira lorsque la vitesse du fluide ne sera plus que de quatre pieds par seconde.

Voyez les n. 126 — 129.

Dans les roues verticales. Fig. 17.

521. Dans les roues verticales, pour trouver la plus forte inclinaison de l'aîle AB (*fig.* 17) par rapport au rayon AC de la roue, on placera une branche de l'équerre sur AC, & l'on prendra sur l'autre la partie BD égale à la moitié de AD. La ligne AB sera la position de l'aîle sous la plus forte inclinaison qui répond à onze pieds de vitesse & au-delà, ainsi que nous venons de le dire. Lorsque la vitesse sera au-dessous de onze pieds, on prendra BD moindre à proportion que la moitié de AD; & enfin quand la vitesse du courant se réduira à environ quatre pieds, BD s'anéantira.

Cette méthode est fondée sur le n. 127. D'après ce procédé, le plus grand angle de déviation BAD sera de vingt-six degrés trente-quatre minutes.

Dans les roues horisontales. Fig. 17.

522. Ce n'est pas par rapport au rayon que les aîles doivent être inclinées dans les roues horisontales, mais par rapport à la ligne de niveau : car si elles étoient prolongées, elles passeroient toutes par le centre de la roue. On doit donc les coucher un peu sur le plan de la roue, en les écartant de l'a-plomb de la même quantité & de la même maniere que l'aîle AB du rayon AC dans la roue verticale, observant pareillement de faire varier l'inclinaison proportionnellement au décroissement de la vitesse du courant.

Voyez le n. 128.

Moyen d'augmenter le nombre d'aîles des roues horisontales. Fig. 19.

523. Lorsqu'on voudra se servir d'une roue horisontale dont les aîles soient fort nombreuses, on pourra employer une roue dentée telle que celle qui est représentée par la *fig.* 19.

Voyez ce que nous en avons dit au n. 132.

Moyen d'avoir la chûte au-dessous de laquelle on doit employer des engrénages.

524. Si l'on a une roue qui doive être employée sans engrénage, & que par son moyen on veuille imprimer un certain

degré

degré de vîteſſe au poids que l'on ſe propoſe d'enlever, il eſt évident que cette roue doit faire à chaque ſeconde un certain nombre de révolutions, plus ou moins grand ſelon la vîteſſe que le poids doit avoir. L'expérience prouve que pour produire le plus grand effet, l'extrémité du rayon moyen de la roue ne doit prendre que les $\frac{2}{5}$ de la vîteſſe du courant : par conſéquent plus le nombre de tours par ſeconde ſera grand, plus la vîteſſe du courant doit être grande ; & ſi cette vîteſſe eſt donnée, ainſi que cela arrive ordinairement, plus le rayon moyen de la roue doit être petit. Mais, ſuivant ce que nous avons dit ci-deſſus (516), ce rayon ne doit pas être moindre que trois fois & demi la profondeur naturelle du courant, ou la largeur du courſier au bas de la chûte, ſelon que la roue eſt verticale ou horiſontale. Donc ſi la vîteſſe du courant eſt fort petite, ou le nombre de révolutions par ſeconde fort grand, il pourra arriver que la valeur du rayon moyen ſoit au-deſſous de la moindre valeur qu'il peut avoir dans la bonne conſtruction ; & conſéquemment il y aura une chûte relative au-deſſous de laquelle il faudra employer des engrénages pour imprimer au poids à enlever le degré de vîteſſe propoſé. On trouvera cette chûte par la règle ſuivante.

1°. Élever à la quatrieme puiſſance le nombre de révolutions que la roue doit faire dans une ſeconde, & l'ayant multipliée par le quarré de la dépenſe de la ſource évaluée en pieds cubes, extrayez la racine cubique du produit.

2°. Multipliez ce réſultat par la quantité.	$\frac{1885}{1000}$:	$\frac{2470}{1000}$:	$\frac{3911}{1000}$:	$\frac{6225}{1000}$:	$\frac{8117}{1000}$
Lorſque la dimenſion de la ſection du courant au bas du courſier priſe ſelon le rayon, ſera par rapport à l'autre.	le tiers :	la moitié :	égale :	double :	triple.

Le produit réſultant ſera la moindre chûte relative avec laquelle on puiſſe employer une roue qui doit imprimer au poids enlevé la vîteſſe propoſée ſans le ſecours des engrénages.

Cette règle eſt fondée ſur la formule du n. 153.

Exemple. Suppoſons qu'on ait ſeulement une dépenſe de ſix pieds cubes, & que la roue, ou ce qui eſt la même choſe, le poids doive faire deux révolutions par ſeconde. Le réſultat donné par la premiere opération de la règle ſera $= \frac{832}{100}$; & ſi nous voulons que la dimenſion de la ſection du courant priſe ſelon le rayon, ſoit la moitié de l'autre, multiplions $\frac{832}{100}$ par $\frac{2470}{1000}$, & nous aurons la moindre chûte relative qui ſera $=$ 20 pieds & demi à-peu-près. Si l'on n'avoit qu'une chûre relative moindre que cette quantité, il faudroit ſuppoſer que la dimenſion de la ſection du courant priſe ſelon le rayon, n'eſt que le tiers de l'autre, & multiplier $\frac{832}{100}$ par le nombre correſpondant $\frac{1885}{1000}$. Si le réſulrat eſt au-deſſous de la chûte relative dont on a à diſpoſer, on pourra remplir les conditions de la queſtion ſans engrénage, en mettant ſeulement les côtés de la ſection du courant au bas du courſier dans le rapport de 3 à 1. Mais ſi ce réſulrat eſt moindre que la chûte relative donnée, il faudra employer des engrénages pour produire l'effet qu'on ſe propoſe.

Uſage de la table précédente pour les roues verticales.

525. Nous avons dit au n. 495, que dans les courſiers deſtinés à des roues verricales, la largeur du courſier ne devoit jamais être, ni la moitié, ni le tiers de la profondeur de l'eau, ou ce qui eſt la même choſe, que la profondeur de l'eau ne devoit jamais être ni triple ni double de la largeur du courſier, mais ſeulement égale, ou la moitié, ou le tiers. Ainſi, des cinq cas que la règle précédente renferme, les deux derniers ne regardent point les roues verticales.

Remarque ſur l'emploi de cette table.

526. Dans les machines mûes par des ſources particulieres, on doit faire enſorte que l'impulſion ſe faſſe au point le plus bas (465. 2°.), ou que la chûte relative ſoit la plus grande poſſible. Anſi, dans tous les cas, il faudra avoir ſoin que la largeur du courſier au bas de la chûte devienne la plus grande

qu'il se pourra par rapport à la profondeur de l'eau au même endroit.

§. V.

Des roues à aubes mûes par des Rivieres.

527. Ce que nous avons dit aux n. 512 — 516, s'applique aussi aux roues placées sur des rivieres. Mais il y a bien des choses en quoi leur théorie differe de la théorie de celle dont nous avons déjà parlé. Nous ne traiterons ici que des roues verticales. La maniere la plus avantageuse de les employer est fondée sur les principes suivants.

528. La vîtesse d'une riviere étant ordinairement beaucoup moindre que celle de l'eau d'une source particuliere qui se précipire dans un coursier incliné, les aîles des roues pourront n'avoir point d'inclinaison, & être dirigées vers le centre. Voyez le n. 521.

L'inclinaison des aîles d'une roue mûe par une riviere, sera nulle.

529. Par la même raison, les aîles ne déborderont que très peu & même point du tout la surface de l'eau, & leur hauteur pourra être égale à celle de la partie enfoncée.

Le débordement supérieur des aîles sera nul.

530. Lorsque l'eau en frappant les aîles d'une roue n'est pas gênée par un coursier, & qu'elle a la liberté de s'échapper de tous les côtés, le choc est à-peu-près deux fois plus foible que quand elle est resserrée par le coffre d'un coursier, dont la capacité est assez exactement remplie par les aîles de la roue. Donc pour augmenter l'action de l'eau, & l'effet de la machine, la roue doit se mouvoir dans un coursier dont nous avons donné la description au n. 243, auquel nous renvoyons ainsi qu'au n. 37.

La roue doit se mouvoir dans un coursier.

531. La vîtesse & les dimensions de la roue & de la machine, seront réglées sur la vîtesse de la riviere dans le temps des basses eaux.

La machine se régle sur les basses eaux.

Voyez le n. 222 & 243.

Rapport de la largeur de l'aile à sa hauteur.

532. La largeur de l'aîle pourra être jusqu'à dix fois plus grande que sa hauteur; mais elle n'excédera jamais ce terme, au lieu qu'elle pourra tomber au dessous.

Voyez le n. 143.

Mesure de la vîtesse d'une riviere.

533. Quand on a à construire une machine sur une riviere, on doit d'abord mesurer la vîtesse des eaux de la surface. Nous en avons donné la méthode au n. 120, auquel nous renvoyons.

Comment on trouve la hauteur des aîles.

534. Connoissant la vitesse des eaux de la surface, pour avoir la hauteur qu'on doit donner aux aîles afin qu'elles ne refoulent pas l'eau, on déterminera d'abord la plus grande hauteur dont elles sont susceptibles. L'ayant trouvée, on la diminuera le plus qu'on pourra, & le reste sera leur véritable hauteur. On aura cette plus grande hauteur par la règle suivante.

1°. Multipliez par 5 le nombre de fois que le rayon moyen de la roue doit contenir la hauteur de l'aîle (nombre qui est arbitraire, pourvu qu'il ne soit pas moindre que $3\frac{1}{2}$), & élevez le produit au quarré: vous aurez une premiere quantité.

2°. Multipliez par deux ce même nombre de fois, & ayant retranché l'unité du produit, élevez le reste au quarré : vous aurez une seconde quantité.

3°. Divisez la premiere par la seconde; & ayant retranché l'unité du quotient, multipliez le reste par le quarré de la vitesse des eaux à la surface, & divisez le produit par 30. Le résultat sera la plus grande hauteur cherchée.

Cette règle est fondée sur la formule du n. 119.

Exemple. Supposons que la vîtesse des eaux de la surface soit = 3 pieds, & que le rayon moyen de la roue doive être trois fois & demie plus grand que la hauteur des aîles. La premiere quantité sera = $\frac{30625}{100}$; la seconde = 36, & la plus grande hauteur des aîles = 2 pieds 3 pouces; à-peu-près. Ainsi dans ce cas, la véritable hauteur doit être moindre que 2 pieds 3 pouces; & l'impulsion sera d'autant plus avantageuse que la hauteur de l'aîle sera au-dessous de cette quantité.

535. La hauteur de l'aîle étant déterminée, si on la multiplie par le nombre de fois que le rayon moyen de la roue doit la contenir, on aura ce rayon moyen.

Comment on trouve le rayon moyen de la roue à aubes.

Exemple. Ainsi, en supposant que dans l'exemple précédent on ait fixé la véritable hauteur des aîles à $\frac{3}{2}$ pieds; puisque la plus grande hauteur a été déterminé d'après l'hypothèse que le rayon moyen doit contenir la véritable hauteur trois fois & demi, pour avoir le rayon moyen, il faudra multiplier $\frac{3}{2}$ par $3\frac{1}{2}$ ou par $\frac{7}{2}$, ce qui donnera $\frac{21}{4}$ pieds $=$ 5 pieds 3 pouces pour cette quantité.

536. Les autres dimensions de la machine, ainsi que sa vîtesse, se règlent sur la *vîtesse moyenne* du courant. On appelle ainsi la vîtesse du filet qui répond au milieu de la hauteur de l'aîle. Dans le calcul d'une machine, on suppose que tous les filets sont animés d'une vîtesse égale à la vîtesse moyenne. Pour la trouver, on suivra cette règle:

Comment on trouve la vîtesse moyenne du courant.

Multipliez la hauteur de l'aîle par 30; ajoutez le produit au quarré de la vîtesse des eaux de la surface, & extrayez la racine quarrée de la somme. Cette racine sera la vîtesse moyenne cherchée.

Cette règle est fondée sur la formule du n. 121.

Exemple. Prenons les mêmes quantités que dans les exemples précédents. La vîtesse des eaux de la surface est $= 3$, & la hauteur de l'aîle $= \frac{3}{2}$. En effectuant ce qui est prescrit par la règle, nous trouverons la vîtesse moyenne cherchée $= \frac{734}{100}$ pieds $=$ 7 pieds 4 pouces, à peu de chose près.

§. VI.

Des Engrénages; des Pivots; des Tourrillons, & de la manière d'avoir le poids des différentes parties d'une Machine.

537. Dans les machines hydrauliques, un engrénage est toujours composé d'un rouet & d'une lanterne. Les dents du

Ce que c'est qu'un engrénage.

rouet s'insinuant entre les fuseaux de la lanterne pour les mouvoir, forment ce que nous appellons un *engrénage*. Dans un engrénage quelconque, le vuide compris entre les fuseaux, ne doit pas être exactement rempli par les dents du rouet, ni celui qui se trouve entre les dents du rouet, ne doit pas l'être exactement par les fuseaux; mais il doit rester un petit intervalle nécessaire au jeu des pieces. Il suffit pour l'ordinaire que cet intervalle soit de trois ou quatre lignes. Dans la suite, il augmentera à cause que les dents & les fuseaux s'useront par le frottement.

Il y a deux sortes de rouets. *Fig. 30 & 59.*

538. On distingue deux sortes de rouets; savoir celui dont les dents sont sur le prolongement des rayons, comme dans la *figure* 30; & celui dont les dents sont placées sur le plan même de la couronne, comme dans la *figure* 59. Dans le premier cas, le rouet s'appelle *hérisson*; & dans le second, *rouet en couronne* ou *rouet de champ*. Dans le hérisson, le rayon moyen C A est la distance du centre C au point A de la dent qui pousse à plein le fuseau correspondant; & dans le rouet de champ, ce rayon est la distance du centre C au milieu des dents A, B, D, &c.

Matieres qu'on emploie aux engrénages.

539. Dans les engrénages, les dents & les fuseaux doivent se faire avec le bois le plus dur, tel que le *cormier*, *le buis*, *le poirier sauvage*, *&c.* Quelquefois on fait les fuseaux de fer & même de verre; mais le plus ordinairement on se sert de bois. La force qui s'exerce aux engrénages agit de la même façon sur les dents & sur les fuseaux, par conséquent, si l'on emploie le même bois pour les dents & les fuseaux, il faudra leur donner la même épaisseur. Si au contraire on employoit aux fuseaux du bois plus fort que celui des dents, on pourroit faire leur épaisseur moindre à proportion que celle des dents. Cependant il n'y a rien à perdre en leur donnant en pareils cas la même épaisseur.

540. Des Constructeurs que j'ai consultés, m'ont assuré que dans les machines ordinaires, telles que les moulins à bled, ceux à scier du bois, &c. l'épaisseur des dents au point où elles agissent à plein sur les fuseaux, peut n'être que de deux pouces six lignes. Cette épaisseur sera plus grande lorsque la force augmentera. Mais il ne faudroit pas croire qu'elle dût augmenter dans le même rapport, & que par exemple elle dût être double lorsque la force sera deux fois plus grande. Elle ne doit augmenter que proportionnellement à la racine quarrée de la force, du moins à peu de chose près. De sorte qu'une dent dont la section seroit circulaire, & dont le diametre deviendroit deux fois plus grand, pourroit résister à une force quatre fois plus grande. Il en seroit de même des fuseaux. Nous l'avons démontré aux n. 205 & 206. Epaisseur ordinaire des dents & des fuseaux.

541. Les fuseaux seront ronds (ou cylindriques) & ils auront le moins de longueur qu'il sera possible. Figure & longueur des fuseaux.

Voyez-en la raison au n. 203.

542. L'intervalle A*g* (*fig.* 30) d'une dent compris entre son talon *g* & le point A où elle agit à plein sur le fuseau, doit être égal à la moitié de l'épaisseur du fuseau augmentée de quelques lignes, pour éviter les arcboutements, & faciliter le jeu de la machine. On doit dire la même chose des dents des rouets de champ (*fig.* 59). Profondeur du vuide entre les dents. Fig. 30 & 59.

Nous l'avons démontré aux n. 200 & 204. D'ailleurs, la chose est évidente.

543. On est dans l'usage de donner aux dents plus d'épaisseur au talon qu'au point où elles agissent à plein. Cette précaution est inutile, & il suffit de faire leur grosseur uniforme dans cette partie. Grosseur uniforme de la partie inférieure des dents.

Voyez le n. 200.

544. Pour trouver, lorsque cela est possible, le vrai nombre de dents & de fuseaux qu'on doit employer, on suivra ce Moyen de trouver le vrai nombre de dents & de fuseaux, quand la chose est possible.

procédé. On prendra d'abord (540) une grandeur convenable pour l'épaisseur des dents & des fuseaux, & après avoir fixé l'intervalle du jeu de l'engrénage (537), on ajoutera ces trois quantités pour n'en former qu'une seule qu'on évaluera en pieds & en fraction de pied. On divisera par cette somme la circonférence moyenne du rouet qu'on trouvera par la méthode du n. 448. Que le quotient qui en résultera soit exact ou non, on prendra le plus grand nombre entier qui y soit contenu, & que nous représenterons par la lettre k, pour fixer les idées. On le multipliera par le rayon moyen de la lanterne, & on divisera le produit par le rayon du rouet. Si la division se fait sans reste, le quotient sera le nombre de fuseaux de la lanterne, & le nombre k qu'on a multiplié par le rayon de la lanterne, sera le nombre de dents du rouet.

Mais si la division a un reste, comme cela est ordinaire, on diminuera le nombre k successivement de 1, 2, & même 3 & 4 unités, quand le rayon sera un peu considérable : à chaque opération, on multipliera le reste par le rayon de la lanterne, & on divisera le produit par celui du rouet. Si quelqu'une de ces opérations donne un quotient sans reste, ce quotient sera le nombre de fuseaux de la lanterne, & le nombre k diminué d'une ou de plusieurs unités, qui dans le dividende correspondant a été multiplié par le rayon de la lanterne, exprimera le nombre de dents du rouet.

Cette méthode est fondée sur ce que nous avons dit au numéro 194.

Exemple. Supposons que le rayon de la lanterne soit $= 1$ pied, & celui du rouet $= 4$ pieds. Prenons 2 pouces 6 lignes $= 30$ lignes $= \frac{30}{144}$ pieds pour l'épaisseur des dents & des fuseaux, & 3 lignes $= \frac{3}{144}$ pieds pour l'intervalle du jeu de l'engrénage. La somme de ces trois quantités sera $= \frac{63}{144}$ pieds, ou en simplifiant $= \frac{7}{16}$ pieds, la circonférence du rouet sera $= \frac{176}{7}$ pieds,

pieds, & cette quantité divisée par la somme précédente $\frac{7}{16}$, donnera $\frac{2816}{49}$ pieds $= 57 \frac{23}{49}$ pieds. Le nombre entier de ce quotient sera représenté par *k*. Ce nombre $= 57$ étant multiplié par le rayon $= 1$ de la lanterne, donne pour produit 57, qui ne peut pas être exactement divisé par le rayon $= 4$ du rouet. Diminuons donc 57 de l'unité; il nous restera 56 qui multiplié par le rayon $= 1$ de la lanterne, donne un produit $= 56$. Divisons ce produit par le rayon du rouet, & nous aurons un quotient exact & $= 14$, qui exprimera le nombre de fuseaux de la lanterne, tandis que *k* ou 57 diminué de l'unité, c'est-à-dire 56 exprimera celui des dents du rouet.

545. Si le nombre de dents eût été cinquante-sept, on juge bien que leur épaisseur, ainsi que celle des fuseaux, auroit été, à peu de chose près, la même qu'auparavant. Mais ce nombre se réduisant à cinquante-six, il y aura un intervalle qu'il faudra distribuer aux fuseaux ou aux dents, ou aux uns & aux autres à la fois, observant de conserver la même valeur au jeu. Pour cet effet, on divisera la circonférence du rouet par le nombre de dents, & du quotient, on retranchera la valeur du jeu. Le reste sera l'épaisseur d'une dent augmentée de celle d'un fuseau. Si l'on veut conserver la même épaisseur aux fuseaux, on retranchera cette épaisseur du reste précédent, & le nouveau reste sera la vraie épaisseur des dents. Si l'on ne veut toucher qu'à l'épaisseur des fuseaux; du premier reste on ôtera celle des dents, & le second reste sera la vraie épaisseur des fuseaux. Cela est fondé sur la formule du n. 195.

Moyen de trouver la vraie épaisseur des dents & des fuseaux.

Lorsque les dents & les fuseaux sont de bois, il convient de leur donner la même épaisseur, & pour lors, après avoir ôté le jeu de l'engrénage du quotient précédent, on prendra la moitié du reste, ainsi que nous l'avons démontré au n. 199.

Ainsi, dans l'exemple du numéro précédent, divisons la circonférence du rouet $= \frac{176}{7}$ par 56, & (433), nous aurons pour quotient $\frac{451}{1000}$. Retranchons-en le jeu $= \frac{1}{144} = \frac{20}{3000}$. Le reste

ſera $= \frac{431}{1000}$ pieds, dont la moitié $= \frac{215}{1000}$ pieds $=$ 2 pouces 6 lignes 11 points, ſera la vraie épaiſſeur des dents & des fuſeaux.

Moyen de trouver par approximation le nombre de dents & de fuſeaux.

546. Il peut arriver qu'en diminuant le nombre k ſucceſſivement de 1, 2, 3 & 4, & en faiſant les opérations preſcrites au n. 544, on ne puiſſe pas trouver de quotient ſans reſte. Alors on prendra l'opération dont le réſultat approche le plus d'un nombre entier, moindre ou plus grand, il n'importe, & l'on prendra ce nombre entier pour celui des fuſeaux de la lanterne, tandis que la quantité k diminuée de 1, 2, &c. qui dans cette opération aura été multipliée par le rayon de la lanterne, ſera le nombre de dents du rouet.

Cette méthode eſt fondée ſur le n. 196.

Exemple. Que le rayon de la lanterne ſoit $=$ 1 pied, & celui du rouet $= 4 \frac{1}{13}$ pieds $= \frac{53}{13}$ pieds. Suppoſons aux dents & aux fuſeaux la même épaiſſeur, & au jeu la même largeur que dans l'exemple du n. 544. La circonférence du rouet ſera $= \frac{2332}{91}$ pieds, laquelle diviſée ainſi que nous avons dit (544) par la ſomme $= \frac{7}{16}$ des épaiſſeurs d'une dent & d'un fuſeau, & de la largeur du jeu, donnera $\frac{37312}{637} = 58 \frac{194}{1000}$. Le nombre entier 58 de cette quantité eſt repréſenté par k.

Multiplions ce nombre k ou 58 par le rayon $=$ 1 de la lanterne, & diviſons le produit par le rayon $\frac{53}{13}$ du rouet; le réſultat ſera $= \frac{754}{53} = 14 \frac{226}{1000}$ (433).

Diminuons k ou 58 de l'unité; multiplions le reſte 57 par le rayon $=$ 1 de la lanterne, & diviſons le produit par le rayon $\frac{53}{13}$ du rouet: le réſultat ſera $= \frac{741}{53} = 13 \frac{981}{1000}$.

Diminuons k ou 58 de deux unités: multiplions le reſte 56 par le rayon $=$ 1 de la lanterne, & diviſons le produit par le rayon $\frac{53}{13}$ du rouet; nous aurons $\frac{728}{53} = 13 \frac{735}{1000}$.

Diminuons k ou 58 de trois unités, & faiſons enſuite la même opération que nous venons de faire: nous aurons un réſultat $= \frac{715}{53} = 13 \frac{490}{1000}$.

Enfin, diminuons k de quatre unités, & nous trouverons par le même procédé $\frac{708}{53} = 13\,\frac{241}{1000}$.

De tous ces différents résultats, il n'y en a point qui approche plus d'un nombre entier que le second $= 13\,\frac{981}{1000}$ qui ne differe de 14 que d'une quantité $= \frac{19}{1000}$. Donc nous pourrons prendre 14 pour le nombre de fuseaux de la lanterne, & la quantité correspondante k diminuée de l'unité, c'est-à-dire 57, sera celui des dents du rouet.

Le nombre de dents & de fuseaux étant déterminé, pour trouver leur véritable épaisseur, on suivra ce que nous avons dit au n. 545.

547. Si les dents sont trop longues, l'engrénage sera gêné; & si elles sont trop courtes, elles abandonneront trop tôt les fuseaux. Il s'agit donc de trouver les limites de leur saillie hors de la circonférence moyenne dans les hérissons, & au-delà du plan de la couronne dans les rouets de champ. Commençons par les premiers. Moyen d'avoir les limites des longueurs des dents.

1°. On décrira sur un plan la circonférence moyenne AFG (*fig.* 30) de la lanterne, & une portion DAE de celle du rouet, en prenant son centre C sur le prolongement du rayon BA, & en la faisant passer par le point A. On divisera AFG en autant de parties égales qu'il doit y avoir de fuseaux, dont on placera le premier K à la droite de la ligne BC, de façon que le petit cercle AKb qui le représente, ait son centre sur la circonférence AFG, & qu'il touche la ligne BC en A; du moins autant que la chose se peut. Après avoir décrit les autres petits cercles K', K'', K''', &c. dont les centres seront aux points de division, & dont les rayons seront, ainsi que celui de K, égaux à celui des fuseaux, on prendra le premier K' à la droite de K, & le second K''' à la gauche. (Je suppose que le mouvement se fait de A vers F). Des points h & h' on tirera au centre C du rouet les lignes Ch, Ch'. La saillie des dents au-delà de la circonférence moyenne doit être plus grande que Hh, ou du moins elle doit

Fig. 30.

lui être égale, & elle doit être moindre que H′h′. On prendra ces mesures avec un compas, & l'on aura les limites cherchées.

FIG. 61. 2°. Dans les rouets de champ, on décrira d'abord la circonférence moyenne NPQ (*fig.* 61) de la lanterne sur un plan, & l'on tirera la droite DCE éloignée de la circonférence NPQ d'une quantité un peu plus grande que le rayon des fuseaux, ou égale à la distance qui doit être entre la circonférence moyenne NPQ & le plan du rouet. On menera du centre C la perpendiculaire BC, & l'on décrira les cercles des fuseaux K, K′, K″, K‴, de maniere que l'un de ces cercles touche la ligne BC autant que cela est possible. Qu'on mene du point h de la circonférence moyenne la perpendiculaire hH; elle exprimera la moindre longueur des dents, tandis que la distance h′H′ du fuseau K″ à la droite DE exprimera la plus grande.

Courbure de la partie supérieure des dents. FIG. 60.

548. Les dents doivent être courbes depuis le point où elles agissent à plein jusqu'à leur extrémité supérieure. Pour trouver cette courbure, du point C (*fig.* 60) & d'un rayon CA égal à celui de la lanterne, on décrira un arc AB. Ce sera cet arc qui exprimera la courbure cherchée, du moins à peu de chose près.

Dans les hérissons.

549. Dans les hérissons, la section des dents au talon est un quarré long, quelquefois un quarré parfait. Ainsi leur partie supérieure n'est courbe que sur les côtés qui regardent les fuseaux. Il suffiroit même qu'elle le fût seulement sur la face qui pousse le fuseau : mais comme il peut arriver que certaines machines aient besoin dans quelques circonstances d'être mûes en sens contraire, on la fait courbe à droite & à gauche, & alors la dent a la figure BHKF.

Dans les rouets de champ.

550. Dans les rouets de champ, les dents doivent être cylindriques ou à-peu-près. Pour avoir la figure de la partie supérieure, on divisera la largeur AG de la dent en deux parties égales au point E. On menera DE perpendiculaire à AG, &

égale à la faillie au-delà du point A de l'action à plein, & par le point D on tirera DB parallele à GA. Si l'on fait tourner la figure ABDE autour de la ligne DE, elle engendrera une efpece de calotte tronquée, dont la fection fera BAGF, & qui fera la forme de la partie fupérieure des dents du rouet de champ. Il n'eft pas mal de les incliner tant foit peu dans le fens contraire à celui du mouvement.

Voyez le n. 207.

551. Les pivots D (*fig.* 24, 28, &c.) étant deftinés à foutenir des poids dans la direction de leur longueur, n'ont pas befoin d'une grande épaiffeur. Ils font ordinairement de fer & de figure fouvent cylindrique, quelquefois conique. Avec un diametre de fix lignes, ils peuvent fupporter des poids de plus de 5000 ℔. Dans la bonne conftruction, pour diminuer la réfiftance du frottement qu'ils éprouvent fur le fond de la crapaudine dans laquelle ils tournent, on doit leur donner la figure d'un cône tronqué renverfé comme on voit dans la *fig.* 62. Dimenfion & figure des pivots. FIG. 62.

552. Les tourrillons H (*fig.* 25, 28, &c.) étant difpofés horifontalement, fouffrent plus que les pivots. Leur racine doit être la plus grande, & leur faillie hors de l'arbre, la moindre qu'il fera poffible. On doit fur-tout avoir grand foin que leurs lignes de milieu foient exactement fur la ligne qui paffe par le centre de l'arbre. Il y a des Conftructeurs qui traverfent l'arbre felon l'axe, par une verge de fer, dont les extrémités fervent de tourrillons. L'on m'a affuré, & j'ai marqué qu'avec un diametre de deux pouces ils peuvent foutenir un poids de plus de 3000 ℔. Ainfi, quand le poids de l'arbre horifontal fera moindre que 3000 ℔, il fuffira d'employer des tourrillons de deux pouces de diametre. Cependant on en emploie fouvent de plus gros, même avec de moindres poids; car j'en ai vu dont le diametre avoit trois & même quatre pouces, tandis que les arbres ne pefoient gueres au-delà de 1200 ℔. Dimenfions des tourrillons.

On doit obferver que la force des tourrillons eft, ainfi que

celle des fuseaux (540), proportionnelle à leur grosseur, & que leurs diametres sont, à peu de chose près, comme les racines quarrées des poids qu'ils ont à soutenir : par conséquent si deux pouces suffisent à un poids de 3000 lb; pour un poids quatre fois plus grand, il ne faudra qu'un diametre double, c'est-à-dire = 4 pouces.

553. Pour trouver le poids des différentes pieces de la machine, il faut d'abord déterminer le poids d'un pied cube de la même matiere; ce qui s'exécutera par la méthode du n. 460, lorsque cette matiere sera plus pesante que l'eau; & par celle du n. 461, lorsqu'elle surnagera. Cela fait, on cherchera le volume des pieces, qu'on évaluera en pieds cubes, & on le multipliera par le poids d'un pied cube de la même matiere, ainsi que nous avons dit au n. 459.

Moyen d'avoir le poids des arbres.

554. Les arbres d'une machine sont ordinairement d'égale épaisseur dans toute leur longueur. On en aura donc le volume en multipliant la surface de la section faite perpendiculairement à la longueur par cette même longueur, conformément à ce que nous avons dit au n. 458. Quant à la section, comme sa figure sera quelqu'une de celles dont nous avons parlé aux n. 447 — 456, on en aura toujours la superficie par quelqu'une des méthodes que nous avons données au même endroit. Le volume étant trouvé, on le multipliera par le poids d'un pied cube de même matiere, & l'on aura le poids cherché.

Moyen d'avoir le poids des tourteaux.

555. Pour avoir le poids des tourteaux d'une lanterne, on cherchera la surface de leur cercle par la méthode du n. 449; on en retranchera la surface de la section de l'arbre qui les traverse, & on multipliera le reste par leur épaisseur, & par le poids d'un pied cube de même matiere.

Moyen d'avoir le poids des fuseaux.

556. Pour avoir le poids d'un fuseau, on multipliera la surface du cercle de la section faite perpendiculairement à sa longueur par cette même longueur, & par le poids d'un pied cube

de même matiere. Si l'on multiplie ce produit par le nombre de fuseaux, on aura le poids de leur somme.

557. Pour trouver le poids des jantes du rouet, on cherchera la surface de sa couronne par la méthode du n. 450. L'ayant trouvée, on la multipliera par l'épaisseur des jantes, & par le poids d'un pied cube de même matiere.

Moyen d'avoir le poids des jantes.

558. Pour avoir le poids des aîles de la roue à aubes, on déterminera la surface d'une aîle par la méthode du n. 454; & on la multipliera par son épaisseur, par le poids d'un pied cube de même matiere, & par le nombre d'aîles de la roue.

Moyen d'avoir le poids des ailes.

559. Quant aux rayons de la roue & du rouet, ou aux pieces qui leur en tiendront lieu, comme elles sont ordinairement d'égale épaisseur dans toute leur longueur, on multipliera leur section perpendiculaire, par leur longueur & par le poids d'un pied cube de même matiere.

Moyen d'avoir le poids des rayons.

560. Les dents du rouet étant fichées dans la couronne, il ne faut prendre que le poids des parties qui sailliront au dehors. Pour cela, on en prendra une, dont on retranchera la partie qui doit être enfoncée dans les jantes: on pesera le reste, & on en multipliera le poids par le nombre de dents. Le produit sera le poids des parties saillantes de toutes les dents.

Moyen d'avoir le poids des dents.

561. Les pivots & les tourrillons étant des pieces peu volumineuses, pour en avoir le poids, il n'y a qu'à les peser avant de les employer.

Moyen d'avoir le poids des pivots & des tourillons.

§. VII.

De la construction des Machines, & de la détermination de leurs effets.

562. Les règles que nous allons donner sur les machines dont nous avons traité dans la premiere partie, sont relatives à ce problême qui est celui qu'on se propose le plus ordinai-

Observations sur les machines.

rement : *Connoissant la dépense & la chûte d'un courant, ou sa vîtesse & la surface de l'aîle choquée, trouver le poids enlevé qu'on suppose faire un nombre donné de révolutions par seconde autour de l'arbre sur lequel il agit.* Cette derniere condition exige que si la machine est simple, le rayon de la roue ait une valeur déterminée. Toutes les autres pieces de la machine seront arbitraires. Si la machine est à un engrénage, il y aura le rayon de la roue, ou celui du rouet, ou celui de la lanterne qui sera soumis à certaines loix. Les autres, ainsi que toutes les pieces restantes de la machine, seront encore arbitraires. En un mot, dans quelque machine que ce soit, s'il ne s'agissoit que de connoître le poids enlevé, quelle que fût d'ailleurs sa vîtesse; les dimensions de toutes les pieces seroient arbitraires. Si l'on admet des conditions, il y aura un certain nombre de pieces qui en dépendra, & ce nombre sera égal à celui des conditions.

Règles pour la machine de la figure 24, mûe par un courant particulier.

563. Supposons que la machine représentée par la *fig.* 24, soit placée sur un coursier inclinée, & mûe par une source dont on connoît la dépense & la chûte relative. On demande le poids Π qui sera enlevé par cette machine, sous la condition que l'arbre AB fera un nombre donné de révolutions par seconde.

Suivant ce que nous venons de dire (562), la condition énoncée exige que le rayon de la roue ait une valeur déterminée, & cette valeur influera sur celle du poids. On trouvera l'une & l'autre de ces deux valeurs, par le moyen des deux règles suivantes.

Premiere Règle. Pour trouver le rayon moyen de la roue, multipliez par 464 la racine quarrée de la chûte relative, & divisez le produit par le nombre de révolutions dans une seconde multiplié par 1000. Le quotient sera le rayon cherché.

Cette règle est fondée sur la formule du n. 147.

Seconde Règle. Pour trouver la valeur du poids enlevé :

1°,

1°. Prenez le produit de la dépenſe & de la chûte de la ſource, & multipliez-le par 285; vous aurez une premiere quantité.

2°. Prenez pareillement le produit du nombre de révolutions dans une ſeconde, par le rayon AC de l'arbre ſur lequel agit le poids (ce rayon eſt appellé *bras de levier du poids*), & multipliez-le par 100; vous aurez une ſeconde quantité.

3°. Diviſez la premiere par la ſeconde; & le quotient ſera le poids enlevé.

Cette règle eſt fondée ſur la formule du n. 162.

Exemple. Suppoſons que la roue doive faire une révolution par ſeconde; que la chûte relative ſoit de treize pieds, la dépenſe de la ſource = 15 pieds cubes, & le bras de levier du poids = 6 pouces = $\frac{1}{2}$ pied.

Par la premiere règle, nous trouverons le rayon moyen de la roue = 1 pied 8 pouces $\frac{1}{2}$ ligne à-peu-près.

Par la ſeconde règle, nous aurons la premiere quantité qui y entre = 55575; & la ſeconde = 50. Diviſant la premiere par la ſeconde, nous trouverons le poids enlevé = 1111 $\frac{1}{2}$ ℔.

564. Si la chûte relative étoit moindre que celle dont nous avons parlé au n. 524, & que l'arbre ſur lequel le poids agit fut toujours vertical, il faudroit employer une machine à engrénage. Suppoſons que ce ſoit celle qui eſt repréſentée par la *fig.* 28. Dans cette machine, toutes les pieces ſeront arbitraires, excepté le rayon du rouet. On aura donc les deux règles ſuivantes: Règles pour la machine de la figure 28, mûe par un courant particulier.

Premiere Règle. Pour trouver le rayon du rouet, multipliez le rayon moyen de la roue à aubes, par celui de la lanterne, par le nombre de révolutions de l'arbre AC dans une ſeconde, & enfin par la quantité $\frac{2151}{1000}$; & diviſez le produit par la racine quarrée de la chûte relative. Le réſultat ſera le rayon cherché.

Cette règle eſt fondée ſur la deuxieme formule du n. 176.

Seconde Règle. Pour trouver le poids enlevé:

1°. Divifez le tiers du rayon du tourrillon H de l'arbre EN, par le rayon moyen de la roue à aubes ; & ayant retranché le quotient du nombre $\frac{8}{4}$, multipliez le refte par la dépenfe de la fource motrice, par fa chûte relative, & par le nombre 19911: vous aurez une premiere quantité.

2°. Multipliez le poids de l'arbre EN par le rayon du tourrillon H, la racine quarrée de la chûte relative, & le nombre 1617 ; & divifez le produit total par le rayon moyen de la roue à aubes : vous aurez une feconde quantité.

3°. Divifez le tiers du rayon du tourrillon H, par celui de la roue à aubes ; augmentez le quotient d'une unité, & multipliez la fomme par le bras de levier du poids à enlever, le nombre de révolutions par feconde de l'arbre fur lequel le poids agit, & enfin par 16588. Le produit vous donnera une troifieme quantité.

4°. Retranchez la feconde de la premiere, & divifez le refte par la troifieme, le quotient fera le poids enlevé.

Cette règle eft fondée fur la formule du n. 177.

Exemple. Suppofons que la dépenfe du courant, le bras de levier du poids, & le nombre de révolutions de l'arbre fur lequel le poids agit étant les mêmes que dans l'exemple précédent, on eût la dimenfion de la fection de l'eau au bas de la chûte, prife felon le rayon égale au tiers feulement de l'autre. Par la règle du n. 524, on trouveroit la moindre chûte relative fous laquelle on pourroit employer une machine fimple, = 11 pieds 1 pouce 2 lignes. Donc fi nous n'avons qu'une chûte moindre que cette quantité, nous ferons obligés de nous fervir d'une machine à engrénage.

Que la chûte relative dont nous pouvons difpofer foit = 9 pieds, le rayon moyen de la roue à aubes = 6 pieds ; le rayon du tourrillon H = 2 pouces = $\frac{1}{6}$ pied ; celui de la lanterne = 1 pied, & le poids de l'arbre NE & de fes dépendances = 2000 ℔.

Par la ptemiere règle, nous trouvetons le rayon du rouet = 4 pieds 3 pouces 7 lignes $\frac{1}{3}$.

Par la feconde règle, nous aurons la premiere quantité qu'elle renferme = $\frac{603107750}{100}$; la feconde = $\frac{17966666}{100}$; & la troifieme = $\frac{837080}{100}$. Otant la feconde de la premiere, divifant le refte par la troifieme, & négligeant la fraction, nous aurons 697 ℔ pour la valeur du poids enlevé.

565. Si cette machine étoit placée fur une riviere, on auroit les deux règles fuivantes :

Règles pour la machine de la figure 18, mûe par une riviere.

Premiere Règle. Pour trouver le rayon du rouet, multipliez le rayon moyen de la roue à aubes par celui de la lanterne, par le nombre de révolutions que doit faire dans une feconde l'arbre fur lequel le poids agit, & enfin par la quantité $\frac{110}{7}$; & divifez le réfultat par la vîteffe moyenne du courant. Le quotient fera le rayon moyen chetché.

Cette règle eft le développement de ce qu'exprime la premiere formule du n. 176.

Seconde Règle. Pour connoître le poids enlevé :

1°. De la quanité $\frac{3}{4}$ ôtez le quotient que vous donnera le tiers du rayon du tourtillon H divifé pat celui de la roue à aubes, & multipliez le refte par la furface de l'aîle, par le cube de la vîteffe moyenne du courant, par la fraction $\frac{4}{15}$, & enfin par $\frac{7}{5}$ fi vous employez un courfier, ou par $\frac{7}{6}$ fi vous n'en employez point : le produit vous donnera une premiere quantité.

2°. Multipliez le poids de l'équipage de l'arbre horifontal NE par le rayon de fon tourtillon, pat la vîteffe moyenne du courant, & par la fraction $\frac{8}{9}$, & divifez le produit par le rayon moyen de la roue à aubes : le quotient vous donnera une feconde quantité.

3°. Divifez le tiers du rayon du tourrillon H pat celui de la roue à aubes ; & ayant augmenté le quotient d'une unité, multipliez la fomme par le bras de levier du poids enlevé, par

le nombre de révolutions que doit faire dans une seconde l'arbre sur lequel le poids agit, & enfin par la grandeur $\frac{1041}{41}$: le produit vous donnera une troisieme quantité.

4°. Retranchez la seconde de la premiere, & divisez le reste par la troisieme, le quotient sera le poids enlevé.

Cette règle est fondée sur la formule du n. 178.

Exemple. Supposons que les différentes pieces de la machine, ainsi que le nombre de révolutions de l'arbre AC soient les mêmes que dans l'exemple précédent ; que la vîtesse moyenne de l'eau soit de 12 pieds, & la surface de l'aîle = 8 pieds quarrés :

La premiere règle nous donnera le rayon moyen du rouet $= \frac{55}{7}$ pieds = 7 pieds 10 pouces 3 lignes.

En suivant la seconde règle, nous trouverons la premiere quantité $= \frac{1156417}{100}$, si l'on emploie un coursier, & $= \frac{178118}{100}$ si l'on n'en emploie aucun ; la seconde $= \frac{14814}{100}$, & la troisieme $= \frac{817}{100}$. Otant la seconde de la premiere, divisant le reste par la troisieme, & négligeant les fractions, nous aurons le poids enlevé en employant un coursier = 1363 ℔, & sans le secours du coursier = 673 ℔.

Règles pour la machine de la fig. 25, mue par un coursier particulier.

566. Supposons à présent que l'arbre sur lequel le poids agit, soit horisontal, que la machine soit simple comme dans la *fig.* 25, & qu'elle doive être placée sur un courant particulier qui se précipite dans un coursier incliné. On aura les deux règles suivantes.

Premiere Règle. On aura le rayon moyen de la roue, en suivant la premiere règle du n. 563.

Nous en avons donné la raison aux n. 165 & 167.

Seconde Règle. Pour trouver le poids enlevé :

1°. Extrayez la racine quarrée de la chûte relative, & multipliez-la par la dépense du courant, par le rayon moyen de la

roue à aubes, & par le nombre $\frac{6134}{1000}$: le produit vous donnera une premiere quantité.

2°. Multipliez le poids de l'arbre par le tiers du rayon de fon tourrillon, & vous aurez une feconde quantité.

3°. Ajoutez le tiers du rayon du tourrillon au bras de levier du poids, & la fomme vous fournira une troifieme quantité.

4°. Retranchez la feconde de la premiere, & divifez le refte par la troifieme, le quotient fera le poids enlevé.

Cette règle eft fondée fur la formule du n. *167*.

Exemple. Que la dépenfe de la fource foit $=$ 15 pieds cubes; la chûte relative $=$ 13 pieds; le poids de l'arbre EF & de la roue à aubes $=$ 2000 ℔; le nombre de révolutions dans une feconde $=$ 1, & le bras de levier EC $= \frac{1}{3}$ pied.

Par la premiere règle, nous trouverons le rayon moyen de la roue $= \frac{167}{100}$ pieds $=$ 1 pied 8 pouces $\frac{1}{2}$ ligne.

Par la feconde règle, nous aurons la premiere quantité qui la compofe $= \frac{55316}{100}$; la feconde $= \frac{11111}{100}$, & la troifieme $= \frac{20}{36}$. Effectuant les opérations prefcrites, & négligeant la fraction finale, nous trouverons le poids enlevé $=$ 803 ℔.

567. Si la machine devoit être placée fur une riviere dont la vîteffe fût affez confidérable pour fatisfaire au nombre de révolutions que doit faire l'arbre; on auroit les deux règles fuivantes: Règles pour la machine de la fig. 25, placée fur une riviere.

Premiere Règle. Pour trouver le rayon moyen de la roue, multipliez la vîteffe moyenne du courant par $\frac{7}{110}$, & divifez le produit par le nombre de révolutions que l'arbre doit faire dans une feconde. Le quotient fera le rayon cherché.

Cette règle eft fondée fur la premiere formule du n. *169*.

Seconde Règle. Pour trouver le poids enlevé:

1°. Multipliez le quarré de la vîteffe moyenne du courant par la furface de l'aîle, par le rayon moyen de la roue, par la fraction $\frac{9}{35}$, & enfin par $\frac{7}{5}$, fi vous employez un courfier, ou

par $\frac{7}{6}$, si vous n'en employez point : le produit vous donnera une premiere quantité.

2°. Multipliez le poids de l'arbre & de ses dépendances par le tiers du rayon de son tourrillon, & vous aurez une seconde quantité.

3°. Ajoutez au bras de levier du poids le tiers du rayon de son tourrillon, & vous aurez une troisieme quantité.

4°. Otez la seconde de la premiere, & divisez le reste par la troisieme, le quotient vous donnera le poids enlevé.

Cette règle est fondée sur la seconde formule du n. 169.

Exemple. Supposons que l'on ait la vîtesse moyenne du courant = 12 pieds, le nombre de révolutions de l'arbre EF dans une seconde = $\frac{1}{2}$; la surface de l'aîle = 8 pieds quarrés; le poids de l'équipage de l'arbre = 2000 ℔; le bras de levier EC du poids = $\frac{1}{2}$ pied, & le rayon du tourrillon H = $\frac{1}{6}$ pied.

La premiere règle nous donnera le rayon moyen de la roue = $\frac{84}{55}$ pieds = 1 pied 6 pouces 4 lignes, à-peu-près.

Par la seconde règle, nous trouverons la premiere quantité qui entre dans l'expression du poids = $\frac{147791}{100}$, quand on se sert d'un coursier, & = $\frac{71895}{100}$ quand on n'en emploie point; la seconde = $\frac{11111}{100}$, & la troisieme = $\frac{20}{36}$. Faisant les opérations prescrites, nous aurons le poids enlevé avec le secours d'un coursier = 2485 ℔, & sans coursier = 1141 ℔.

Règles pour la machine de la fig. 29, mûe par un courant particulier.

568. Supposons que la machine devant être mûe par un courant particulier, comme au n. 566, la chûte ne fût pas assez forte pour produire le nombre de révolutions proposé : on emploieroit une machine à engrénage, semblable à celle qui est représentée par la *fig.* 29, & l'on auroit les deux règles suivantes.

Premiere Règle. Pour avoir le rayon du rouet, multipliez le rayon de la roue à aubes par celui de la lanterne, par le nombre de révolutions de l'arbre MN dans une seconde, &

par $\frac{1151}{1000}$, & divifez le produit par la racine quarrée de la chûte relative. Le quotient fera le rayon cherché.

Cette règle eft fondée fur la derniere formule du n. 180.

Seconde Règle. Pour trouver le poids enlevé.

1°. Divifez le tiers du rayon du tourrillon par celui de la roue à aubes: retranchez le quotient de $\frac{9}{4}$, & multipliez le refte par la dépenfe du courant, par la chûte relative & par le nombre 19911: vous aurez une premiere quantité.

2°. Multipliez la racine quarrée de la chûte relative par le poids de l'équipage de l'arbre EF, par le rayon de fon tourrillon H, & par le nombre 1617; & divifez le produit par le rayon de la roue à aubes: le quotient vous donnera une feconde quantité.

3°. Augmentez d'une unité le quotient que vous donnera le tiers du rayon du tourrillon H divifé par celui de la roue à aubes, & multipliez la fomme par le nombre de révolutions de l'arbre MN, & par 16588: vous aurez une troifieme quantité.

4°. Multipliez le poids de l'équipage de l'arbre MN par le tiers du rayon de fon tourrillon, & vous aurez une quatrieme quantité.

5°. Ajoutez le tiers du rayon du tourrillon Q au bras de levier du poids, & vous aurez une cinquieme quantité.

6°. Otez la feconde de la premiere, & ayant divifé le refte par la troifieme, du quotient que vous aurez retranchez la quatrieme, & divifez ce nouveau refte par la cinquieme. Le réfultat fera le poids cherché.

Cette règle eft fondée fur la formule du n. 182.

Exemple. Suppofons que l'on ait la dépenfe de la fource $=$ 15 pieds cubes; fa chûte relative $= 9$ pieds; le rayon moyen de la roue $= 6$ pieds; celui (MD) de la lanterne $= 1$ pied; celui du tourrillon H, ainfi que celui du tourrillon Q $= \frac{1}{6}$ pied;

le bras (NK) de levier du poids $= \frac{1}{2}$ pied; le nombre de révolutions de l'arbre MN dans une seconde $= 1$; le poids de l'équipage de l'arbre MN $= 2000$ ℔; & celui de l'équipage de l'arbre EF $= 1200$ ℔.

La premiere règle nous donnera le rayon du rouet $= \frac{41}{10}$ pieds $= 4$ pieds 3 pouces 7 lignes $\frac{1}{5}$.

Par la seconde règle, nous trouverons que les quantités qui entrent dans l'expression du poids, ont les valeurs suivantes. La premiere $= \frac{602307750}{100}$; la seconde $= \frac{10779999}{100}$; la troisieme $= \frac{1674160}{100}$; la quatrieme $= \frac{11111}{100}$; & la cinquieme $= \frac{10}{36}$. Ainsi, en effectuant les opérations prescrites, nous trouverons le poids enlevé $= 435$ ℔.

Règles pour la machine de la fig. 29, placée sur une riviere.

569. Si cette machine devoit être placée sur une riviere, on auroit les deux règles suivantes.

Premiere Règle. Pour trouver le rayon du rouet, on exécutera ce qui est prescrit par la premiere règle du n. 565.

Nous l'avons démontré au n. 183.

Seconde Règle. Pour connoître le poids enlevé:

1°. De $\frac{9}{4}$ ôtez le quotient que vous aurez en divisant le tiers du rayon du tourrillon H par le rayon moyen de la roue à aubes; multipliez le reste par la surface de l'aube, par le cube de la vîtesse moyenne du courant, par la fraction $\frac{4}{15}$, & enfin par $\frac{7}{5}$, si vous employez un coursier, ou par $\frac{7}{6}$ si vous n'en employez point: vous aurez une premiere quantité.

2°. Multipliez la vîtesse moyenne du courant par le poids de l'arbre EF, par le rayon du tourrillon H, & par la fraction $\frac{8}{9}$, & divisez le produit par le rayon moyen de la roue à aubes: vous aurez une seconde quantité.

3°. Divisez le tiers du rayon du tourrillon H par celui de la roue à aubes; augmentez le quotient d'une unité, & multipliez la somme par le nombre de révolutions de l'arbre MN, & par la grandeur $\frac{1045}{63}$: vous aurez une troisieme quantité.

4°.

4°. Multipliez le poids de l'arbre MN par le tiers du rayon de ſon tourrillon Q : vous aurez une quatrieme quantité.

5°. Ajoutez le tiers du rayon du tourrillon Q au bras de levier du poids, & vous aurez une cinquieme quantité.

6°. Retranchez la ſeconde de la premiere, & ayant diviſé le reſte par la troiſieme ; du quotient retranchez la quatrieme, & diviſez ce nouveau reſte par la cinquieme. Le réſultat ſera le poids enlevé.

Cette règle eſt fondée ſur la formule du n. 183.

Exemple. Suppoſons que la ſurface de l'aube ſoit $=$ 8 pieds quarrés, la vîteſſe moyenne du courant $=$ 12 pieds ; le nombre de révolutions par ſeconde de l'arbre MN $= \frac{1}{2}$; & toutes les autres quantités qui entrent dans les règles, les mêmes que dans l'exemple précédent.

La premiere règle nous donnera le rayon moyen du rouet $=$ $\frac{110}{28}$ pieds $=$ 3 pieds 11 pouces 1 ligne $\frac{1}{2}$.

Par la ſeconde règle nous trouverons la premiere quantité qui entre dans l'expreſſion du poids $= \frac{1156417}{100}$ lorſqu'on emploiera un courſier, & $= \frac{578218}{100}$ quand on n'en emploiera aucun ; la ſeconde $= \frac{8888}{100}$; la troiſieme $= \frac{8\,7}{100}$; la quatrieme $=$ $\frac{11111}{100}$, & la cinquieme $\frac{10}{36}$. Faiſant les opérations preſcrites, nous aurons le poids enlevé $=$ 2290 ℔ ou $=$ 1034 ℔ ſelon qu'on emploiera ou qu'on n'emploiera pas de courſier.

570. Lorſqu'on emploiera une écluſe, la conſtruction ſe rapportera toujours à quelqu'une des précédentes (507 & 511). Pour connoître à-peu-près l'effet qu'on doit attendre de la machine ſuppoſée mue ſans interruption, par la ſource qui fournit à l'écluſe, on fera cette règle de trois : ſi la dépenſe de l'écluſe produit à chaque inſtant (ou dans un temps donné) l'effet calculé ; quel effet produira dans le même temps la dépenſe de la ſource qui entretient l'écluſe ? *Règle pour connoître l'effet d'une machine à écluſe.*

Cette règle eſt la même que celle du n. 259.

Ce qu'il faut faire quand on a un grand volume d'eau.

571. Si l'on avoit à diſpoſer d'un volume d'eau & d'une chûte capables de mouvoir pluſieurs machines à la fois, on ſuivroit le procédé que nous avons indiqué au n. 245, auquel nous renvoyons.

§. VIII.

Applications.

Application à la machine de la fig. 24, mue par un courant particulier.

572. On a une ſource dont la dépenſe eſt de 20 pieds cubes d'eau par ſeconde, & dont la chûte abſolue eſt de 18 pieds, déduction faite de la pente néceſſaire aux canaux de conduite & de fuite. On veut l'employer à mouvoir une machine dont l'arbre ſur lequel le poids agira ſera vertical, & fera une révolution par ſeconde : le bras de levier du poids eſt $=$ 1 pied, & la moindre machine de cette eſpece exige une ſource dont la dépenſe & la chûte relative multipliées l'une par l'autre, donnent un produit $=$ 192. Il s'agit de ſavoir ſi la machine ſe mouvra ſans interruption, ou s'il faudra employer une écluſe ; de connoître ſi elle ſera ſimple ou a engrénage ; de déterminer tout ce qui lui eſt relatif pour produire le plus grand effet, & enfin de trouver la valeur de cet effet, c'eſt-à-dire celle du poids enlevé.

Cherchons d'abord la chûte de l'eau après l'impulſion, c'eſt-à-dire QS (*fig.* 31) en déterminant la moindre largeur qu'on peut donner au courſier de décharge. Par la méthode preſcrite au n. 489, nous trouverons que cette largeur eſt $=$ 4 pieds 5 pouces à-peu-près ; & par conſéquent il ſuffit que l'on faſſe QS $= \frac{3}{4}$ pied.

Pour connoître ſi la machine pourra ſe mouvoir d'un mouvement continu, regardons pour un moment dm (qui eſt $=$ 17 pieds, puiſque QS $= \frac{3}{4}$ pied, & que (483) la hauteur mQ du reſſaut $=$ 3 pouces $= \frac{1}{4}$ pied) comme la chûte relative, quoiqu'elle ſoit un peu plus grande que la véritable (498) : multi-

plions la par la dépenſe = 20, & nous aurons un produit = 340. Suivant ce que nous avons vu au n. 503, comparons-le à 192, & nous conclurons que quoique 340 ſoit un peu plus grand que le produir de la dépenſe par la véritable chûte relative, celui-ci doir néanmoins être auſſi plus grand que 192, à cauſe de la grande différence qu'il y a entre 340 & 192: par conſéquent la machine que nous emploierons ſera plus grande que la moindre de la même eſpece, & elle ſe mouvra d'un mouvement continu.

Pour ſavoir ſi nous devons employer une machine ſans engrénage, relle que celle qui eſt repréſentée par la *fig.* 24, ou s'il faut recourir aux engrénages & ſe ſervir d'une machine ſemblable à celle de la *fig.* 28; voyons ſi la chûte donr nous pouvons diſpoſer, n'eſt pas au-deſſous de celle qu'exige une machine ſimple. Continuons de regarder 17 pieds comme la chûte relative de notre ſource. Exécutons ce qui eſt preſcrit par la règle du n. 524; nous trouverons la premiere quantité qui entre dans cette règle, je veux dire la racine cubique de la quatrieme puiſſance du nombre de révolutions multipliée par le quarré de la dépenſe, $= \frac{717}{100}$. Suivant le n. 526, multiplions cette quantité pat les réſultats qui ſont le plus vers la droite dans la table du n. 524: nous aurons des produits conſtamment plus grands que 17. Il n'y aura que le premier, c'eſt-à-dire $\frac{1885}{1000}$ qui nous donnera $\frac{1399}{100}$, quanrité ſenſiblement moindre que 17, & conſéquemment moindre que la véritable chûte relative. Donc nous pourrons employer une machine ſemblable à celle de la *fig.* 24, mais à condition que la largeur du courſier au bas de la chûte ne ſera que le tiers de la profondeut naturelle de l'eau au même endroit, ainſi que l'indique le premier réſultat de la table dont nous venons de faire uſage.

Pour déterminer la véritable chûte relative, cherchons la largeur du courſier & la profondeur de l'eau au bas de la chûte. Suivant la règle du n. 496, extrayons de 17 la racine quarrée

$= \frac{4123}{1000}$, & par cette racine, divisons la dépense $= 20$. Nous aurons pour quotient $\frac{48508}{10000}$ dont la racine quarrée est $= \frac{22}{10}$, que nous multiplierons par le dernier résultat $= \frac{213}{1000}$ de la table de ce numéro ; ce qui nous donnera la largeur de la partie inférieure du coursier $= \frac{47}{100}$ pied. Multiplions cette quantité par 3, & nous aurons la profondeur naturelle de l'eau $= \frac{141}{100}$ pieds. Donc, suivant le n. 498, retranchons cette derniere quantité de 17, & nous aurons la chûte relative d'après laquelle nous pourrons faire le calcul de la machine $= \frac{1559}{100}$ pieds, ou plus simplement (444), $= \frac{156}{10}$ pieds.

Pour trouver la largeur du coursier au haut de la chûte, supposons que la profondeur de l'eau doive y être $= 2$ pieds : par la méthode indiquée au n. 499, nous trouverons cette largeur $= \frac{146}{100}$ pieds.

Nous avons donné au n. 478 la méthode pour trouver l'inclinaison du coursier.

Passons aux dimensions de la roue. Puisque l'arbre est vertical, & que la machine est sans engrénage, la roue sera horisontale. Nous avons parlé du nombre & de la forme des ailes aux n. 513 — 515, de leur inclinaison au n. 522, & de leur débordement aux n. 483, 502 1°. & 519. Il sera aisé de trouver chacune de leurs dimensions, puisque la largeur de la partie inférieure du coursier, & la profondeur de l'eau au même point sont déterminées.

Extrayons la racine quarrée $\frac{394}{100}$ de la chûte relative $\frac{156}{10}$. En exécutant ce qui est prescrit par la premiere règle du n. 563, nous trouverons le rayon moyen de la roue $= \frac{1828}{1000}$ pieds $=$ 1 pied 9 pouces 11 lignes.

Enfin, par le procédé de la seconde règle du même numéro, nous trouverons que le poids enlevé sera $= \frac{8892}{10}$ ℔, ou seulement $= 889$ ℔.

Application à la machine de la fig. 28, mue par un courant particulier.

573. Nous venons de voir que dans l'application précédente pour pouvoir se dispenser d'employer des engrénages, il falloit

que la largeur du courſier au bas de la chûte ne fût que le tiers de la profondeur naturelle de l'eau au même endroit. Suppoſons au contraire que ce ſoit la profondeur de l'eau qui ne ſoit que le tiers de la largeur du courſier, & que d'ailleurs le bras de levier du poids, & le nombre de révolutions de l'arbre vertical ſoient les mêmes qu'au numéro précédent. Nous ſerons obligés d'employer une machine ſemblable à celle de la *fig.* 28, dans laquelle toutes les dimenſions ſeront arbitraires ou données, excepté celles des aîles qui dépendent de la largeur du courſier au bas de la chûte & le rayon du rouet. Nous ſuppoſerons donc que le poids de l'arbre EN, & de ſes dépendances = 1500 ℔; le rayon moyen de la roue à aubes = 6 pieds; celui du tourrillon H = $\frac{1}{6}$ pied; & celui de la lanterne = 1 pied.

La dépenſe de la ſource motrice & ſa chûte abſolue étant les mêmes que dans l'exemple précédent, la valeur de *dm* (*fig.* 31) & la largeur de la partie ſupérieure du courſier ſeront auſſi les mêmes.

Pour avoir la largeur de la partie inférieure du courſier, ſuivant la règle du n. 496, multiplions la quantité $\frac{22}{10}$ trouvée dans l'application précédente par le premier réſultat $\frac{640}{1000}$ de la table, & nous aurons cette largeur = $\frac{141}{100}$ pieds = 1 pied 4 pouces 11 lig.

Par la règle du n. 497, nous aurons la profondeur naturelle de l'eau au même endroit = $\frac{47}{100}$ pied = 5 pouces 7 lignes $\frac{2}{3}$.

Enfin, par la règle du n. 498, nous trouverons la chûte relative d'après laquelle nous pourrons faire le calcul de la machine, en retranchant $\frac{47}{100}$ de *dm* = 17; ce qui nous donnera un reſte = $\frac{1653}{100}$ pieds = 16 pieds 6 pouces 4 lignes $\frac{1}{3}$.

Nous avons dit ce qu'il falloit obſerver par rapport à la forme & au nombre des aîles, aux n. 513 — 515; par rapport à leur inclinaiſon au n. 521, & par rapport à leur débordement aux numéros 483, 502 2°. & 519. Connoiſſant

d'ailleurs les dimenſions de la partie inférieure du courſier, on a tout ce qui eſt néceſſaire pour conſtruire la roue à aubes.

Exécutons ce qui eſt preſcrit par les deux règles du n. 564, & nous trouverons; 1°. le rayon du rouet $= \frac{317}{100}$ pieds $=$ 3 pieds 2 pouces; 2°. le poids enlevé $=$ 864 ℔. L'on voit que ce poids eſt moindre que celui du numéro précédent. Cela doit être ainſi à cauſe de la réſiſtance qui s'exerce à l'engrénage & aux tourrillons. C'eſt pour cela qu'on ne doit employer que le moins qu'on pourra des machines à engrénage.

Pour trouver les dimenſions de l'engrénage, nous ſuppoſerons d'abord que l'épaiſſeur des dents $=$ 2 pouces 6 lignes $= \frac{5}{24}$ pied; que cette épaiſſeur eſt égale à celle des fuſeaux, & que la largeur du jeu $=$ 3 lignes $= \frac{1}{48}$ pied. La ſomme de ces trois quantités eſt $= \frac{7}{16}$ pied. (448) La circonférence moyenne du rouet $= \frac{1992}{100}$. Suivons ce qui eſt preſcrit aux n. 544 & 546; nous trouverons que cette circonférence diviſée par la ſomme précédente $\frac{7}{16}$ donne un quotient $= 45\frac{51}{100}$. Multiplions par le rayon $=$ 1 de la lanterne les nombres 45, 44, 43, 42 & 41, & diviſons les produits par le rayon $= \frac{317}{100}$ du rouet; nous aurons les quotients reſpectifs, $14\frac{19}{100}$, $13\frac{88}{100}$, $13\frac{56}{100}$, $13\frac{24}{100}$, $12\frac{91}{100}$, dont le dernier approche le plus d'un nombre enrier 13. Ce nombre ſera donc celui des fuſeaux, & 41 celui des dents. Cherchons-en la vraie épaiſſeur par la méthode du n. 545, en conſervant la même grandeur au jeu, & nous la trouverons $= \frac{232}{1000}$ pieds $=$ 2 pouces 9 lignes 5 points.

Application à la machine de la fig. 21, mûe par un courant particulier.

574. Suppoſons à préſent que l'arbre ſur lequel le poids agira ſoit horiſontal, la dépenſe & la chûte de la ſource, ainſi que le nombre de révolutions de l'arbre & le bras de levier du poids étant encore les mêmes qu'aux deux exemples précédents. Nous trouverons de la même maniere qu'au n. 572, que nous pourrons employer une machine ſans engrénage, telle que celle

qui est représentée par la *fig.* 25, pourvu que la dimension de la section du courant prise dans le sens du rayon, ne soit que le tiers de l'autre ; & puisqu'ici le rayon est vertical, il faudra que la profondeur naturelle du courant au bas du coursier, ne soit que le tiers de la largeur du coursier au même endroit. Ainsi le coursier aura exactement les mêmes dimensions & la chûte relative la même valeur que dans l'exemple du n. 573. Il nous reste à trouver le rayon moyen de la roue, & le poids que nous pouvons enlever.

Supposons le poids de l'équipage de l'arbre EF = 1500 ℔, & le rayon du tourrillon = $\frac{1}{6}$ pied. Les deux règles du n. 566 nous donneront; 1°. le rayon moyen de la roue = $\frac{188}{100}$ pieds = 1 pied 10 pouces 6 lignes $\frac{3}{4}$; 2°. le poids enlevé = 808 ℔. Application à la machine de la fig. 29, mûe par un courant particulier.

575. La dépense & la chûte de la source, ainsi que le bras de levier du poids & la situation de l'arbre sur lequel il agit, étant les mêmes que dans l'exemple précédent, supposons que l'arbre doive faire 2 révolutions par seconde. La quatrieme puissance de 2 multipliée par le quarré de 20, donne 6400, dont la racine cubique = $\frac{1856}{100}$. Or, dans la table du n. 524, il n'y a aucun résultat qui, multiplié par cette racine, ne donne une quantité beaucoup au-dessus de la chûte dont nous avons à disposer. Donc, suivant ce que nous avons dit au même numéro pour imprimer ce degré de vîtesse à l'arbre sur lequel le poids agit, il faut employer un engrénage, & se servir d'une machine semblable à celle de la *fig.* 29. Cependant les dimensions du coursier & la chûte relative seront les mêmes que dans l'exemple précédent. Il n'y a plus qu'à déterminer le rayon moyen du hérisson, le poids à enlever, & les dimensions de l'engrénage.

Supposons que les deux arbres soient de même poids, & leurs tourrillons de même rayon : que le poids de chaque arbre & de ses dépendances soit = 1500 ℔; le rayon des tourrillons

$= \frac{1}{6}$ pied; le rayon moyen de la roue $= 6$ pieds, & celui de la lanterne $= 1$ pied. En effectuant ce qui est prescrit par les deux règles du n. 568, nous trouverons le rayon du rouet $= \frac{635}{100}$ pieds $= 6$ pieds 4 pouces 2 lignes $\frac{1}{3}$; & le poids enlevé $= 330$ ℔. Cette derniere quantité est au-dessus de la moitié des précédents; 1°. à cause que sa vîtesse est double; 2°. à cause de la résistance du frottement de l'engrénage & des tourrillons.

Pour connoître tout ce qui est relatif à l'engrénage, nous supposerons encore, ainsi que nous avons fait au n. 573, que les dents & les fuseaux ont la même épaisseur, & que le jeu est $= 3$ lignes $= \frac{1}{48}$ pieds; donnons d'abord deux pouces six lignes d'épaisseur aux dents & aux fuseaux. Cette épaisseur sera exprimée par la fraction $\frac{5}{24}$ pied. Ajoutons ces trois quantités, & nous aurons leur somme $= \frac{7}{16}$ pied. Par la méthode du n. 448, nous trouverons la circonférence moyenne du rouet $= \frac{39914}{1000}$ pieds. Conformément aux n. 544 & 546, divisons la circonférence du rouet par $\frac{7}{16}$, le quotient sera $= 91 \frac{232}{1000}$. Multiplions par le rayon $= 1$ de la lanterne les nombres 91, 90, 89, 88, 87, & divisons chaque produit par le rayon $= \frac{635}{100}$ du rouet; nous aurons les quotients correspondans qui seront $14 \frac{33}{100}$, $14 \frac{17}{100}$, $14 \frac{1}{100}$, $13 \frac{87}{100}$, & $13 \frac{70}{100}$. De tous ces quotients, celui qui approche le plus d'un nombre entier est le troisieme $= 14 \frac{1}{100}$. Donc le nombre de fuseaux sera $= 14$, & celui des dents sera $= 89$.

Divisons la circonférence du rouet par 89, nous aurons pour quotient $\frac{448}{1000}$ pieds, ôtons-en le jeu $= \frac{1}{48} = \frac{20}{1000}$, & prenons la moitié du reste. Elle exprimera la vraie épaisseur des dents & des fuseaux, laquelle sera $= \frac{214}{1000}$ pieds $= 2$ pouces 6 lignes 10 points.

Application à la machine de la fig. 28, mûe par une riviere.

576. Venons à la construction des machines sur les rivieres, & commençons par celles dont l'arbre sur lequel le poids agit est vertical, comme dans la *fig.* 28. Supposons que la vîtesse des

des eaux de la ſurface ſoit $= 6$ pieds ; le poids de l'arbre EN $= 1500$ ℔ ; le rayon de la lanterne $= 1$ pied ; celui des tourrillons H $= \frac{1}{6}$ pied ; le bras de levier du poids $= 1$ pied ; le nombre de révolutions par ſeconde de l'arbre vertical $= 1$; la largeur de l'aîle $= 8$ pieds, & le nombre de fois que le rayon moyen de la roue à aubes contiendra la hauteur de l'aîle $= 6$.

Par la méthode du n. 534, nous trouverons la plus grande hauteur qu'on puiſſe donner aux aîles $= 7\frac{7}{10}$ pieds. Donnons-leur donc 1 pied de hauteur : le rayon moyen de la roue à aubes ſera $= 6$ pieds, & la ſurface de l'aîle ſera $= 8$ pieds quarrés (454).

Par la règle du n. 536, nous trouverons la vîteſſe moyenne du courant $= \frac{812}{100}$ pieds. La premiere règle du n. 565 nous donnera le rayon du rouet $= \frac{1161}{100}$ pieds $= 11$ pieds 7 pouces 4 lignes ; & la ſeconde nous fera connoître que le poids enlevé ſera $= 209$ ℔ ou 102 ℔, ſelon qu'on emploiera ou qu'on n'emploiera pas des courſiers. La valeur que nous trouverons pour le rayon du rouet ſera plus grande que celle du rayon de la roue. Si l'on vouloit le rendre moindre, il faudroit employer deux engrénages, ou ſi les circonſtances le permettoient, diminuer le nombre de révolutions de l'arbre vertical ; on ne perdroit rien du côté du poids, à cauſe qu'il augmentera dans le même rapport que le nombre de révolutions diminuera. Ainſi, dans cet exemple, pour diminuer le rayon du rouet, ſuppoſons que l'arbre vertical ne faſſe qu'un quart de révolution dans une ſeconde. Le rayon du rouet deviendra 4 fois moindre, & le poids enlevé 4 fois plus grand. Le premier ſera $= \frac{29}{10}$ pieds $= 2$ pieds 10 pouces 9 lignes $\frac{1}{2}$, & le ſecond $=$ 836 ℔, ou $= 408$ ℔.

Dans ce dernier cas, pour trouver tout ce qui eſt relatif à l'engrénage, nous ſuppoſerons d'abord aux dents, aux fuſeaux, & au jeu, les mêmes dimenſions qu'aux exemples pré-

cédents. En ſuivant le même procédé, nous rrouverons la circonférence moyenne du rouet $= \frac{18118}{1000}$ pieds laquelle diviſée par $\frac{7}{16}$ donne au quorient $41 \frac{664}{1000}$. Multiplions par le rayon de la lanterne les nombres 41, 40, 39, 38, & diviſons les produits par le rayon $\frac{19}{10}$ du rouet; nous aurons les quotients $14 \frac{11}{100}$, $13 \frac{79}{100}$, $13 \frac{44}{100}$, $13 \frac{10}{100}$. Le dernier, étant le plus proche d'un nombre entier, nous fait voir que le nombre de fuſeaux $= 13$ & celui des dents $= 38$. Conſervant le même jeu, nous connoîtrons par la méthode du n. 545, que la véritable épaiſſeur des dents & des fuſeaux ſera $= \frac{229}{1000}$ pieds $=$ 2 pouces 9 lignes.

Application à la machine de la fig. 25 placée ſur une riviere.

577. La vîreſſe de la riviere érant la même que dans le cas précédent, il s'agir d'y placer une machine ſemblable à celle de la *fig.* 25, qui faſſe ſeulement 5 révolutions par minure.

Suppoſons que le poids de l'arbre EF & de ſes dépendances ſoit $= 1500$ ℔, le rayon du tourrillon $= \frac{1}{6}$ pied; le bras de levier du poids $= 1$ pied; la largeur de l'aîle $= 8$ pieds. Le nombre de révolutions dans une ſeconde ſera $= \frac{5}{60} = \frac{1}{12}$.

Souvenons-nous (516) que le rayon moyen de la roue doit contenir au moins 3 fois & demie la hauteur de l'aîle. Prenons donc arbitrairement un nombre plus grand que $3 \frac{1}{2}$, par exemple, $7 \frac{1}{2}$, & d'après cette quantiré, cherchons la plus grande hauteur de l'aîle. Par la règle du n. 534, nous rrouverons qu'à la rigueur on pourroit donner $7 \frac{5}{10}$ pieds de hauteur aux aîles ſans craindre que l'eau ne fût pouſſée par quelque point de la roue. Mais la roue devant faire un nombre connu de révolutions par ſeconde, ſon rayon ſera déterminé. Il en ſera donc de même de la hauteur de l'aîle. Suppoſons cette hauteur $= 1$ pied, la vîteſſe moyenne du courant ſera encore $= \frac{812}{100}$ pieds. La premiere règle du n. 567 nous donnera le rayon moyen de la roue $= \frac{62}{10}$ pieds $= 6$ pieds 2 pouces 5 lignes. Par où l'on voit que le rayon moyen de la roue contiendra plus de 3 fois & demie la hauteur de l'aîle. Si cela n'avoit pas lieu, on diminueroit la hauteur de l'aîle, & l'on recommenceroit cette partie du calcul de la machine.

La feconde règle du n. 567 nous fera connoître que la valeur du poids enlevé fera $= 2521$ ℔, ou $= 1221$ ℔, felon qu'on emploiera ou qu'on n'emploiera pas de courfier.

Application à la machine de la fig. 29, placée fur une riviere.

578. Suppofons à préfent que l'arbre fur lequel le poids agit doive faire 20 révolutions par minute ou $\frac{1}{3}$ par feconde, tout le refte étant d'ailleurs le même que dans l'exemple précédent. En donnant encore 1 pied de hauteur aux aîles, nous trouverions par la premiere règle du n. 567, le rayon moyen de la roue à aubes $= \frac{155}{100}$ pieds $=$ 1 pied 6 pouces 7 lignes. Or, felon la bonne conftruction, il faudroit que cette quantité fût au moins $=$ 3 pieds & demi. Donc il faudra diminuer la hauteur de l'aîle, ou employer un engrénage. Si nous diminuons la hauteur de l'aîle, elle deviendra exceffivement petite: ainfi il vaut mieux employer un engrénage, & fe fervir d'une machine femblable à celle de la *figure* 29.

Suppofons que chacun de fes arbres ait un poids $=$ 1500 ℔; que les rayons des tourrillons foient $= \frac{1}{4}$ pied; celui de la lanterne $=$ 1 pied; celui de la roue à aubes, $=$ 6 pieds; la largeur ainfi que le bras de levier du poids de l'aîle $=$ 8 pieds; & fa hauteur $=$ 1 pied; la vîteffe moyenne du courant fera encore $= \frac{812}{100}$ pieds. La premiere règle du n. 569 nous donnera le rayon du hériffon $= \frac{387}{100}$ pieds $=$ 3 pieds 10 pouces 5 lignes $\frac{3}{4}$; & la feconde nous donnera le poids enlevé qui fera $=$ 515 ℔ quand on emploiera un courfier, & qui fe réduira à 219 ℔, quand on n'en emploiera point.

Suppofons d'abord aux dents & aux fufeaux les mêmes dimenfions qu'aux exemples précédents, & faifons pareillement l'intervalle du jeu $=$ 3 lignes $= \frac{1}{48}$ pied. La fomme des épaiffeurs d'une dent & d'un fufeau, augmentée de l'intervalle du jeu, fera encore $= \frac{7}{96}$. La circonférence moyenne du rouet fera $= \frac{24527}{1000}$ pieds, & divifée par la fomme précédente, elle donnera 55 $\frac{604}{1000}$. Multiplions par le rayon de la lanterne les nombres 55, 54, 53, & divifons les produits par le rayon du

hériſſon, nous aurons les quotients $14\frac{21}{100}$, $13\frac{95}{100}$ & $13\frac{69}{100}$, dont le ſecond approche le plus d'un nombre entier. Donc le nombre de fuſeaux ſera $= 14$, & celui des dents ſera $= 54$.

Diviſons la circonférence du hériſſon par 54: nous aurons pour quorient $\frac{45}{100}$ pied. De cette qantité retranchons le jeu $= \frac{1}{48} = \frac{2}{100}$, & prenons la moitié du reſte. Ce ſera la vraie épaiſſeur des dents & des fuſeaux, laquelle ſera $= \frac{215}{1000}$ pieds $= 2$ pouces 7 lignes.

Application à une machine à écluſe.

579. On a une ſource dont la dépenſe $= 2$ pieds cubes d'eau par ſeconde, & dont la chûte abſolue $= 20$ pieds. On veut l'employer à mouvoir une machine dont l'arbre ſur lequel le poids agira, doit faire une révolution par ſeconde, & dans laquelle le bras de levier du poids ſoit $= 1$ pied. La moindre machine de même eſpece exige une dépenſe & une chûte telles que leur produit ſoit $= 120$. Il s'agit de trouver tout ce qui eſt relatif à cette machine, afin qu'elle produiſe le plus grand effet poſſible.

Au premier abord on voit que la machine doit être à écluſe, puiſque quand même la chûte relative ſeroit égale à la chûte abſolue, le produit de la chûte relative par la dépenſe ne donneroit que 40, quantité fort inférieure à 120, qui eſt celle qu'exige la moindre machine qu'on puiſſe employer. Déterminons donc les dimenſions des baſſins & de la partie ſupérieure du courſier. Pour cela, nous avons beſoin avant tout de fixer la dépenſe de l'écluſe. Cette dépenſe doit avoir les conditions mentionnées au n. 507. Suppoſons que celle de la ſource dans ſes plus grands accroiſſemens ſoit de 6 pieds cubes. Pour éviter tout inconvénient, nous pourrons ſuppoſer celle de l'écluſe $= 12$ pieds cubes par ſeconde.

Donnons 2 pieds de profondeur au baſſin ſupérieur, & prenons 1 pied pour celle de la partie ſupérieure du courſier. Par la règle du n. 508 nous trouverons la largeur du courſier au même endroit $= \frac{91}{100}$ pied $= 10$ pouces 11 lignes; & par

celle du n. 510, nous n'avons qu'à prendre 2 fois & demie la profondeur de la partie ſupérieure du courſier = 1 pied, & nous aurons celle du baſſin inférieur = 2 pieds 6 pouces. Enfin, effectuant ce qui eſt preſcrit par la règle du n. 511, nous trouverons $\frac{1891}{100}$ pieds pour la chûte abſolue conſidérée indépendamment de l'écluſe. La queſtion eſt donc réduite à celle où la dépenſe de la ſource ſeroit de 12 pieds cubes, & la chûte abſolue = $\frac{1891}{100}$ pieds. L'inclinaiſon du courſier eſt la même qu'au n. 478. Sa largeur dans la partie ſupérieure a été déterminée. Il reſte à trouver ſes dimenſions dans la partie inférieure, la moindre largeur du courſier de décharge, la chûte relative, l'eſpece & les dimenſions de la machine que nous pouvons employer, & enfin l'effet que nous devons attendre.

Par la méthode du n. 489, nous trouverons que la moindre largeur du courſier de décharge ſera de $\frac{26}{10}$ pieds = 2 pieds 7 pouces 2 lignes, & qu'il ſuffit que QS (*fig.* 31) ſoit = $\frac{3}{4}$ pied.

Avant de paſſer aux autres recherches, il faut ſavoir ſi l'arbre ſur lequel le poids agira doit être vertical ou horiſontal; ce qui nous fournit deux cas que nous allons examiner ſucceſſivement.

1°. Suppoſons d'abord que l'arbre ſoit vertical, & cherchons ſi nous devons nous ſervir de la *fig.* 24 ou de la *fig.* 28. Suivons le même procédé qu'au n. 572. Nous pouvons regarder pour un moment la chûte abſolue $\frac{1891}{100}$ pieds diminuée de l'unité, c'eſt-à-dire la quantité $\frac{1791}{100} = dm$ (*fig.* 31) comme la chûte relative. Exécutons ce qui eſt preſcrit par la règle du n. 524; nous aurons $\frac{134}{100}$ pour la racine cubique de la quatrieme puiſſance du nombre de révolutions multipliée par le quarré de la dépenſe. Les deux premiers réſultats de la table du même numéro multipliés par cette racine, donnent un produit moindre que la quantité $\frac{1791}{100}$, tandis que les autres en donnent de plus grands: ce qui nous fait voir que nous pouvons employer la

fig. 24, pourvu que la largeur du courſier au bas de la chûte ne ſoit que la moitié ou le tiers de la profondeur naturelle de l'eau au même endroit. Conformément au n. 526, nous ſuppoſerons la largeur égale à la moitié de la profondeur. Effectuons les opérations preſcrites par la règle du n. 496, & nous trouverons que la dépenſe diviſée par la racine quarrée de $\frac{1791}{100}$, donne $\frac{28168}{10000}$, dont la racine quarrée eſt $= \frac{168}{100}$. Cette quantité multipliée par le quatrieme réſultat de la table du même numéro, donne pour la largeur du courſier au bas de la chûte $\frac{438}{1000}$ pieds $=$ 5 pouces 3 lignes. Suivant la règle du n. 497, multiplions-la par 2, & nous aurons la profondeur naturelle de l'eau $=$ $\frac{876}{1000}$ pieds $=$ 10 pouces 6 lignes; & ſuivant celle du n. 498, nous trouverons la chûte relative $= \frac{1703}{100}$ pieds $=$ 17 pieds (445). Par la premiere règle du n. 563, nous aurons le rayon moyen de la roue $= \frac{1911}{1000}$ pieds $=$ 1 pied 11 pouces; & par la ſeconde nous trouverons le poids enlevé $=$ 581 ℔.

2°. Suppoſons à préſent que l'arbre ſoit horiſontal. Nous venons de voir dans le cas précédent, que pour pouvoir employer une machine ſans engrénage, il falloit que la dimenſion de la ſection du courant priſe ſelon le rayon, fût la moitié ou le tiers de l'autre. Mais ici la machine que nous employons & qui eſt repréſentée par la *fig.* 25, doit avoir la roue à aubes verticale. Donc ſelon ce que nous avons dit au n. 526, nous ferons la profondeur de l'eau égale au tiers ſeulement de la largeur du courſier au bas de la chûte. En ſuivant le procédé du cas précédent, & en multipliant $\frac{168}{100}$ par le premier réſultat de la table du n. 496, nous aurons la largeur du courſier au bas de la chûte $= \frac{107}{100}$ pieds $=$ 1 pied 0 pouces 10 lignes. Prenons-en le tiers, & (497) nous aurons la profondeur naturelle de l'eau au même endroit $= \frac{36}{100}$ pied $=$ 4 pouces 4 lignes. Par la méthode du n. 498, nous trouverons la chûte relative $= \frac{1755}{100}$ pieds. Par la premiere règle du n. 566, nous aurons le rayon moyen de la roue $= \frac{1919}{1000}$ pieds $=$ 1 pied 11 pouces 3

lignes $\frac{1}{4}$; & ſuppoſant que le poids de l'équipage de l'arbre ſoit $= 1500$ ℔, & le rayon des tourrillons $= \frac{1}{6}$ pied, par la ſeconde règle du même numéro, nous aurons le poids enlevé $= 486$ ℔.

Comme la machine ne ſe mouvra que par intervalles, l'effet que nous venons de calculer ne ſera auſſi produit que par intervalles. Pour en ramener la connoiſſance à celle de l'effet produit par une machine qui ſe meut ſans interruption, ſuppoſons que notre machine n'ait pas beſoin d'écluſe, & que la ſource la meuve avec une dépenſe $= 2$ pieds cubes par ſeconde ſous la chûte relative de l'eau en ſortant de l'écluſe, c'eſt-à-dire ſous une chûte $= 17$ pieds dans le premier cas, & $= \frac{1755}{100}$ pieds dans le ſecond. Par la règle du n. 570, dans l'un & l'autre cas, l'effet produit par le ſecours de l'écluſe, eſt à l'effet produit d'un mouvement continu, ce que 12 eſt à 2, ou ce que 6 eſt à 1; c'eſt-à-dire que le ſecond ne ſera que la ſixieme partie du premier. Ainſi ces deux effets ſeront $\frac{581}{6} = 96$ ℔ dans le premier cas, & $\frac{486}{6} = 81$ ℔ dans le ſecond. Par exemple, ſi la machine étoit un moulin à bled, qui par le ſecours d'une écluſe produisît 581 ℔ de farine dans une heure, pour connoître l'effet total, il faut ſuppoſer qu'on ait un autre moulin qui ſe meuve d'un mouvement continu, & qui en produiſe ſeulement 96 ℔ dans une heure.

580. On a une riviere de laquelle on peut conſtamment dériver 200 pieds cubes d'eau qu'on ſe propoſe d'employer à mouvoir un certain nombre de machines de même eſpece & égales, qu'on placera à un endroit où l'on peut diſpoſer de 18 pieds de chûte abſolue. La moindre machine de cette eſpece exige un volume d'eau de 12 pieds cubes ſous 15 pieds de chûte. L'arbre ſur lequel le poids agira, doit faire une demi-révolution par ſeconde, & le bras de levier du poids eſt $=$ 1 pied. On demande, 1°. tout ce qui eſt relatif à la conſtruction de ces machines, afin qu'elles produiſent le plus grand effet; 2°. la valeur de cet effet.

Application au cas où l'on peut diſpoſer d'un grand volume d'eau.
FIG. 55.

Nous avons parlé au n. 245 de la conſtruction du baſſin de diſtribution & de celle des canaux de conduite & de décharge. Il s'agit ici de ſavoir le nombre de machines qu'on peut employer, ſi elles ſeront ſimples ou compoſées, les dimenſions des courſiers & des embrâſures en *d*, *d*, (*fig.* 35), celles des machines, & les effets qu'elles produiront.

Multiplions 12 par 15, & nous aurons 180 pour le produit convenable à la moindre machine. Suivant les n. 483 & 486, diminuons la chûte abſolue $dS = 18$ pieds (*fig.* 31) de $mS = 1$ pied, & regardons pour un moment le reſte $dm = 17$ pieds comme la véritable chûte relative. Si nous diviſons 180 par cette quantité, le quotient 10 nous fera voir que la dépenſe de chaque courſier doit être plus grande que 10 pieds cubes. Prenons 25 pour cette dépenſe. Diviſant le volume total 200 par 25, le quotient 8 nous donnera le nombre de machines que nous pourrons employer. Il ſuffit de trouver tout ce qui eſt relatif à une des machines qu'on emploiera, puiſqu'elles ſont toutes égales. Or pour lors, la queſtion ſe rapporte à quelqu'une des précédentes, puiſque l'on connoît la dépenſe du courant $= 25$; la chûte abſolue $= 18$; le bras de levier du poids & le nombre de révolutions par ſeconde. Ainſi en ſuivant les mêmes procédés, on trouvera aiſément tout ce qu'on demande

Remarque ſur les applications précédentes.

581. Dans les applications précédentes, la valeur que l'on trouvera pour le poids enlevé, ſera toujours plus grande que celle de l'effet réellement produit, à cauſe que les règles que nous avons ſuivies pour la déterminer, ſont fondées ſur des formules dans leſquelles, pour rendre les choſes plus praticables, nous avons été obligés de négliger une partie des frottemens. Ainſi, les réſultats qu'on aura ne doivent pas être pris à la lettre, mais ſeulement on doit les regarder comme des approximations. La valeur exacte de l'effet dépend de formules trop compliquées pour être miſes à la portée des Conſtructeurs, & dont l'uſage ne peut etre utile qu'à des Algébriſtes.

SECTION III,

SECTION III.

Des Moulins à bled.

582. DANS cette ſection, nous traiterons d'abord des meules, des arbres & des palliers; enſuite nous donnerons les règles générales pour la conſtruction la plus avantageuſe des moulins, ſoit ſimples, ſoit composés; & enfin nous appliquerons ces règles à divers exemples.

§. I.

Des Meules, des Arbres & des Palliers.

583. Il eſt inutile dedonner ici la deſcription des moulins, la poſition & la figure des meules, ainſi que les dimenſions de l'œil, & celles du relief & de l'épaiſſeur de la meule giſſante. Nous avons dit à cet égard tout ce qu'il falloit dire aux n. 263 & 264, auxquels nous renvoyons. Deſcription des moulins.

584. Il eſt néceſſaire que les ſurfaces frottantes des meules ſoient raboteuſes & hériſſées d'inégalités; & par conſéquent lorſque les parties ſaillantes ſont émouſſées, il faut en faire naître d'autres en piquant ces mêmes ſurfaces. Nature des ſurfaces frottantes des meules.

Voyez-en la raiſon au n. 265.

585. Quand on pique les meules, on doit enlever, ſur toute l'étendue des ſurfaces frottantes, une couche de pierre de même épaiſſeur. Ce qu'il faut obſerver en piquant les meules.

Nous l'avons démontré au n. 295.

586. On doit employer pour les meules la pierre la plus dure qu'on pourra trouver. Nature de la pierre de la meule.

Il eſt évident que plus les meules ſeront dures, moins ſouvent

on aura besoin de les piquer, & plus elles dureront. D'ailleurs il s'en détachera moins de particules pierreuses, qui en se mêlant avec la farine, doivent en altérer la bonté.

C'est une conséquence déduite de la proposition générale du n. 293.

Le poids d'une meule doit être constant.

587. La vîtesse d'une meule étant supposée constante, pour produire constamment le même effet, il faut lui conserver le même poids.

Voyez-en la raison au n. 271.

Moyen de conserver le même poids aux meules.

588. Pour conserver le même poids à la meule tournante, on mesurera exactement son épaisseur, & on la retranchera de celle qu'elle avoit quand elle étoit neuve : le reste sera l'épaisseur de la tranche usée par le frottement. Ensuite par la méthode du n. 460, on déterminera le poids d'un pied cube de pierre de même nature, & celui d'un pied cube de plâtre. Toutes ces opérations faites, on chargera la meule supérieure d'une couche de plâtre, dont l'épaisseur soit égale à celle de la couche usée, multipliée par le poids d'un pied cube de pierre, & divisée par celui d'un pied cube de plâtre.

Cette méthode est fondée sur la démonstration du n. 296.

Exemple. Supposons que par le procédé du n. 460, on ait trouvé le poids d'un pied cube de pierre, de même nature que la meule $=$ 168 ℔, & celui d'un pied cube de plâtre $=$ 86 ℔. Que l'épaisseur de la tranche usée soit $=$ 2 pouces $= \frac{1}{6}$ pied. Pour trouver l'épaisseur de la couche de plâtre de même poids que la tranche usée, on multipliera $\frac{1}{6}$ pied par 168, & l'on divisera le produit résultant 28 par 86 ; ce qui donnera l'épaisseur cherchée $= \frac{28}{86}$ pied $=$ 3 pouces 10 lignes 10 points.

Définition de l'équipage de la meule.

589. *L'équipage* de la meule tournante est composée de la meule & de tout ce qui lui est attaché, comme l'arbre, son pivot, sa roue ou sa lanterne, selon que le moulin est simple ou composé.

Poids du moindre équipage.

590. Le poids de l'équipage de la meule tournante peut être trop petit, & le moindre qu'on puisse employer ne doit pas être au-dessous de 1436 ℔.

Voyez-en la démonstration aux n. 310 & 392.

Règle pour trouver le rayon de la meule.

591. Quand on connoît le poids de l'équipage d'une meule, pour trouver son rayon, on suivra cette règle : extrayez la racine quarrée du poids de l'équipage exprimé en livres, & multipliez-le par la fraction $\frac{39}{1000}$. Le produit regardé comme des pieds, sera le rayon de la meule.

Cette règle est fondée sur la formule du n. 397.

Exemple. Si le poids de l'équipage est $= 5640$ ℔, nous trouverons sa racine quarrée $= \frac{751}{10}$. Multiplions-le par $\frac{39}{1000}$, & nous aurons le rayon cherché $= \frac{2919}{1000}$ pieds $=$ 2 pieds 11 pouces 1 ligne $\frac{2}{3}$.

Règle pour trouver la même quantité dans les moulins simples.

592. Lorsque le moulin est simple, c'est-à-dire sans engrénage, on peut trouver le rayon de la meule par la connoissance de la dépense & de la chûte relative du courant qui meut le moulin. Pour cela on suivra cette règle : prenez le produit de la dépense par la chûte relative ; extrayez-en la racine quarrée, & multipliez-la par la fraction $\frac{267}{1000}$. Le résultat exprimé en pieds sera le rayon cherché.

Cette règle est la même que celle du n. 406.

Exemple. Supposons que la chûte relative $= 20$ pieds, & la dépense $= 4$ pieds cubes. Le produit de ces deux quantités est 80, dont la racine quarrée $= \frac{894}{100}$. Multiplions cette racine par $\frac{267}{1000}$, & nous aurons le rayon de la meule $= \frac{2387}{1000}$ pieds $=$ 2 pieds 4 pouces 7 lignes $\frac{2}{3}$.

Définition de la couronne de pression.

593. Le bled n'est écrasé & moulu qu'à une certaine distance du centre. La couronne qui est occupée par les grains concassés & par la farine, est ce que nous appellons *couronne de pression*, à cause que c'est sur cette portion de la meule gissante, que la meule tournante exerce sa pression.

Largeur de la couronne de pression.

594. La largeur de la couronne de preſſion doit être égale à la moitié du rayon; ou, ce qui eſt la même choſe, le bled ne doit commencer à être écraſé qu'au milieu du rayon.

Nous l'avons démontré au n. 395.

Premiere Règle pour la taille des meules.

595. Quand on connoît le poids de l'équipage de la meule tournante, on ne peut la tailler à propos ſans connoître à-peu-près le poids d'un volume de pierre égale au volume du vuide de l'œil. Pour trouver ce poids, on ſuivra cette règle:

1°. On prendra la quantité qu'on jugera la plus convenable pour le poids de l'arbre joint au pivot & à la roue ou à la lanterne, ſelon que le moulin ſera ſimple ou à engrénage. On retranchera ce poids de celui de l'équipage, & le reſte donnera une premiere quantité.

2°. On cherchera la ſurface de l'œil de la meule ſupérieure par les méthodes des n. 448 & 449, & on la multipliera par le poids d'un pied cube de pierre de même nature que la meule; ce qui donnera une ſeconde quantité.

3°. On cherchera le rayon de la meule par la règle du n. 591, & enſuite la ſurface de ſon cercle par celles des n. 448 & 449. Qu'on multiplie cette ſurface par le poids d'un pied cube de pierre de même qualité que celle de la meule, & l'on aura une troiſieme quantité.

4°. On multipliera la premiere par la ſeconde, & l'on diviſera le produit par la troiſieme. Le réſultat ſera le poids cherché.

Cette règle eſt fondée ſur le n. 291.

Exemple. Suppoſons que le poids de l'équipage de la meule ſoit $= 5640$ ℔, & le poids d'un pied cube de pierre de même nature que la meule $= 170$ ℔. Donnons 1000 ℔ au poids de l'arbre & de ſes dépendances, & 1 pied au diametre de l'œil. Le rayon de la meule ſera $= \frac{2919}{1000}$ pieds; ſa circonférence =

$\frac{18411}{1000}$ pieds, & la ſurface de ſon cercle $= \frac{2691}{100}$ pieds quarrés. Pareillement la circonférence de l'œil ſera $= \frac{22}{7}$ pieds & ſa ſurface $= \frac{22}{28} = \frac{11}{14}$ pieds quarrés. Effectuons ce qui eſt preſcrit par la règle ; nous trouverons la premiere quantité = 4640 ℔ ; la ſeconde $= \frac{13117}{100}$, & la troiſieme $= \frac{438116}{100}$. Multiplions la premiere par la ſeconde, & diviſons le produit par la troiſieme ; nous aurons au quotient 141 ℔ qui exprimera le poids approché du volume de pierre enlevé à l'œil.

596. Pour avoir le volume ou le nombre de pieds cubes, tant du plein que du vuide de la meule tournante, on ſuivra cette règle. *Seconde Règle pour la taille des meules.*

1°. Du poids de l'arbre & de ſes dépendances (la meule exceptée) on retranchera le poids de la matiere enlevée à l'œil, lequel poids ſera déterminé par la méthode du numéro précédent ; & l'on aura une premiere quantité.

2°. On retranchera cette premiere quantité du poids de l'équipage ; & l'on aura une ſeconde quantité.

3°. On diviſera la ſeconde quantité par le poids d'un pied cube de pierre de même nature que la meule ; & le quotient donnera le nombre de pieds cubes de la meule ſuppoſée ſans vuide.

Cette règle eſt fondée ſur le n. 290.

Exemple. Ainſi, dans l'exemple du numéro précédent, en donnant 1000 ℔ au poids de l'arbre & de ſes dépendances, nous aurons la premiere quantité qui entre dans la règle que nous venons de donner, qui ſera = 859 ℔, & la ſeconde = 4781 ℔. Diviſons celle-ci par 170 ℔, & nous aurons au quotient $\frac{2812}{100}$ pieds cubes pour le volume, tant du plein que du vuide de la meule.

597. Lorſque par la règle précédente on aura trouvé le volume du plein & du vuide de la meule tournante, on aura ſon épaiſſeur au centre & à la circonférence par la règle ſuivante : *Troiſieme Règle pour la taille des meules.*

1°. Divisez le volume du plein & du vuide de la meule trouvé par la méthode du numéro précédent, divisez, dis-je, ce volume par la surface du cercle de la meule (448 & 449), & vous aurez une premiere quantité.

2°. Ajoutez le relief GN (*fig.* 38) de la meule gissante au double du diametre d'un grain de bled; & vous aurez une seconde quantité.

3°. Prenez le tiers de la seconde, & ajoutez-le à la premiere, la somme vous donnera l'épaisseur de la meule tournante à la circonférence.

4°. Prenez les de la seconde, & retranchez-les de la premiere. Le reste sera l'épaisseur de la meule tournante au centre.

Cette règle est fondée sur les deux formules du n. 396.

Exemple. Prenons encore la meule des exemples précédents. Supposons le relief de la meule gissante $= 2$ pouces $= \frac{1}{6}$ pied, & le diametre d'un grain de bled $= 1$ ligne $= \frac{1}{144}$ pied. (595) La surface du cercle de la meule est $= \frac{2695}{100}$ pieds quarrés, & (596) le volume, tanr du plein que du vuide est $= \frac{2819}{100}$ pieds cubes. Ainsi, la premiere quantité qui entre dans la règle sera $= \frac{10474}{10000}$ pieds, & la seconde $= \frac{1801}{10000}$ pieds. Faisons les opérations prescrires, & nous trouverons l'épaisseur de la meule à la circonférence $= \frac{11036}{10000}$ pieds $= 1$ pied 1 pouce 2 lignes 11 points; & son épaisseur au centre $= \frac{9231}{10000}$ pieds $= 11$ pouces 0 lignes 11 points.

Quelle doit être la vitesse des meules ?

598. Supposons qu'on ait une meule de 3 pieds de rayon qui fasse 40 révolutions par minute : on aura de la farine d'un degré de chaleur déterminé. Si au lieu de 40 elle en fait successivement 50, 60, 70 & 80, il n'y a personne qui ne senre que la chaleur de la farine augmentera d'autant plus que le nombre de tours sera plus grand. Ainsi le nombre de révolutions d'une meule doit être limité.

599. Plus une meule sera grande, moins elle doit faire de révolutions dans un temps donné ; & plus elle sera petite, plus le nombre de révolutions doit être grand.

Nous avons démonrré certe vérité aux n. 300 & 301.

600. Une meule de 2 pieds 6 pouces de tayon ne doit faire que 48 tours dans une minute.

Voyez-en la raison au n. 388.

601. Pour trouver le nombre de rours que doit faire dans une minute une meule d'un rayon donné, on divisera 120 par le rayon de cerre meule exprimé en pieds. Le quotienr sera le nombre cherché.

Cette règle est une suite de celle du n. 398.

Exemple. Pour connoîrre le nombre de tours que fera dans une minute la meule de l'exemple du n. 591, nous diviserons 120 par son rayon $\frac{2919}{1000}$, & nous aurons au quotient 40 $\frac{96}{100}$ qui sera le nombre de tours cherché.

602. Dans un moulin construit d'après les meilleurs principes pour connoître à-peu-près la quantité de farine produite dans une heure, on mulripliera $\frac{614}{10}$ ℔ par le quarré du rayon de la meule exprimé en pieds, & le produit sera le nombre de livres de farine qu'on obtiendra dans cet intervalle de temps. Premiere Règle pour trouver la quantité de farine produite dans une heure.

Cetre règle est la même que celle du n. 399.

Exemple. Prenons la meule de l'exemple précédent, & multiplions $\frac{614}{10}$ ℔ par le quarré de son rayon $\frac{2919}{1000}$. Le produit 547 que nous aurons en négligeant la fraction, nous fera connoître à-peu-près la quanrité de farine que nous devons attendre d'une meule pareille.

603. On peut aussi trouver le poids de la farine produit dans une heure en suivant certe règle : Mulripliez par la fraction $\frac{197}{1000}$ le poids de l'équipage de la meule exprimé en livres. Le produit sera le poids clrerché. Seconde Règle.

Cette règle eſt la même que celle du n. 400.

Exemple. Dans l'exemple précédent, multiplions le poids de l'équipage de la meule = 5640 ℔ par $\frac{97}{1000}$, & nous aurons encore 547 ℔ pour le poids approché de la farine produite dans une heure.

Troiſieme Règle relative aux moulins ſimples.

604. Lorſque les moulins ſont ſimples, comme celui de la *figure* 46, on peut encore trouver le même poids par la règle ſuivante. Multipliez $\frac{456}{100}$ ℔ par le produit de la dépenſe & de la chûte relative du courant exprimées l'une & l'autre en pieds. Le réſultat ſera le poids cherché.

Cette règle eſt la même que celle du n. 405.

Exemple. Prenons l'exemple du n. 592, dans lequel on a la chûte relative = 20 pieds, & la dépenſe = 4. En effectuant ce qui eſt preſcrit par la règle, nous trouverons la quantité de farine produite dans une heure, qui ſera à-peu-près = 364 ℔.

A quoi peut ſervir la troiſime Règle dans les moulins compoſés.

605. Si les moulins étoient compoſés, il faudroit ſe ſervir des règles des n. 602 & 603. Quant à celle du n. 604, on peut l'employer pour connoître juſqu'à un certain point avant la conſtruction, le revenu qu'on doit attendre de la machine.

Exemple. Suppoſons qu'on eût une dépenſe = 30 pieds cubes, & une chûte relative = 5 pieds. Nous verrons bientôt que cette chûte exige un moulin à engrénage. Si néanmoins le moulin étoit ſimple, ou trouveroit par la règle du numéro précédent, qu'il produiroit dans une heure 684 ℔ de farine. Le moulin compoſé en produira à la vérité un peu moins: mais on pourra, d'après ce réſultat, connoître à-peu-près l'effet qu'on en doit attendre.

Nature des arbres des meules.

606. L'arbre de la meule eſt en fer ou en bois, & dans l'un & l'autre cas, ſa groſſeur dépend de ſa longueur & du poids

poids de la meule, mais cependant moins de sa longueur à cause de sa position vertical.

Il est rare que l'arbre soit de fer lorsqu'il a plus de 10 pieds de longueur. Lorsqu'il en a 9, il suffit qu'il ait 3 pouces 4 lignes de largeur sur autant d'épaisseur pour pouvoir porter des meules de 8500 ℔. Dans les moulins à engrénage, cette longueur surpasse rarement 6 pieds, & sa grosseur est ordinairement de 2 pouces 6 lignes sur 3 pouces 6 lignes, lorsque la meule pese environ 7000 ℔. Il est à propos de les équarrir pour leur donner plus de force, & pour les soumettre à des règles simples. Alors les côtés seront à-peu-près de 3 pouces chacun, dans l'exemple que nous venons de citer.

Lorsque l'arbre est de bois, on le fait ordinairement de chêne à cause qu'il résiste plus long-temps. Sa longueur est relative au local. Ordinairement il est de figure ronde, & sous un diametre de 10 ou 11 pouces, il est en état de supporter des meules de 7 milliers.

Règle pour en connoître la grosseur.

607. Pour connoître la grosseur qu'on doit donner à un arbre, on supposera qu'elle est proportionnelle au poids que l'arbre doit porter, ainsi que cela doit être à peu de chose près: & pour lors le côté de l'équarissage, si l'arbre est de fer, ou le diametre, si l'arbre est de bois, sera comme la racine quarrée du poids de la meule. Mais la solution des questions ne fait jamais connoître que le poids de l'équipage entier. Donc, puisque le poids de l'arbre est pour l'ordinaire beaucoup moindre que celui de la meule, pour simplifier autant qu'il est possible, on proportionnera le côté de l'équarissage ou le diametre de l'arbre à la racine quarrée du poids de l'équipage de la meule. L'erreur que l'on commettra, en suivant cette règle, sera toujours un excès. Or il vaut mieux, en pareil cas, se tromper par excès que par défaut. D'ailleurs, une erreur de cette nature n'influe en aucune façon sur l'effet, puisque (589) le

poids de l'arbre quel qu'il soit entre toujours dans celui de l'équipage de la meule.

Exemple. Supposons que la solution d'une question donne 6000 ℔ pour le poids de l'équipage d'une meule. Extrayons d'abord la racine quarrée de 7000, & celle de 6000 : nous trouverons la premiere $= \frac{8426}{100}$, & la seconde $= \frac{7746}{100}$. Cela fait :

1°. Si nous employons un arbre de fer, nous dirons : si $\frac{8426}{100}$ qui est la racine quarrée de 7000 exige une section quarrée dont le côté soit de 3 pouces ; quel sera celui qu'exigera $\frac{7746}{100}$ qui est la racine quarrée de 6000 ? Multipliant 3 pouces par $\frac{7746}{100}$ & divisant par $\frac{8426}{100}$, nous aurons le côté de l'équarrissage de l'arbre qui sera = 2 pouces 9 lignes.

2°. Si l'arbre est de bois, pour en trouver le diametre, nous dirons : si $\frac{8426}{100}$ répond à un diametre de 11 pouces, à quoi répondra $\frac{7746}{100}$? Multiplions 11 pouces par $\frac{7746}{100}$, & divisons le produit par $\frac{8426}{100}$, nous aurons le diametre de l'arbre que nous devons employer, qui sera = 10 pouces 1 ligne $\frac{1}{4}$.

Règle pour avoir la grosseur des pivots.

608. Les arbres des meules sont portés par un pivot qui tourne dans une crapaudine (263). Nous avons parlé de leur figure & de leur grosseur au n. 551. On pourra trouver le grand diametre d'un pivot quelconque, en le supposant proportionnel à la racine quarrée du poids de l'équipage, sachant d'ailleurs que sous 6 lignes il peut supporter 5000 ℔.

Exemple. Prenons encore l'équipage de l'exemple précédent. Extrayons la racine quarrée de 5000, & nous aurons $\frac{7071}{100}$. Cette racine connue, nous dirons : si $\frac{7071}{100}$ racine quarrée de 5000 ℔ répond à un diametre de 6 lignes, à quoi répondra $\frac{7746}{100}$ racine quarrée de 6000 ℔ poids de l'équipage proposé ? Multipliant 6 lignes par $\frac{7746}{100}$, & divisant le produit par $\frac{7071}{100}$, nous trouverons le diametre cherché = 6 lignes 7 points.

Règle pour connoître la grosseur du pallier.

689. Le pallier est une piece de bois NO (*fig.* 38) équarrie

& longue d'environ 8 à 10 pieds, au milieu de laquelle est encastrée la crapaudine. Cette piece est ordinairement de bois de chêne, & elle a besoin d'avoir une certaine longueur pour pouvoir plier & obéir avec plus de facilité au poids de la meule. Lorsque le pallier a 9 pieds de long & 6 pouces de côté, il convient à un poids de 4800 ℔ (393). De ce que nous avons démontré au n. 268, on peut aisément conclure que le côté de l'équarrissage doit être proportionnel à la racine quarrée du poids de l'équipage de la meule, ou à cause que (308) la racine quarrée du poids de l'équipage est proportionnelle au rayon de la meule, on peut aussi conclure que le côté de l'équarrissage est proportionnel au rayon de la meule : par conséquent connoissant le poids d'un équipage quelconque, ou le rayon de la meule, on connoîtra le côté du pallier par une simple règle de trois.

Exemple. Reprenons l'équipage du numéro précédent, & extrayons la racine quarrée de 4800 ℔; nous la trouverons $= \frac{6928}{100}$. Après cela nous dirons : si $\frac{6928}{100}$ répond à un équarrissage de 6 pouces de côté, à combien répondra $\frac{7746}{100}$? Multipliant 6 pouces par $\frac{7746}{100}$, & divisant par $\frac{6928}{100}$, nous trouverons le côté cherché $=$ 6 pouces 8 lignes 5 points.

Si l'on vouloit employer les rayons des meules, on diroit : si le rayon de la meule dont l'équipage pese 4800 ℔, répond à un équarrissage dont le côté $=$ 6 pouces, quel sera le côté de l'équarrissage auquel répondra le rayon de la meule dont l'équipage pese 6000 ℔ ? En cherchant les rayons de ces meules par la méthode du n. 591, & en exécutant cette règle de trois, on trouvera pour le côté cherché la même valeur qu'en employant les racines quarrées des poids des équipages.

610. Nous n'avons rien à ajouter à ce que nous avons dit de la construction des coursiers dans la section précédente. Ainsi on peut s'y rapporter entièrement.

§. II.

Règles pour la construction la plus avantageuse des Moulins mûs par une chûte d'eau.

Définition des moulins simples & composés.

611. Les moulins sont *simples* lorsqu'ils n'ont point d'engrénage, & alors l'arbre de la meule tournante porte à son extrémité inférieure une roue à aubes horisontale, sur laquelle le courant agit. On en voit la forme dans la *fig.* 46. Les moulins sont composés lorsque dans leur construction il entre des engrénages, comme dans ceux qui sont représentés par les *figures* 28, 48 & 51.

Chûte relative au-dessous de laquelle il faut employer un moulin composé.

612. Nous avons dit au n. 598, que dans un temps donné la meule devoit faire un nombre de tours limité, & nous avons enseigné à le déterminer au *n.* 601. Nous avons remarqué au n. 524 que le courant devoit avoir une certaine vîtesse pour produire sans engrénage un nombre connu de révolutions, & qu'il y avoit une chûte relative au-dessous de laquelle il faudroit employer des engrénages pour imprimer le degré de vîtesse nécessaire à l'arbre sur lequel la résistance agit. Dans les moulins, cette moindre chûte relative au-dessous de laquelle on ne pourra plus se dispenser d'employer des engrénages, ne dépend uniquement que du rapport qui régne entre la profondeur naturelle de l'eau arrivée au bas du coursier, & la largeur du coursier au même endroit; & nous pouvons établir comme une règle générale que quand la profondeur de l'eau, au bas du coursier

sera par rapport à la largeur du coursier au même endroit. . . .	triple :	double :	égale :	la moitié :	le tiers
La chûte relative au-dessous de laquelle on sera obligé d'employer des engrénages, sera = ...	$7\frac{314}{1000}$ p. :	$8\frac{602}{1000}$ p. :	$11\frac{550}{1000}$ p. :	$14\frac{976}{1000}$ p. :	$17\frac{615}{1000}$ p.

Cette table est la même que celle du n. 411.

Moyen facile de connoître si le moulin sera simple ou composé. Fig. 31.

613. Dans la pratique, on peut connoître, à peu de chose près d'une manière très-aisée si le moulin sera simple ou com-

posé. De la chûte absolue bK ou dS (*fig.* 31) on retranchera Sm, c'est-à-dire 1 pied (483 & 486), & supposant pour un moment que le reste dm est égal à la chûte relative, ce qui est peu éloigné de la vérité (237), on verra s'il est plus grand ou moindre que le plus petit nombre 7 $\frac{314}{1000}$ pieds de la table précédente. Dans le premier cas le moulin sera simple, & dans le second il sera composé.

Cette méthode est fondée sur le n. 237.

614. La même méthode indique pareillement dans quel rapport doivent être la profondeur naturelle de l'eau, & la largeur du coursier au bas de la chûte. Si, par exemple, on avoit $dm = 9 \frac{141}{1000}$ pieds; cette quantité tombant entre le second & le troisieme nombre de la table précédente, fait voir que la profondeur de l'eau doit être double de la largeur du coursier. Elle ne peut pas lui être égale, puisqu'il faudroit pour cela que dm fût égale au troisieme nombre. Avantage de la table précédente. Fig. 31.

615. Lorsque par la méthode du n. 613 on trouvera que le moindre nombre de la table précédente surpasse de peu la quantité dm, sans entrer dans des discussions inutiles, ni s'attacher trop étroitement aux résultats du calcul, on pourra arbitrairement employer un moulin simple ou un moulin composé; observant dans le premier cas de faire la profondeur de l'eau au bas de la chûte triple de la largeur du coursier au même endroit (614). Cas où l'on peut se servir indifféremment d'un moulin simple ou composé.

616. Il ne suffit pas de connoître si un moulin sera simple ou composé, il faut encore savoir si la force de l'eau sera suffisante pour imprimer le mouvement convenable au moins à la moindre meule qu'on puisse employer (590). C'est ce qu'on reconoîtra aisément par la méthode suivante : de la chûte absolue dS, retranchez $mS = 1$ pied (483 & 486), & multipliez le reste dm par la dépense de la source exprimée en pieds cubes. Si le produit est $= 30 \frac{11}{100}$ ou plus grand que ce nombre, on pourra construire un moulin qui se mouvra sans interruption : si au contraire le produit étoit moindre, ce seroit une preuve que Moyen de connoître s'il faut employer une écluse. Fig. 31.

le poids de l'équipage de la meule devroit être au-dessous de 1436 ℔, & que la farine seroit grossiere : il en seroit de même si *dm* étoit moindre que 7 $\frac{314}{1000}$ pieds (612), & que le produit de *dm* par la dépense surpassât de peu la quantité 30 $\frac{12}{100}$, à cause qu'alors on seroit obligé d'employer un moulin composé, & que l'engrénage absorberoit une partie de la force motrice qui pourroit par-là devenir insuffisante pour mouvoir convenablement le moindre équipage. Ainsi dans ces deux derniers cas, il faudroit se servir d'une écluse pour pouvoir employer une plus grande meule.

Cette méthode est fondée sur la formule du n. 410.

Exemple. Supposons que l'on ait une chûte absolue = 10 pieds, & une dépense = 6. Retranchons 1 pied de 10, & multiplions le reste 9 par 6 : le produit 54 étant plus grand que 30 $\frac{12}{100}$, nous fera voir que le moulin sera plus grand que le moindre qu'on puisse employer, & par conséquent qu'il se mouvra sans interruption.

Si sous la chûte de 10 pieds on n'avoit que 2 $\frac{1}{2}$ pieds cubes de dépense, en multipliant par 2 $\frac{1}{2}$ le nombre de 10 diminué de l'unité, on auroit un produit = 22 $\frac{1}{2}$ qui seroit moindre que 30 $\frac{12}{100}$, & qui feroit voir que la dépense de la source ne suffiroit pas pour mouvoir d'un mouvement continu le moindre moulin qu'on puisse employer ; par conséquent il faudroit avoir recours à une écluse.

617. Lorsqu'on emploiera une écluse, il faut aussi savoir si le moulin sera simple ou composé. La chose seroit très-aisée si la chûte relative de l'eau étoit la même avec une écluse & sans écluse. Mais comme elle est moindre dans le premier cas que dans le second, on fixera la dépense & les dimensions de l'écluse par les règles de la seconde section, & l'on cherchera par la méthode du n. 511, à quoi se réduit la chûte absolue. L'ayant trouvée, on en retranchera S*m* = 1 pied, & si le reste *dm* est plus grand que le premier résultat de la table du n. 612, le moulin sera simple ; si au contraire *dm* est moindre, le moulin sera composé.

Cette méthode est une suite de ce que nous avons dit au n. 612.

618. Lorsqu'on aura déterminé l'espece de moulin qu'on doit employer, on cherchera les dimensions du coursier & la véritable chûte relative par les règles données dans la section précédente. Alors il sera aisé de construire un moulin qui produise le plus grand & le meilleur effet possible.

619. Il en est des moulins comme des autres machines, c'est à-dire qu'il n'y a qu'un certain nombre de parties dont les dimensions soient limitées par les conditions qu'on propose, ainsi que nous l'avons déjà dit au n. 562, en parlant des machines en général: par conséquent puisque les meules doivent faire un certain nombre de révolutions dans un temps donné, & que d'ailleurs on demande la résistance ou plutôt la valeur de l'effet produit, ces deux conditions qui sont attachées à tous les moulins, exigeront qu'il y ait toujours deux quantités qui en dépendent. C'est ce qui est en effet dans tous les moulins qui n'ont qu'une meule. Mais lorsqu'un même moulin en a plusieurs, l'ordre & la disposition de ces meules sera une nouvelle condition qui soumettra une autre partie de la machine à de certaines loix. En général, dans un moulin quelconque, il y aura toujours autant de parties assujetties à des règles invariables, qu'il y aura de conditions différentes. Quant aux autres parties, elles seront arbitraires, & on leur donnera les dimensions qu'on jugera le plus convenables.

Remarque sur les dimensions des pieces d'un moulin.

620. Dans un moulin simple, tel que celui de la *fig.* 46; on aura le nombre de livres du poids de l'équipage de la meule en multipliant 4704 ℔ par la centieme partie du produit de la dépense & de la chûte relative du courant moteur, exprimées l'une & l'autre en pieds.

Règles pour la construction des moulins simples. Fig. 46.

Cette règle est la même que celle du n. 404.

Exemple. Supposons que la dépense de la source soit = 10

pieds cubes, & la chûte relative = 12 pieds. Par la règle que nous venons de donner, nous trouverons le poids cherché = 5644 ℔, en négligeant les fractions.

621. Pour avoir le rayon moyen de la roue à aubes d'un moulin simple, on prendra le produit de la chûte relative par la racine quarrée de la dépense de la source, & on le multipliera par la fraction $\frac{62}{1000}$. Le résultat exprimera le nombre de pieds du rayon cherché.

Cette règle est la même que celle du n. 409.

Exemple. Ainsi, dans l'exemple du numéro précédent, prenons la racine quarrée de 12 qui est $= \frac{346}{100}$, & multiplions-la par la dépense = 10, & par la fraction $= \frac{62}{1000}$: le produit nous fera connoître que le rayon moyen de la roue à aubes est $= \frac{21452}{10000}$ pieds = 2 pieds 1 pouce 9 lignes.

622. Pour connoître le poids de la farine produite dans une heure par un moulin simple, on se servira de l'une des méthodes des n. 601 — 604.

Exemple. Employons la méthode du n. 604, & appliquons-la à l'exemple du n. 620, nous trouverons que cet équipage donnera environ 547 ℔ de farine par heure.

Cas où l'on peut employer la forme représentée par la fig. 51.

623. Si la dépense de la source étoit considérable, & que la méthode du n. 620 donnât un poids déméfurément grand, il faudroit distribuer les eaux ainsi que nous avons fait au n. 580, & construire deux ou un plus grand nombre de moulins à côté les uns des autres. Nous en parlerons dans la suite. On pourroit aussi éviter la dépense qu'entraîneroit une pareille construction, en se servant d'un hérisson pour mouvoir toutes les meules, ainsi qu'on voit dans la *fig.* 51. Mais avant de donner la manière d'en faire le calcul, nous ferons quelques observations dont nous avons besoin.

Manière de disposer les lanternes autour d'un hérisson.

624. Lorsqu'on voudra que les dents d'un même hérisson engrenent plusieurs lanternes, on aura soin de faire toutes les lanternes

lanternes de même grandeur, ainſi que les poids des équipages auxquels elles appartiendront, & de les placer autour du hériſſon à égales diſtances les unes des autres. On doit auſſi laiſſer entre les meules un intervalle aſſez grand pour qu'on puiſſe y paſſer aiſément. Cet intervalle doit être au moins de 2 pieds.

Cela eſt fondé ſur les n. 336 — 338.

625. Si le nombre de meules qu'on emploiera étoit trop grand, il pourroit arriver que le poids de chaque équipage fût trop petit. Pour trouver le nombre qu'on ne doit pas excéder, on fera l'opération ſuivante. Par la méthode du numéro 620, on connoîtra le poids de l'équipage de la meule que le courant mouvroit ſans engrénage. Qu'on le diviſe par celui du moindre équipage, c'eſt-à-dire par 1436 (590). Le nombre entier qu'on aura au quotient, exprimera le plus grand nombre de meules qu'on puiſſe employer. Cependant à cauſe que toute la force n'eſt pas uniquement deſtinée à mouvoir les équipages, comme dans les moulins ſimples, & qu'une partie eſt employée à vaincre le frottement de l'engrénage, ſi l'on prenoit le nombre entier du quotient pour le nombre de meules, il pourroit arriver que le poids de chaque équipage fût trop petit ; d'ailleurs il eſt toujours incommode de placer un trop grand nombre de meules autour d'un même hériſſon. Ainſi, en pareils cas, on obſervera de diminuer le nombre entier trouvé d'une & même de pluſieurs unités, lorſqu'il ſera conſidérable, & de n'employer à une même machine que le moins de meules qu'on pourra.

Moyen de connoître le plus grand nombre de meules qu'on peut employer.

Cela eſt fondé ſur les n. 377 & 382. On peut voir au n. 381, ce que nous avons dit ſur la conſtruction des lanternes.

Exemple. Suppoſons qu'on ait 20 pieds de chûte relative & 28 pieds cubes de dépenſe. Par la méthode du n. 620, nous trouverons que ſi l'on n'employoit qu'une meule, le poids de ſon équipage devroit être = 23510 lb. Diviſons cette

quantité par le poids du moindre équipage = 1436 ℔, & nous aurons au quotient 16 qui exprimera le plus grand nombre de meules que nous puissions employer. Ce nombre étant fort grand, nous pourrons le diminuer & le réduire à la moitié = 8.

Règles pour les moulins représentés par la fig. 51.

626. Quand on se servira de la *figure* 51, pour trouver le poids de l'équipage de chaque meule, on multipliera 44564 ℔ par le produit de la dépense & de la chûte relative du courant moteur, & l'on divisera le résultat par le nombre de meules multiplié par 1000. Le quotient sera le poids cherché.

Cette règle est fondée sur la première formule du n. 423.

Exemple. Supposons la dépense & la chûte relative du courant les mêmes que dans l'exemple précédent. En nous bornant à 8 équipages, nous trouverons par cette règle que le poids de chaque équipage est = 2785 ℔.

627. Pour trouver le rayon ED du hérisson, on cherchera d'abord celui des meules par la règle du n. 591, & on l'ajoutera à la moitié de l'intervalle qui doit être entre deux meules voisines. Ensuite on divisera la somme

par la quantité	$1 : \frac{864}{1000} : \frac{705}{1000} : \frac{587}{1000} : \frac{1}{2} : \frac{435}{1000} : \frac{382}{1000} : \frac{343}{1000} : \frac{309}{1000}$
quand le nombre de meules sera =	$2 : 3 : 4 : 5 : 6 : 7 : 8 : 9 : 10$,

& l'on retranchera du quotient le rayon CD de la lanterne. Le reste sera le rayon cherché.

Cette règle est fondée sur la seconde formule du n. 423, & sur les n. 343 — 345.

Exemple. Le poids de l'équipage d'une meule étant = 2785 ℔, le rayon de la meule sera = $\frac{2055}{1000}$ pieds = 2 pieds 0 pouces 8 lignes. Supposons le rayon de la lanterne = 1 pied, & l'intervalle qui séparera deux meules voisines = 2 pieds. Prenons la moitié de cet intervalle pour l'ajouter à $\frac{2055}{1000}$. La somme sera = $\frac{3055}{1000}$; laquelle divisée par $\frac{382}{1000}$ nombre qui répond à

8 meules dans la table, donnera au quotient $\frac{7997}{1000}$ pieds. Retranchons-en le rayon = 1 de la lanterne, & le reſte = $\frac{6997}{1000}$ pieds = 6 pieds 11 pouces 11 lignes $\frac{1}{2}$ ſera le rayon moyen du hériſſon.

628. Pour avoir le rayon moyen F G de la roue à aubes, on ſuivra cette règle: Multiplez la racine quarrée de la chûte relative par le rayon de la meule, celui du hériſſon & le nombre 231, & diviſez le produit par le rayon de la lanterne multiplié par 1000: le quotient ſera le rayon cherché:

Cette règle eſt fondée ſur la troiſieme formule du n. 423.

Exemple. Ainſi, pour avoir le rayon moyen de la roue à aubes dans les exemples précédents, il faudra multiplier la racine quarrée de 20 par les nombres $\frac{2055}{1000}$, $\frac{6997}{1000}$ & 231, & diviſer le produit par 1000. Le réſultat = $\frac{14814}{1000}$ pieds = 14 pieds 10 pouce 3 lignes ſera le rayon de la roue. Cette quantité eſt exceſſivement grande, & (518) il ſeroit difficile de l'employer dans la pratique. Nous allons voir comment on peut la diminuer.

629. Lorſque par la méthode précédente on trouvera pour le rayon de la roue une trop grande quantité, ce ſera une preuve que l'on aura fait celui de la lanterne trop petit. Il faudra donc alors augmenter ce dernier, & chercher de nouveau celui du hériſſon & celui de la roue par les deux règles précédentes. Ce qu'il faut faire quand le rayon de la roue à aubes ſera trop grand.

Cela eſt encore fondé ſur la troiſieme formule du n. 423.

Exemple. Suppoſons le rayon de la lanterne = 3 pieds. Alors (627) le rayon du hériſſon ſera = $\frac{4997}{1000}$ pieds = 4 pieds 11 pouces 11 lignes $\frac{1}{2}$. Multiplions cette quantité par la racine quarrée de 20, par $\frac{2055}{1000}$ & par 231, & diviſons le réſultat par 3000: nous aurons le rayon moyen de la roue à aubes qui ſera = $\frac{3516}{1000}$ pieds = 3 pieds 6 pouces 5 lignes.

630. Il peut arriver qu'en donnant ainſi arbitrairement une certaine valeur au rayon de la lanterne, celui de la roue ne

devienne trop petit, & qu'il contienne moins de trois fois & demi la dimension de la section du courant prise dans le même sens. Pour lors il faudra supposer le rayon de la roue constant & égal à cette même dimension prise trois fois & demi ; & l'on cherchera celui du hérisson & celui de la lanterne, par les deux règles suivantes :

Premiere Règle. Pour trouver le rayon du hérisson.

1°. Augmentez le rayon d'une meule de la moitié de l'espace qui se trouvera entre deux meules voisines, & vous aurez une premiere quantité.

2°. Multipliez la racine quarrée de la chûte relative par le rayon d'une meule, & par la fraction $\frac{231}{1000}$, & ayant divisé le produit par le rayon de la roue à aubes, augmentez le quotient d'une unité, & multipliez la somme par le résultat de la table du n. 627 qui répondra au nombre de meules tournantes. Le produit vous donnera une seconde quantité.

3°. Divisez la premiere par la seconde, & le quotient sera le rayon cherché.

Seconde Règle. Pour trouver le rayon de la lanterne, on multipliera le rayon du hérisson par celui de la meule, par la racine quarrée de la chûte relative, & par la fraction $\frac{231}{1000}$, & l'on divisera le produit par le rayon de la roue à aubes. Le quotient sera celui de la lanterne.

Ces deux règles sont fondées sur les formules du n. 426.

Exemple. Supposons que d'après les dimensions de la section du courant au bas du coursier, le rayon moyen de la roue à aubes ne pût pas être moindre que 4 pieds. Exécutons ce qui est prescrit par la premiere règle : nous aurons la premiere quantité qui y entre $= \frac{3055}{1000}$, & la seconde $= \frac{5846}{10000}$. Divisant la premiere par la seconde, le quotient nous donnera le rayon du hérisson $= \frac{5225}{1000}$ pieds $=$ 5 pieds 2 pouces 8 lignes 5 points.

Le rayon du hérisson étant connu, par la seconde règle

nous aurons celui de la lanterne $= \frac{2771}{1000}$ pieds $=$ 2 pieds 9 pouces 3 lignes 7 points.

631. Connoiſſant le poids des équipages des meules, & les rayons dont nous venons de parler, on conſtruira la machine en donnant aux autres pieces les dimenſions convenables, ſoit qu'elles ſoient arbitraires comme celle de l'arbre à hériſſon, ſoit qu'elles ſoient aſſujetties à des loix comme celles des palliers & des arbres des meules. Les premieres influent peu ſur l'effet, & les Ouvriers les connoiſſent aſſez par expérience. Quant aux dernieres, nous avons donné les règles néceſſaires pour les déterminer (606 — 609).

632. Pour connoître la quantité de farine qui ſera produite dans une heure, on cherchera par l'une des méthodes du n. 602 & 603, l'effet produit par une ſeule meule, & on le multipliera par le nombre de meules.

Exemple. Par la règle du n. 603, la quantité de farine que chaque meule produira dans une heure, ſera $=$ 270 ℔. Donc les 8 meules en produiront 2160 ℔.

633. Si *dm* (*fig*. 31) eſt moindre que 7 $\frac{814}{1000}$ pieds, l'on ſe ſervira d'un moulin ſemblable à celui de la *fig*. 28. On donnera à l'arbre horiſontal NE les dimenſions ordinaires, & aux tourrillons un diametre capable d'en ſoutenir le poids (552). Le rayon moyen CQ de la lanterne eſt arbitraire : il en eſt de même de celui (NG) de la roue à aubes ; mais plus ce dernier ſera grand par rapport à la hauteur des aubes, plus la machine ſera parfaite. On peut voir ce que nous en avons dit dans la ſection précédente. Pour achever la conſtruction de la machine, il ne reſte plus qu'à trouver le poids de l'équipage de la meule & le rayon EQ du rouet.

Règles pour les moulins de la fig. 28, placés ſur un courſier incliné.

634. Pour connoître le poids de l'équipage de la meule du moulin repréſenté par la *fig*. 28, on ſuivra cette règle :

1°. Divisez le tiers du rayon du tourrillon par celui de la roue à aubes, & ayant retranché le quotient de $\frac{9}{4}$, vous multiplierez le reste par la dépense de la source motrice, par sa chûte relative & par le nombre 19911. Vous aurez une premiere quantité que vous regarderez comme des livres.

2°. Multipliez la racine quarrée de la chûte relative par le poids de l'arbre horisontal, le rayon de son tourrillon & le nombre 1617, & divisez le produit par le rayon de la roue à aubes. Vous aurez une seconde quantité qui exprimera pareillement des livres.

3°. Divisez le tiers du rayon du tourrillon par celui de la roue à aubes, & ayant augmenté le quotient d'une unité, multipliez la somme par 1005. Vous aurez une troisieme quantité.

4°. Otez la seconde de la premiere, & divisez le reste par la troisieme. Le quotient exprimera le nombre de livres de l'équipage de la meule.

Cette règle est fondée sur la premiere formule du n. 414.

Exemple. Supposons la dépense de la source $=$ 12 pieds cubes, sa chûte relative $=$ 6 pieds, le poids de l'équipage de l'arbre horisontal $=$ 2000 ℔, le rayon moyen de la roue à aubes $=$ 6 pieds, celui du tourrillon $= \frac{1}{11}$ pied, & celui de la lanterne $=$ 1 pied. En exécutant ce qui est prescrit par la règle, nous aurons ℔ premiere quantité $= \frac{321984763}{100}$ ℔, la seconde $= \frac{10919666}{100}$ ℔; & la troisieme $= \frac{100908}{100}$. Retranchons la seconde de la premiêre, & divisons le reste par la troisieme; le quotient 3082 ℔ nous fera connoître le poids de l'équipage de la meule.

635. Pour avoir le rayon moyen EQ du rouet, on exécutera ce qui est prescrit par la règle suivante:

1°. Multipliez par 4302, le produit des rayons moyens de la roue à aubes & de la lanterne; ce qui vous donnera une premiere quantité qui exprimera des pieds,

2°. Extrayez la racine quarrée de la chûte relative, & multipliez-la par le rayon de la meule & par 1000 : vous aurez une feconde quantité.

3°. Divifez la premiere par la feconde, & le quotient fera le nombre de pieds du rayon cherché.

Cette règle eft fondée fur la feconde formule du n. 414.

Exemple. Puifque dans l'exemple du numéro précédent, le poids de l'équipage de la meule = 3082 ℔, par la règle du n. 591, nous aurons fon rayon = $\frac{2099}{1000}$ pieds = 2 pieds 1 pouce 2 lignes $\frac{1}{4}$. Faifant les opérarions prefcrites, nous trouverons la premiere quantité = 25812 pieds; la feconde = 5121, & le quotient de la premiere divifée par la feconde = $\frac{504}{100}$ pieds = 5 pieds 0 pouces 6 lignes. Cetre derniere quantité fera le rayon moyen du rouet.

636. Pour trouver la quantiré de farine produite dans une heure, l'on fuivra l'une des règles des n. 602 & 603.

Exemple. Employons la règle du n. 603. Multiplions le poids de l'équipage = 3082 ℔ par $\frac{97}{1000}$, & le produit = 298 ℔, nous fera connoître l'effet que la machine produira dans une heure.

637. Si l'équipage trouvé par la règle du n. 634, étoit trop grand pour pouvoir être employé, on fe ferviroit de la *fig*. 48 en admettant plufieurs meules dont on trouveroit le nombre par la méthode du n. 625. On donneroit tel rayon qu'on voudroit aux lanternes, le poids de l'arbre MN feroit pareillement arbitraire. Mais pour pouvoir conftruire la machine & lui faire produire le plus grand & le meilleur effet poffible, il faut trouver le poids des équipages des meules, le rayon NI du hériffon & celui (ED) du rouet.

Règles pour le moulin de la fig. 48, placé fur un courfier incliné.

638. Pour trouver le poids de l'équipage d'une meule, on fuivra cette règle: par la méthode du n. 634, cherchez le poids

que vous auriez s'il n'y avoit qu'une meule tournante & un engrénage, & que par la suppression de l'arbre M N la *fig.* 48 devînt la même que la *fig.* 28. L'ayant trouvé, vous le multiplierez par $\frac{18}{19}$, & vous diviserez le produit par le nombre de meules tournantes. Le quotient sera le poids de l'équipage de chaque meule.

Cette règle est fondée sur la premiere formule du n. 419.

Exemple. Supposons les mêmes données que dans l'exemple du n. 634, avec cette seule différence que la dépense du courant sera ici $=$ 60 pieds cubes. Suivons ce qui est prescrit par la règle du même numéro; & nous aurons la premiere quantité $= \frac{1609923815}{100}$, la seconde $= \frac{10959666}{100}$, & la troisieme $= \frac{200902}{100}$. Retranchons la seconde de la premiere, & divisons le reste par la troisieme, nous trouverons un quotient $=$ 15846 ℔. Ce nombre est beaucoup trop grand pour une seule meule. Il faut donc en employer plusieurs. Multiplions le par $\frac{18}{19}$; nous aurons un produit $=$ 15012 ℔. Si nous divisons cette quantité par 1436 ℔ qui (590) est le poids du moindre équipage qu'on puisse employer, nous aurons au quotient le plus grand nombre de meules dont nous puissions nous servir, lequel nombre sera $=$ 11. Bornons nous à 6, & divisons par ce nombre 15012 ℔. Le quotient 2506 ℔ sera le poids de l'équipage de chaque meule.

639. Pour trouver le rayon NI du hérisson, on suivra la règle du n. 627, faisant attention que le rayon de la lanterne qui y entre est toujours celui de la lanterne engrénée par les dents du hérisson.

Cette règle est démontrée par la seconde formule du n. 419.

Exemple. Dans l'exemple du n. précédent, supposons le rayon de chaque lanterne $=$ 1 pied, & l'intervalle entre les meules $=$ 2 pieds. Par la méthode du n. 591, le rayon de la meule sera $= \frac{1951}{1000}$ pieds $=$ 1 pied 11 pouces 5 lignes. En suivant

ſuivant la règle du n. 627, nous aurons le rayon moyen du hériſſon $= \frac{4904}{1000}$ pieds $=$ 4 pieds 10 pouces 10 lignes.

640. Pour trouver le rayon moyen E D du rouet, on ſuivra cette règle :

1°. Multipliez par 4302, le produit que donneront les rayons de la roue à aubes & des deux lanternes, & vous aurez une première quantité.

2°. Extrayez la racine quarrée de la chûte relative, & multipliez-la par le rayon d'une meule, par celui du hériſſon, & par 1000 : vous aurez une ſeconde quantité.

3°. Diviſez la premiere par la ſeconde, & le quotient ſera le nombre de pieds du rayon moyen du rouet.

Cette règle eſt fondée ſur la troiſieme formule du n. 419.

Exemple. Ainſi, dans le moulin des exemples précédents, nous aurons la premiere quantité qui entrera dans l'expreſſion du rayon du rouet, $=$ 25812 ; & la ſeconde $=$ 23355. Diviſons la premiere par la ſeconde, & nous aurons le rayon moyen du rouet $= \frac{1105}{1000}$ pieds $=$ 1 pieds 1 pouces 3 lignes.

641. Pour trouver la quantité de farine produite dans une heure, on ſuivra la règle du n. 632.

Exemple. Multiplions le poids d'un équipage $=$ 2506 ℔ par $\frac{97}{1000}$, & (603) le produit 243 ℔ ſera l'effet de chaque meule dans une heure. Prenons 6 fois cette quantité, & nous aurons la farine produite dans une heure, par toutes les meules enſemble, qui ſera $=$ 1458 ℔.

§. III.

Règles pour la conſtruction la plus avantageuſe des Moulins mûs par des rivieres.

642. Quand on conſtruira un moulin ſur une riviere, la roue à aubes ſera verticale, & l'on emploiera la *fig.* 28 ou la *fig.* 48. La premiere choſe qu'on doit faire eſt de trouver la plus grande

Précautions à prendre avant la conſtruction d'un moulin ſur une riviere.

hauteur qu'on puiſſe donner aux aîles, par la détermination de la viteſſe de la riviere, & par le rapport qu'on voudra mettre entre cette hauteur & le rayon moyen de la roue à aubes; ce qu'on fera par la méthode du n. 534. Ayant trouvé cette plus grande hauteur, on la diminuera d'une certaine quantité, & l'on déterminera le rayon moyen de la roue, la vîteſſe moyenne du courant & la largeur de l'aîle, d'après les principes établis aux n. 535, 536 & 532. La grandeur de l'arbre horiſontal, & la plûpart des pieces reſtantes ſont arbitraires. Il n'y a que le poids de l'équipage de la meule, & les rayons des rouets qui ſoient ſoumis à des loix conſtantes. Nous n'avons pas beſoin de dire qu'il en ſera de même de tout ce qui dépendra de ces quantités.

Régles pour le moulin de la fig. 28 placé ſur une riviere.

643. Quand on ſe ſervira de la *fig.* 28, pour trouver le poids de l'équipage de la meule, on ſuivra cette règle:

1°. Diviſez le tiers du rayon du tourrillon par celui de la roue à aubes, & ayant retranché le quotient de $\frac{9}{4}$, multipliez le reſte par la ſurface de l'aîle, le cube de la viteſſe moyenne du courant, la fraction $\frac{4}{25}$, & enfin par $\frac{7}{3}$, ſi l'on emploie un courſier, ou par $\frac{7}{6}$ ſeulement, ſi l'on n'en emploie point: le produit donnera une premiere quantité exprimée en livres.

2°. Multipliez le poids de l'équipage de l'arbre horiſontal par le rayon de ſon tourrillon, la vîteſſe moyenne du courant & le nombre $\frac{2}{9}$, & diviſez le produit par le rayon moyen de la roue à aubes: vous aurez une ſeconde quantité exprimée en livres.

3°. Diviſez le tiers du rayon du tourrillon par celui de la roue à aubes, augmentez le quotient d'une unité, & multipliez la ſomme par $\frac{190}{189}$; vous aurez une troiſieme quantité.

4°. Retranchez la ſeconde de la premiere, & diviſez le reſte par la troiſieme. Le quotient ſera le poids de l'équipage de la meule.

Cette règle est fondée sur la premiere formule du n. 415.

Exemple. Supposons le rayon moyen de la roue à aubes = 6 pieds, le rayon du tourrillon = $\frac{1}{12}$ pied, celui de la lanterne = 1 pied, le poids de l'arbre horisontal = 2000 ℔, la surface de l'aîle = 12 pieds quarrés, & la vîtesse moyenne du courant = 8 pieds. D'après la règle que nous venons de donner, nous trouverons la premiere quantité qui sera = $\frac{515138}{100}$ ℔ quand on emploiera un coursier, & = $\frac{257164}{100}$ ℔ quand on n'en emploiera point; la seconde = $\frac{4918}{100}$ ℔, & la troisieme = $\frac{101}{100}$. Otons la seconde de la premiere, & divisons le reste par la troisieme; nous trouverons le poids de l'équipage de la meule qui sera = 5051 ℔ ou 2500 ℔, selon qu'on emploiera ou qu'on n'emploiera pas de coursier.

644. Pour trouver le rayon moyen du rouet, on aura cette règle : multipliez par $\frac{220}{7}$ le produit des rayons moyens de la roue & de la lanterne, & divisez le résultat par le produit de la vîtesse moyenne du courant & du rayon de la meule. Le quotient sera le nombre de pieds du rayon cherché.

Cette règle est fondée sur la seconde formule du n. 415.

Exemple. Par la méthode du n. 591, le rayon de la meule sera = $\frac{25}{10}$ pieds = 2 pieds 6 pouces, lorsqu'on emploiera un coursier, & il sera = $\frac{195}{100}$ pieds = 1 pied 11 pouces 5 lignes quand on n'en n'emploiera point. En suivant la règle que nous venons de prescrire, on trouvera le rayon du rouet qui dans le premier cas sera = $\frac{9428}{1000}$ pieds = 9 pieds 5 pouces 1 ligne $\frac{2}{3}$, & dans le second il sera = $\frac{12088}{100}$ pieds = 12 pieds 1 pouce $\frac{2}{3}$ ligne : quantités excessivement grandes.

645. Pour connoître l'effet qu'on doit attendre de ce moulin dans une heure, on suivra la même règle qu'au n. 636.

Exemple. Ainsi, nous trouverons que dans les exemples précédents, la quantité de farine produite dans une heure

par le secours d'un coursier, sera $=$ 489 ℔ ; au lieu que sans coursier elle sera seulement $=$ 242 ℔.

Règles pour les moulins de la fig. 48, placés sur une riviere.

646. Si l'on vouloit employer la *fig.* 48 : pour trouver le poids de l'équipage d'une meule tournante, on le chercheroit par la méthode du n. 643, en faisant abstraction de l'arbre MN, & en supposant que la *fig.* 48 devînt la *fig.* 28. L'ayant trouvé, on le multiplieroit par $\frac{18}{19}$, & on diviseroit le produit par le nombre de meules tournantes qu'on devroit employer. Le quotient seroit le poids cherché :

Cette règle est fondée sur la premiere formule du n. 420.

Exemple. Supposons les mêmes données que dans l'exemple du n. 643, observant seulement de faire la surface de l'aîle $=$ 16 pieds quarrés, la vîtesse moyenne du courant $=$ 12 pieds, & les rayons de toutes les lanternes $=$ 1 pied. En exécutant les opérations prescrites par la règle du même numéro, nous trouverons la premiere quantité $= \frac{2318076}{100}$ ℔ ou $= \frac{1159038}{100}$ ℔ ; la seconde $= \frac{7407}{100}$ ℔ ; & la troisieme $= \frac{101}{100}$. Si l'on emploie un coursiet, en retranchant la seconde de la premiere correspondante, & en divisant le reste par la troisieme, nous trouverons un quotient $=$ 22877 ℔ ; & si l'on n'en emploie point, nous aurons ce quotient qui sera seulement $=$ 11402 ℔. Multiplions ces deux quotients par $\frac{18}{19}$, & nous aurons respectivement 21673 ℔ & 10802 ℔.

Si nous divisons ces deux quantités par 1436 ℔, poids du moindre équipage qu'on puisse employer (590), les deux quotients 15 & 7 nous feront voir qu'en employant un coursier, on peut admettre jusqu'à 15 meules tournantes, & que ce nombre se réduit à 7 quand on n'en emploie point. Supposons le nombre de meules $=$ 6 dans le premier cas, & $=$ 3 dans le second ; nous aurons le poids de l'équipage d'une meule en prenant la sixieme partie de 21673 ℔, ou le tiers de 10802 ℔. Ainsi, dans le premier cas, le poids de l'équipage d'une meule tour-

nante ſera $=$ 3612 ℔, & dans le ſecond, ce piods ſera $=$ 3600 ℔.

647. Pour trouver le rayon du hériſſon, on ſuivra la règle du n. 639.

Nous l'avons démontré au n. 420.

Exemple. Le rayon de la meule (591) dans le premier cas ſera $= \frac{2341}{1000}$ pieds $=$ 2 pieds 4 pouces 1 ligne $\frac{1}{3}$, & dans le ſecond cas, il ſera $= \frac{234}{100}$ pieds $=$ 2 pieds 4 pouces 1 ligne. Suppoſons l'inrervalle qui ſépare les meules tournanres $=$ 2 pieds. Exécurant ce qui eſt preſcrir par la règle, nous aurons le rayon moyen du hériſſon, qui dans le premier cas ſera $= \frac{5686}{1000}$ pieds $=$ 5 pieds 8 pouces 2 lignes $\frac{3}{4}$; & qui dans le ſecond cas deviendra $= \frac{2861}{1000}$ pieds $=$ 2 pieds 10 pouces 4 lignes $\frac{1}{2}$.

648. Pour trouver le rayon moyen du rouet de champ, ſuivez cette règle.

1°. Multipliez par $\frac{220}{7}$ le produir des rayon de la roue de la lanrerne engréneé par le rouet de champ, & d'une des lanternes engrénées par le hériſſon, & vous aurez une premiere quanrité.

2°. Multipliez pareillement le rayon du hériſſon par celui d'une des meules, & par la vîteſſe moyenne du couranr; ce qui vous donnera une ſeconde quanrité.

3°. Diviſez la premiere par la ſeconde, & le quotient ſera le nombre de pieds du rayon cherché.

Certe règle eſt fondée ſur la derniere formule du n. 420.

Exemple. Examinons d'abord le premier cas, c'eſt-à-dire celui où l'on emploie un courſier, & nous aurons la premiere quanrité $= \frac{188572}{1000}$, & la ſeconde $= \frac{159961}{1000}$. Diviſons la premiere par la ſeconde, & nous aurons le rayon du rouet $= \frac{1179}{1000}$ pieds $=$ 1 pied 2 pouces 1 ligne $\frac{2}{3}$.

Dans le ſecond cas, la premiere quantité ſera encore $=$

$\frac{188171}{1000}$, & la ſeconde $= \frac{80449}{1000}$. Diviſant la premiere pat la ſeconde, nous aurons le rayon du rouet $= \frac{2348}{1000}$ pieds $=$ 2 pieds 4 pouces 2 lignes.

649. Pour avoit la quantité de farine produite dans une heure, on ſuivra la même règle qu'au n. 641.

Exemple. Ainſi, dans le premier cas, chaque meule tournante des exemples précédents, produira dans une heure 350 ℔ de farine, & par conſéquent les 6 meules en donneront 2100 ℔. Dans le ſecond cas, chaque meule en donnera 349 ℔ par heure, & les trois meules en produiront 1047 ℔.

650. Dans les moulins dont la forme eſt repréſentée par les *fig.* 28 & 48, & qui ſont placés ſur une riviere, la bonne conſtruction exige ordinairement une trop grande valeur pout le rayon du rouet de champ. Cela arrive ſur-tout dans la *fig.* 28.

Nous l'avons démontré au n. 424; & nous en avons vu un exemple au n. 644.

Ce qu'il faut faire quand le rouet de la fig. 28 eſt trop grand.

651. Dans la conſtruction d'un moulin ſur une riviere, lorſqu'en employant la *fig.* 28 on trouvera une trop grande valeur pour le rayon du rouet, on lui ſubſtituera la *fig.* 48 avec une ſeule meule dont le poids de l'équipage ſera égal au premier multiplié par $\frac{18}{19}$. Pour lors le rayon du hériſſon ſera arbitraire, & pour ſimplifier on le fera égal à celui du rouet de champ. L'un & l'autre ſe trouveront par la règle ſuivante:

1°. Multipliez entre eux les rayons de la roue à aubes & des deux lanternes, & le produit par le nombre $\frac{220}{7}$. Vous aurez une premiere quantité.

2°. Multipliez le rayon de la meule par la viteſſe moyenne du courant; & vous aurez une ſeconde quantité.

3°. Diviſez la premiere par la ſeconde, & extrayez la racine quarrée du quotient. Le réſultat ſera le rayon moyen des deux rouets.

Cette règle eſt fondée ſur la formule du n. 425.

Exemple. Reprenons l'exemple des n. 643 & 644. Le poids de l'équipage de la meule ſera ici égal à celui que le calcul nous a donné au n. 643, multiplié par $\frac{18}{19}$; c'eſt-à-dire qu'il ſera = 4785 ℔ ou = 2368 ℔, ſelon qu'on emploiera ou qu'on n'emploiera pas de courſier; & le rayon de la meule ſera reſpectivement = $\frac{2697}{1000}$ pieds = 2 pieds 8 pouces 4 lignes $\frac{1}{3}$, & = $\frac{1898}{1000}$ pieds = 1 pied 10 pouces 9 lignes $\frac{1}{3}$..

Dans le premier cas, la premiere quantité de la règle précédente ſera = $\frac{188571}{1000}$, & la ſeconde = $\frac{21576}{1000}$. Diviſons la premiere par la ſeconde, & extrayons la racine quarrée du quotient; nous aurons le rayon du rouet de champ & celui du hériſſon = $\frac{295}{100}$ pieds = 2 pieds 11 pouces 5 lignes.

Dans le ſecond cas, la premiere quantité de la règle ſera encore = $\frac{188571}{1000}$, & la ſeconde = $\frac{15184}{1000}$. Diviſons la premiere par la ſeconde, nous aurons le quotient $\frac{124190}{10000}$ dont la racine quarrée nous donnera le rayon du rouet de champ & celui du hériſſon = $\frac{352}{100}$ pieds = 3 pieds 6 pouces 3 lignes.

652. On emploie quelquefois deux roues à aubes pour mouvoir les moulins conſtruits ſur des bateaux. Cette conſtruction eſt ſujette à des inconvéniens, ainſi qu'on peut voir au n. 378 auquel nous renvoyons.

Moulins mûs par le moyen de deux roues à aubes.

§. IV.

Des Moulins à écluſe.

653. Nous avons vu au n. 616 comment on pouvoit s'aſſurer ſi le moulin ſeroit à écluſe, & au n. 617 s'il ſeroit ſimple ou composé. Nous avons donné les règles ſur la conſtruction des écluſes au §. III. de la ſection précédente, & celles des moulins, tant ſimples que composés, au § II. de cette ſection. Ainſi, la choſe ne ſouffre plus de difficulté.

Conſtruction des moulins à écluſe.

Détermination de leur effet.

654. Pour trouver la quantité de farine que produira dans un temps déterminé le moulin à écluſe, on cherchera par l'une des méthodes des n. 602 & 603, la farine produite dans une heure par la meule du moulin. On mulripliera cerre quantité par la dépenſe de la ſource, & on la diviſera par celle de l'écluſe. Le réſultat ſera la quantité de farine que produiroit dans une heure un moulin qui ſe mouvroit d'un mouvement continu ſans le ſecours de l'écluſe, & par le moyen de l'eau de la ſource qui fournit à l'écluſe. Qu'on multiplie cette quantité de farine pat le nombre d'heures que contient le temps propoſé, & l'on aura le produit de ce moulin.

Cette règle eſt fondée ſur le n. 259.

Exemple. Suppoſons que la dépenſe de la ſource ſoit = 1 pied cube, celle de l'écluſe = 12, & la quantité de farine produite dans une heure par le moyen de l'écluſe = 820 ℔. Multiplions 820 ℔ par 1, & diviſons par 12, nous aurons 68 ℔ pour l'effet produit dans une heure pat un moulin qui en ſe mouvant ſans interruprion, produiroit le même effet que le moulin à écluſe. Donc dans un jour ou vingt-quarre heures l'effet ſera vingt-quarre fois plus grand, c'eſt-à-dire que le moulin produira environ 1632 ℔ de farine.

§. V.

Applications.

Application au moulin de la fig. 46.

655. On a une ſource dont la dépenſe eſt de 10 pieds cubes d'eau par ſeconde, & la chûte abſolue de 15 pieds. On demande l'eſpece, la conſtruction & l'effet du meilleur moulin qu'on puiſſe employer.

Conformément au n. 613, diminuons d'un pied la chûte abſolue 15, & comparons le reſte = 14 pieds aux réſultats de la table du n. 612. Ce reſte étant plus grand que le moindre

dre nombre 7 $\frac{314}{1000}$, nous conclurons que le moulin ſera ſimple & tel qu'il eſt repréſenté par la *fig.* 46.

Pour ſavoir s'il ſera aſſez grand pour n'avoir pas beſoin d'écluſe, ſuivant le n. 616, multiplions 14 par la dépenſe = 10 ; le produit 140 étant plus grand que 30 $\frac{52}{100}$, nous fera voir que la force de l'eau ſera aſſez grande pour mouvoir ſans le ſecours d'une écluſe un moulin plus grand que le moindre qu'on puiſſe employer.

Connoiſſant l'eſpece de moulin dont nous devons nous ſervir, cherchons par la méthode du n. 489, la moindre largeur du courſier de décharge ; & conſéquemment la chûte de l'eau après l'impulſion. Nous trouverons pour la premiere quantité 2 pieds 5 pouces 2 lignes, & puiſque cette valeur n'eſt pas trop grande, il ſuit que SQ (*fig.* 31) ne doit être que de 9 pouces, & que Sm ſera = 1 pied, ainſi que nous l'avions déjà ſuppoſé. Donc dm = 14 pieds.

Puiſque 14 tombe entre le troiſieme & le quatrieme réſultat de la table du n. 612, ſelon ce que nous avons dit au n. 614 la profondeur de l'eau au bas du courſier doit être ſuppoſée égale à la largeur du courſier au même endroit.

Si nous exécutons ce qui eſt preſcrit par la règle du n. 496, nous trouverons la largeur du courſier au bas de la chûte = $\frac{604}{1000}$ pieds = 7 pouces 3 lignes. Cette quantité ſera auſſi la profondeur de l'eau. Retranchons-la de 14 pieds, & ſelon les n. 494 & 498, nous aurons la vraie chûte relative = $\frac{13396}{1000}$ pieds.

La méthode du n. 499 nous fait voir que ſi l'on ſuppoſe la profondeur de l'eau à l'entrée du courſier = 1 $\frac{1}{2}$ pieds, la largeur du courſier au même endroit ſera = $\frac{1115}{1000}$ pieds = 1 pied 1 pouce 4 lignes & demie.

Exécutons ce que preſcrit la règle du n. 621, & nous trouverons le rayon moyen de la roue à aubes = $\frac{2619}{1000}$ pieds = 2 pieds 7 pouces 6 lignes $\frac{1}{2}$. Ce rayon connu, on conſtruira la

roue ſelon les principes établis dans la ſeconde ſection.

Par la règle du n. 620, nous aurons le poids de l'équipage de la meule tournante = 6301 ℔, & par celle du n. 591, nous trouverons le rayon de la meule $= \frac{3095}{1000}$ pieds = 3 pieds 1 pouce 1 ligne $\frac{1}{3}$.

Il nous ſera aiſé de connoître la groſſeur de l'arbre que nous devons employer, ſoit qu'il ſoit de bois ou de fer. Pour cela nous n'avons qu'à nous conformer à ce que nous avons dit au n. 606 & 607. On aura la groſſeur du pivot par le n. 608. Ainſi, puiſqu'on eſt cenſé connoître la longueur de ces pieces, & le poids d'un pied cube de même matiere (460 & 461), on connoîtra auſſi leur poids (459); de même que celui de la roue à aubes (557 — 559) puiſque ſon rayon moyen & la ſection du courant au bas du courſier étant trouvés, on a tout ce qui eſt néceſſaire pour la conſtruire. Suppoſons le poids de l'arbre, du pivot & de la roue à aubes = 1000 ℔.

Pour tailler la meule, & lui donner la forme convenable, déterminons à-peu-près le poids du volume de pierre qu'on doit enlever pour former l'œil de la meule. Suppoſons qu'un pied cube de pierre de même nature que celle de la meule peſe 170 ℔. Donnons 14 pouces $= \frac{14}{12}$ ou $\frac{7}{6}$ pieds de diametre à l'œil, & faiſons les opérations de la règle du n. 595. Nous aurons les trois quantités dont il s'agit, qui ſeront la premiere = 5301; la ſeconde = 181, & la troiſieme = 5116, en négligeant les fractions. Multiplions la premiere par la ſeconde, & diviſons le produit par la troiſieme; nous aurons le poids de ce cylindre de pierre qui ſera à-peu près = 187 ℔.

Pour trouver le volume, tant du plein que du vuide de la meule (ce qui eſt néceſſaire pour lui donner la forme la plus avantageuſe) ſuivons les procédés indiqués par la règle du n. 596. La premiere quantité ſera = 813; la ſeconde = 5488 & le volume cherché $= \frac{32282}{1000}$ pieds cubes.

Il nous reſte à trouver l'épaiſſeur que la meule doit avoir au cen-

tre & à la circonférence. Donnons $\frac{1}{2}$ pouce = $\frac{1}{24}$ pied de relief à la meule giſſanre, & ſuppoſons le diametre d'un grain de bled = 1 ligne = $\frac{1}{144}$ pied. Nous trouverons la premiere quantité qui enrre dans la règle du n. 597, = $\frac{1071}{1000}$ pieds, & la ſeconde = $\frac{1}{13}$ pied. D'où nous conclurons par la même règle que l'épaiſſeur de la meule au centre eſt = $\frac{1035}{1000}$ pieds = 1 pied 0 pouces 5 lignes, & ſon épaiſſeur à la circonférence = $\frac{1086}{1000}$ pieds = 1 pied 1 pouce $\frac{1}{3}$ ligne.

Donnons 9 pieds de longueur au pallier. Par la règle du n. 609, nous aurons le côté de ſon équarriſſage = $\frac{5725}{10000}$ pieds = 6 pouces 10 lignes $\frac{1}{2}$.

Enfin, par la règle du n. 603, nous aurons à-peu-près le poids de la farine produite dans une heure = 611 ℔.

656. Suppoſons que ſous la même chûte la ſource dépenſe 40 pieds cubes d'eau par ſeconde.

La dépenſe érant 4 fois plus grande que dans l'exemple précédenr, ſi l'on vouloit n'employer qu'un moulin ſimple, l'équipage de la meule ſeroit preſque quadruple de celui du n. 655. Ainſi, cet équipage érant déméſurement grand, il faut recourir à la *fig.* 51, ou à la *fig.* 55. Voyons d'abord l'uſage de la premiere. Application au moulin de la fig. 51.

Par la mérhode du n. 489, nous trouverons 7 pieds 4 pouces 9 lignes pour la moindre largeur du courſier de décharge, en faiſant SQ = 1 pied (*fig.* 31. Donc puiſque (483) *m*Q = $\frac{1}{4}$ pied, *m*S ſera = $\frac{3}{4}$ pieds, & *dm* = 13 $\frac{3}{4}$ pieds = $\frac{1375}{100}$ pieds.

La profondeur naturelle de l'eau au bas du courſier, doit ērre encore ici égale à la largeur du courſier au même endroit (614). Par la règle du n. 496, nous trouverons l'une & l'autre = $\frac{1215}{1000}$ pieds = 1 pieds 2 pouces 7 lignes; & par conſéquent (494 & 498) la chûte relative d'après laquelle nous ferons le calcul de la machine ſera = $\frac{12135}{1000}$ pieds.

Si nous ſuppoſons que la profondeur de l'eau à l'entrée du courſier, ſoit de 3 pieds; par la règle du n. 499, nous trou-

verons la largeur du courſier en cet endroit $= \frac{1577}{1000}$ pieds $=$ 1 pied 6 pouces 11 lignes.

La méthode du n. 625 nous fait voir que nous pourrions employer à la rigueur juſqu'à 16 meules rournantes ; mais conformément à la remarque que nous avons faite au même endroit, nous nous contenterons d'en employer 6.

La règle du n. 626, nous donnera le poids de l'équipage de chaque meule tournante $= 3724$ ℔, & celle du n. 591, nous en fera connoître le rayon, qui ſera $= \frac{13797}{10000}$ pieds $=$ 2 pieds 4 pouces 6 lignes $\frac{2}{3}$.

Suppoſons que le rayon de chaque lanterne ſoit $=$ 1 pied, & l'intervalle qui ſéparera les meules $=$ 2 pieds. La règle du n. 627 donnera le rayon moyen du hériſſon $= \frac{5759}{1000}$ pieds $=$ 5 pieds 9 pouces 1 ligne $\frac{1}{3}$. Nous chercherons le nombre de dents & de fuſeaux à la fin de ce numéro.

Par la mérhode du n. 628, on trouvera le rayon moyen de la roue à aubes $= \frac{112}{10}$ pieds $=$ 11 pieds 2 pouces 5 lignes. Ce rayon étanr beaucoup trop grand pour une roue horiſontale, il eſt néceſſaire d'augmenter celui de la lanterne, conformément à ce que nous avons dit au n. 629.

Donnons donc 2 pieds au rayon moyen de la lanterne, & chetchons de nouveau celui du hériſſon, & celui de la roue à aubes ; nous truoverons le premier $= \frac{4759}{1000}$ pieds $=$ 4 pieds 9 pouces 1 lignes $\frac{1}{3}$, & le ſecond $= \frac{463}{100}$ pieds $=$ 4 pieds 7 pouces 6 lignes $\frac{3}{4}$.

Suppoſons que le poids du pivot, de la lanterne & de l'arbre de la meule, ſoit $= 500$ ℔, celui d'un pied cube de pierre 170 ℔, & le diamerre de l'œil $=$ 1 pied. Pour trouver le poids approché d'un volume de pierre égal au vuide de l'œil, la règle du n. 595 exige trois quanrités dont la premiere $= 3224$; la ſeconde $= 133$, & la troiſieme $= 3026$. Faiſant les opérations preſcrites, nous aurons ce poids $= 141$ ℔.

La règle du n. 596 nous donnera le volume tant du plein que du vuide de la meule $= \frac{19794}{1000}$ pieds cubes.

Exécutons à présent ce qui est prescrit par la règle du n. 597. Si nous donnons $\frac{1}{2}$ pouce de relief à la meule gissante, & que nous supposions le diametre d'un grain de bled $= 1$ ligne, nous trouverons la premiere quantité $= \frac{1112}{1000}$ pieds, & la seconde $= \frac{1}{18}$ pied. Donc l'épaisseur de la meule au centre sera $= \frac{1075}{1000}$ pieds $= 1$ pied 0 pouces $10\frac{3}{4}$ lignes, & celle à la circonférence $= \frac{113}{100}$ pieds $= 1$ pied 1 pouce 6 lignes $\frac{3}{4}$.

Faisons la longueur de chaque pallier $= 9$ pieds. Par la règle du n. 609, le côté de l'équarrissage sera $= \frac{44}{100}$ pieds $=$ 5 pouces 3 lignes $\frac{1}{3}$.

Par la règle du n. 632, nous aurons à-peu-près la quantité de farine produite dans une heure $= 2057$ ℔.

Donnons 3 pouces $= \frac{1}{4}$ pied d'épaisseur aux dents & aux fuseaux, & 3 lignes $= \frac{1}{48}$ pied de jeu à l'engrénage. Pour trouver le nombre de dents & de fuseaux, suivons exactement les règles des n. 544 & 546. La somme de l'épaisseur d'une dent, de celle d'un fuseau & de la largeur du jeu est $= \frac{25}{48}$ pieds; & la circonférence moyenne du hérisson (448) est $= \frac{29913}{1000}$ pieds, laquelle divisée par $\frac{25}{48}$, donne $57 \frac{432}{1000}$ au quotient. La lettre k est ici $= 57$. Suivant la règle du n. 544, multiplions successivement par le rayon $= 2$ de la lanterne, les nombres 57, 56, 55, 54, & divisons les produits par le rayon du hérisson $= \frac{4759}{1000}$; les quotients seront respectivement $23 \frac{95}{100}$, $23 \frac{50}{100}$, $23 \frac{11}{100}$ & $22 \frac{7}{100}$. Celui qui approche le plus d'un nombre entier est le premier. Donc suivant la règle du n. 546, nous prendrons 24 pour le nombre de fuseaux de la lanterne, & 57 pour celui des dents du hérisson. Conservant le même jeu à l'engrénage, par la règle du n. 545, nous aurons la vraie épaisseur que nous devons donner aux dents & aux fuseaux qui ne sera plus $= 3$ pouces, à cause du calcul d'approximation, mais $= 3$ pouces $\frac{1}{3}$ ligne. La plupart des

autres dimensions de la machine étant arbitraires, on aura tout ce qu'il faut pour la construire.

Application au cas où l'on emploieroit plusieurs moulins de front.

657. Au lieu de l'engrénage de la *figure* 51, n'employons que des moulins simples en exécutant ce qui est indiquée par la *fig.* 35.

Si nous n'employons qu'un seul équipage, & une seule roue à aubes, nous venons de voir que la chûte relative seroit $= \frac{22511}{1000}$. Donc par la règle du n. 620, le poids de l'équipage de la meule seroit $= 23585$ ℔. Divisons cette quantité par le poids du moindre équipage, c'est-à-dire par 1436 ℔, le nombre entier du quotient nous fera voir que le plus grand nombre de moulins simples que nous puissions employer sera = 17, ou peut-être = 18, à cause que plus on en emploieta, plus la chûte relative sera grande. Mais bornons-nous à 4, & voyons quelles en seront les dimensions.

Le nombre de moulins étant = 4, celui des embrâsures *d*, *d*, sera aussi = 4, & la dépense du courant par chaque embrâsure sera $= \frac{40}{4} =$ 10 pieds cubes. La question se réduit donc à celle du n. 655, puisque nous avons pour chaque moulin la même dépense & la même chûte qu'au numéro cité. Ainsi, nous trouverons pour chacun les mêmes dimensions que ci-dessus.

Quant à la farine produite, sa quantité sera quadruple ou = 1444 ℔ par heure, au lieu qu'en se servant de la *fig.* 51, elle ne devoit être que 1057 ℔ à cause qu'une partie de la force étoit absorbée par la résistance des engrénages.

Application au moulin de la fig. 28, mû par une chûte d'eau.

658. Que la dépense du courant soit de 20 pieds cubes d'eau par seconde, & sa chûte absolue = 5 pieds seulement.

On voit au premier abord que le moulin ne pourra pas être simple, puisque la chûte absolue elle-même est moindre que le plus petit résultat de la table du n. 612. Il faudra donc employer la *fig.* 28.

Pour connoître si la force du courant pourra suffire au moin-

dre moulin, (613) diminuons 5 de l'unité, & multiplions le reste 4 pat la dépense $=$ 20. Le produit 80 étant plus grand que 30 $\frac{51}{100}$, nous fait voit (616) que nous n'avons pas besoin de recourir aux écluses.

La dépense étant considérable, & la chûte fort petite, pour ménaget cette derniere, il faudra donner une grande largeur au coursier de décharge. Ainsi, pat la régle du n. 489, nous trouverons que cette largeut doit être au moins de 9 pieds, & que dm (*fig.* 31) sera $=$ 4 pieds, ou $mS = 1$ pied.

Dans la vue d'augmenter la vraie chûte relative, eu égard à la dépense de la source & conformément à ce que nous avons dit (495), nous supposerons que la largeur du coursier au bas de la chûte est triple de la profondeur de l'eau au même point. Par la méthode du n. 496, nous trouverons cette largeur $= \frac{20224}{10000}$ pieds $=$ 2 pieds 0 pouces 3 lignes $\frac{1}{4}$, & (497) la profondeur naturelle de l'eau $= \frac{674}{1000}$ pieds $=$ 8 pouces 1 ligne. Donc en retranchant de dm la moitié seulement de cette derniere quantité (494 & 498) nous aurons la vraie chûte relative qui sera $= \frac{3326}{1000}$ pieds $=$ 3 pieds 4 pouces.

Supposons que la profondeur de l'eau à l'entrée du coursier soit $= 1\frac{1}{2}$ pied; par la règle du n. 499, nous trouverons la largeur du coursiet au même endroit $= \frac{2219}{1000}$ pieds $=$ 2 pieds 2 pouces 10 lignes $\frac{1}{3}$.

La profondeur naturelle de l'eau au point d'impulsion étant $=$ 8 pouces 1 ligne, nous pourrons (516 & 517) prendre 5 pieds pour le rayon moyen de la roue à aubes. Faisons le poids de l'arbre horisontal & de ses dépendances $=$ 3000 ℔: le rayon du tourrillon pourra (552) être $=$ 1 pouce $= \frac{1}{12}$ pied.

Des trois quantités qui entrent dans la règle du n. 634, la premiere $=$ 2973457; la seconde $=$ 147448, & la troisieme $=$ 1010 en négligeant les fractions. Faisant les opérations prescrites, nous aurons le poids de l'équipage de la meule $=$ 2798 ℔; & par la règle du n. 591, son rayon sera $= \frac{1068}{1000}$

pieds = 2 pieds 0 pouces 9 lignes. Les applications précédentes font voir comment on trouve les autres dimenſions de la meule; ainſi, nous ne nous y arrêterons pas.

Suppoſons le rayon moyen de la lanterne = 1 pied. La règle du n. 635 nous donnera celui du rouet = $\frac{5717}{1000}$ pieds = 5 pieds 8 pouces 7 lignes $\frac{1}{4}$.

Donnons 9 pieds de longueur au pallier. Par la méthode du n. 609, nous trouverons le côté de ſon équarriſſage = $\frac{381}{1000}$ pieds = 4 pouces 6 lignes ^{3}.

Suppoſons d'abord 2 pouces 6 lignes = $\frac{5}{24}$ pied d'épaiſſeur aux dents & aux fuſeaux, & 3 lignes = $\frac{1}{48}$ pied de jeu à l'engrénage. La circonférence du rouet eſt = $\frac{35935}{1000}$ pieds, & la ſomme des épaiſſeurs d'une dent & d'un fuſeau augmentée du jeu = $\frac{7}{16}$ pied. La circonférence du rouet diviſée par cette ſomme, donne 82 $\frac{117}{1000}$. Le nombre entier 82 eſt ici celui que nous avons nommé k au n. 544. Effectuant ce qui eſt preſcrit au même numéro, nous trouverons que les quotients qui répondront aux nombres 82, 81, 80 reſpectivement, feront 14 $\frac{34}{100}$, 14 $\frac{16}{100}$, 13 $\frac{99}{100}$. De tous ces quotients, aucun n'étant entier, & le dernier en approchant le plus, ſuivant le n. 546, nous prendrons 14 pour le nombre de fuſeaux, & 80 ſera celui des dents.

La méthode du n. 545 nous donnera la véritable épaiſſeur des dents & des fuſeaux = 2 pouces 6 lignes 11 points.

Enfin, celle du n. 603 nous fera connoître que la quantité de farine produite dans une heure ſera = 271 ℔.

Application au moulin de la fig. 48, mû par une chûte d'eau.

659. Suppoſons qu'avec la chûte de l'exemple précédent; on ait une dépenſe = 140 pieds cubes.

La dépenſe étant 7 fois plus grande que dans l'application précédente, ſi l'on n'employoit qu'un ſeul équipage, il ſeroit à-peu-près 7 fois plus grand, ce qui n'eſt gueres poſſible. On pourra donc alors ſe ſervir de la *fig.* 48. Il eſt inutile de chercher de nouveau la valeur de dm (*fig.* 31): elle peut être ſenſiblement

ſiblement la même qu'au n. 658, auſſi bien que la largeur du courſier de décharge. Car on doit remarquer qu'il n'en eſt pas des roues verticales ainſi que des roues horiſontales. Celles-ci ſeroient infailliblement gênées dans leur mouvement, ſi elles n'étoient pas ſupérieures à l'eau après l'impulſion, à cauſe qu'elles plongeroient ſur toute leur étendue ; au lieu que les premieres ne plongent que par un petit arc.

Faiſons encore la largeur de la partie inférieure du courſier triple de la profondeur de l'eau au même endroit. Par la méthode du n. 496, nous trouverons cette largeur $= \frac{535}{100}$ pieds $=$ 5 pieds 4 pouces 2 lignes $\frac{1}{2}$, & (497) la profondeur de l'eau $= \frac{178}{100}$ pieds $=$ 1 pied 9 pouces 4 lignes $\frac{1}{3}$.

La profondeur de l'eau étant ici très comparable à la chûte abſolue, ainſi qu'à *dm*, pour avoir la chûte relative, il faut (494) ôter de *dm* la moitié ſeulement de la profondeur ; ce qui donnera la chûte relative $= \frac{518}{100}$ pieds.

En ſuppoſant la profondeur de l'eau à l'entrée du courſier $=$ 3 pieds, la règle du n. 499 nous donnera la largeur du courſier au même endroit $= \frac{5521}{1000}$ pieds $=$ 5 pieds 6 pouces 3 lignes.

La profondeur naturelle de l'eau au bas du courſier étant $= \frac{178}{100}$ pieds, nous pourrons (516) nous contenter de rendre le rayon moyen de la roue à aubes à-peu-près quadruple de cette quantité en lui donnant 7 pieds. Nous ſuppoſerons le poids de l'équipage de l'arbre horiſontal $=$ 4200 ℔, & le rayon des tourrillons $=$ 1 pouce 6 lignes $= \frac{1}{8}$ pied.

Nous avons déjà remarqué que ſi l'on n'employoit qu'une meule tournante, on trouveroit le poids de ſon équipage près de 7 fois plus grand que dans l'exemple précédent, c'eſt-à-dire, à-peu-près $=$ 19586 ℔. Diviſons cette quantité par 1436 ℔ poids du moindre équipage, & nous verrons que le poids du plus grand nombre de meules qu'on puiſſe employer n'excé-

dera pas le nombre entier 13 du quotient. Il nous suffira d'en employer 6.

S'il n'y avoit qu'une meule tournante, la méthode du n. 634 nous donneroit le poids de son équipage = 19029 ℔. Suivant la règle du n. 638, multiplions cette quantité par $\frac{18}{19}$, & divisons le produit par 6, & le quotient 3004 sera le nombre de livres du poids de l'équipage de chaque meule, dont le rayon (591) sera = $\frac{2171}{1000}$ pieds = 2 pieds 2 pouces 1 ligne. Quant aux autres dimensions des meules, on les trouvera par les règles données (595 — 597).

Donnons 1 pied au rayon moyen de chaque lanterne, & 2 pieds à l'intervalle qui sépare les meules. La règle du n. 639 nous donnera pour le rayon du hérisson $\frac{5346}{1000}$ pieds = 5 pieds 4 pouces $\frac{1}{5}$ ligne, & celle du n. 640 nous fera connoître que le rayon du rouet de champ est = $\frac{147}{100}$ pieds = 1 pied 5 pouces 7 lignes $\frac{2}{3}$.

Pour connoître le nombre de dents du hérisson, & celui des fuseaux de la lanterne qu'il engrene. Supposons d'abord que l'épaisseur d'une dent, ainsi que le diametre d'un fuseau est = 2 pouces 6 lignes = $\frac{5}{24}$ pied, & la largeur du jeu de l'engrénage = 3 lignes = $\frac{1}{48}$ pied. La somme de ces trois quantités sera = $\frac{7}{16}$ pied, & la circonférence moyenne du hérisson = $\frac{336}{10}$ pieds. Cette derniere quantité divisée par la premiere, nous donne 76 $\frac{8}{10}$ au quotient: le nombre 76 est représenté par k au n. 544. Suivant la règle du même numéro, multiplions par le rayon de la lanterne = 1 successivement les nombres 76, 75, 74, 73 & divisons les produits par le rayon du rouet $\frac{5346}{1000}$: nous aurons les quotients correspondants 14 $\frac{21}{100}$, 14 $\frac{2}{100}$, 13 $\frac{84}{100}$, 13 $\frac{65}{100}$, dont le second approche le plus d'un nombre entier. Donc suivant le n. 546, le nombre entier 14 le plus approchant sera le nombre de fuseaux de la lanterne, & 75 sera celui des dents du hérisson. Alors (545) nous trouverons

la vraie épaiſſeur des dents & des fuſeaux = 2 pouces 6 lignes 10 points.

Suppoſons encore les mêmes dimenſions aux dents, aux fuſeaux & au jeu de l'engrénage du rouet de champ. La circonférence moyenne de ce rouet ſera = $\frac{924}{100}$ pieds, laquelle diviſée par $\frac{7}{16}$ donne au quotient 21 $\frac{12}{100}$. Par les mêmes règles que nous avons ſuivies en faiſant le calcul de l'engrénage du hériſſon, ſi nous multiplions par le rayon de la lanterne = 1, les nombres 21, 20, 19, 18, & que nous diviſions tous les produits par le rayon du rouet = $\frac{147}{100}$; nous aurons pour quotients reſpectifs 14 $\frac{28}{100}$, 13 $\frac{60}{100}$, 12 $\frac{93}{100}$, 12 $\frac{24}{100}$, dont le troiſieme approche le plus d'un nombre entier qui eſt 13. Ce nombre 13 ſera donc celui des fuſeaux de la lanterne, & le nombre correſpondant 19 celui des dents du rouet. Par la méthode du n. 545, nous aurons la vraie épaiſſeur, tant des dents que des fuſeaux = 2 pouces 9 lignes $\frac{1}{2}$.

Suppoſons que le pallier ait 9 pieds de longueur. La règle du n. 609 nous donnera le côté de ſon équarriſſage = 4 pouces 8 lignes $\frac{3}{4}$.

Enfin, par la règle du n. 632, la quantité de farine produite dans une heure ſera = 1748 ℔.

660. On a une ſource dont la chûte abſolue eſt = 12 pieds, & dont la plus grande & la moindre dépenſe ſont reſpectivement 6 & 2 pieds cubes d'eau par ſeconde. Il s'agit de l'employer à mouvoir un moulin qui produiſe le plus grand & le meilleure effet poſſible.

Application à un moulin ſimple mû par le moyen d'une écluſe.

Diminuons 12 pieds de l'unité, & regardons pour un moment le reſte 11 pieds comme la vraie chûte relative. Si nous multiplions par 11 les dépenſes de la ſource, les produits 66 & 22 nous feront voir (616) que dans le temps des hautes eaux, le moulin n'aura pas beſoin d'écluſe, mais qu'il ne pourra pas s'en paſſer pendant les baſſes eaux. Il faut donc ſe ſervir

d'une éclufe, & fuppofer fa dépenfe plus grande que 6 pieds cubes (507).

Fixons à 10 pieds cubes la dépenfe de l'éclufe, & à 2 pieds la profondeur du baffin fupérieur. Donnons 1 pied de profondeur à la partie fupérieure du courfier : nous aurons (508) fa largeur en cet endroit $= \frac{766}{1000}$ pied $=$ 9 pouces 2 lignes. (510) La profondeur du baffin inférieur fera $=$ 2 pieds 6 pouces, & par la règle du n. 511, la chûte abfolue de la dépenfe de l'éclufe, fera $= 2\ \frac{1091}{100}$ pieds. La queftion fe réduit donc à celle-ci : *Trouver l'efpece, les dimenfions & l'effet d'un moulin mû par une fource dont la dépenfe eft de* 10 *pieds cubes, & la chûte abfolue* $= \frac{1091}{100}$ *pieds.*

La chûre abfolue diminuée d'une ou même de deux unités, étant plus grande que le moindre réfultat de la table du n. 612, nous couclurons (613) que le moulin doit être fimple, tel que celui qui eft repréfenté par la *fig.* 46. La méthode du n. 489 nous fait voir qu'en faifant mS (*fig.* 31) $=$ 1 pied, la moindre largeur du courfier de décharge fera à-peu-près $=$ 3 pieds, & $dm = \frac{991}{100}$ pieds. La valeur de dm tombanr entre le fecond & le troifieme téfultat de la table que nous venons de citer, il s'enfuit (614) que la profondeur de l'eau au point d'impulfion doit être double de la largeur du coufier au même endroir.

La règle du n. 496 nous donne cette largeur $= \frac{465}{1000}$ pieds $=$ 5 pouces 7 lignes, & celle du n. 497 nous fait connoîrre la profondeur naturelle de l'eau $= \frac{91}{100}$ pied $=$ 11 pouces 2 lignes. Ainfi, (494 & 498) la chûte relative fera $= 8\ \frac{98}{100}$ pieds ou plutôt $=$ 9 pieds.

Cela pofé, nous trouverons (620) le poids de l'équipage de la meule $=$ 4233 ℔; (591) le rayon de la meule $= \frac{2531}{1000}$ pieds $=$ 2 pieds 6 pouces 5 lignes; (621) le rayon moyen de la roue à aubes $= \frac{173}{100}$ pieds $=$ 1 pied 8 pouces 9 lignes; (609) le côté de l'équarriffage du pallier (fa longueur érant de 9 pieds) $= \frac{47}{100}$ pied $=$ 5 pouces 6 lignes; & enfin (603) la farine pro-

duite dans une heure = 410 ℔. Mais parceque le moulin chaume pendant que le bassin se remplit, par la méthode du n. 654, nous trouverons que l'effet qu'on doit attendre du moulin supposé mû sans interruption = 82 ℔ dans une heure ou 1968 ℔. dans vingt quatre heures. Cet effet augmentera dans les hautes eaux.

661. Supposons que la même source n'ait que 7 pieds de chûte absolue. *Application à un moulin composé mû par le moyen d'une écluse.*

Il est évident par ce que nous avons dit au n. 613 qu'on ne peut employer qu'un moulin à engrénage. Servons-nous donc de celui qui est représenté par la *fig.* 28. Donnons encore les mêmes dimensions aux bassins & à la profondeur de la partie supérieure du coursier, & faisons la dépense de l'écluse = 15 pieds cubes.

Par la règle du n. 511 la chûte absolue se réduit à $\frac{591}{100}$ pieds. Diminuons cette quantité d'un pied, & nous aurons dm (*fig.* 31) = $\frac{491}{100}$ pieds. La règle du n. 489 nous donne la moindre largeur du coursier de décharge = 6 pieds 2 pouces, & celle du n. 508 nous fait connoître que la largeur de la partie supérieure du coursier est = $\frac{1149}{1000}$ pieds = 1 pied 1 pouce 9 lignes $\frac{1}{2}$. Faisons la largeur de la partie inférieure triple de la profondeur naturelle de l'eau au même endroit; (496) cette largeur sera = $\frac{1665}{1000}$ pieds = 1 pied 8 pouces; (497) la profondeur naturelle de l'eau = $\frac{555}{1000}$ pied = 6 pouces 8 lignes, & (494 & 498) la vraie chûte relative = $\frac{4613}{1000}$ pieds.

Donnons 5 pieds au rayon moyen de la roue à aubes, 3200 ℔ au poids de l'équipage de l'arbre horisontal, 1 pouce 6 lignes = $\frac{1}{8}$ pied au rayon du tourrillon, & un pied à celui de la lanterne.

Cherchons le poids de l'équipage de la meule par la règle du n. 634. La premiere quantité qui entrera dans cette règle, sera = 3102289; la seconde = 278439, & la troisieme =

1013. Donc le poids de l'équipage de la meule sera = 2787 ℔, & (591) le rayon de la meule sera = $\frac{2059}{1000}$ pieds = 2 pieds 0 pouce 8 lignes $\frac{1}{2}$.

Par la règle du n. 635, nous aurons le rayon du rouet = $\frac{4853}{1000}$ pieds = 4 pieds 10 pouces 3 lignes.

Supposons d'abord 2 pouces 6 lignes = $\frac{5}{24}$ pied d'épaisseur aux dents & aux fuseaux, & 3 lignes = $\frac{1}{48}$ pied au jeu de l'engrénage. La somme des épaisseurs d'une dent & d'un fuseau augmentée du jeu, sera = $\frac{7}{16}$ pieds ; la circonférence moyenne du rouet (448) sera = $\frac{30504}{1000}$ pieds, & divisée par la somme précédente, elle donne au quotient 69 $\frac{713}{1000}$. Suivant la méthode prescrite aux n. 544 & 546, multiplions par le rayon = 1 de la lanterne, successivement les nombres 69, 68, 67, 66, & divisons les produits par le rayon = $\frac{4853}{1000}$ du rouet; nous aurons les quotients respectifs 14 $\frac{21}{100}$, 14 $\frac{1}{100}$, 13 $\frac{80}{100}$, 13 $\frac{59}{100}$, parmi lesquels le second approche le plus d'un nombre entier. Prenons ce nombre entier le plus appochant, c'est-à-dire 14 pour celui des fuseaux de la lanterne; le nombre correspondant 68 sera celui des dents du rouets. Déterminons-en la vraie épaisseur par la méthode du n. 545, & nous trouverons qu'elle sera = 2 pouces 6 lignes 10 points.

Supposant la longueur du pallier = 9 pieds, (609) le côté de son équarrissage sera = 4 pouces 7 lignes; (603) la quantité de farine produite dans une heure sera = 270 ℔, & en substituant au moulin à écluse un moulin mû sans interruption, (654) cette quantité sera = 36 ℔ par heure, ou 864 ℔ par jour. Lorsque la dépense de la source augmentera, l'effet augmentera aussi dans le même rapport.

Application à un moulin qui n'a qu'une meule & qui est mû par une riviere.

662. On a une riviere dont la vîtesse à la superficie = 3 pieds, & sur laquelle on voudroit établir un moulin à bled dont les aubes pourroient avoir 10 pieds de largeur. On en demande l'espece & la construction la plus avantageuse, ainsi que l'effet qu'on en doit attendre.

Suppoſons que le rayon moyen de la roue doive être 5 fois plus grand que la hauteur des ailes. La règle du n. 534 nous fait voir que ſi nous donnons plus de 2 pieds $\frac{1}{100}$ à cette hauteur, les eaux ſeront pouſſées par la partie ſupérieure des aubes. Il faut donc ſe contenter de lui donner ſeulement 1 pied; ce qui rendra la ſurface de l'aube = 10 pieds quarrés, & le rayon moyen de la roue à aubes = 5 pieds. Par la méthode du n. 536, nous trouverons la vîteſſe moyenne du courant = $\frac{624}{100}$ pieds.

Donnons 3200 ℔ au poids de l'équipage de l'arbre horiſontal de la *fig.* 28, & 1 pouce 6 lignes = $\frac{1}{8}$ pied au rayon des tourrillons. Pour trouver le poids de l'équipage de la meule, exécutons ce qui eſt preſcrit par la règle du n. 643. La premiere quantité qu'on aura ſera = 2041, lorſqu'on ſe ſervira d'un courſier, & elle ſera = 1020, lorſqu'on n'en emploiera aucun. La ſeconde ſera = 111, & la troiſieme = $\frac{101}{100}$; d'où l'on conclura que l'on doit ſe ſervir d'un courſier, & qu'alors le poids cherché ſera = 1912 ℔. (591) Le rayon de la meule = $\frac{17}{10}$ pieds = 1 pied 8 pouces 5 lignes. Faiſons le rayon de la lanterne = 9 pouces = $\frac{3}{4}$ pied: (644) nous aurons celui du rouet qui ſera = $\frac{1111}{100}$ pieds = 11 pieds 1 pouce 4 lignes, valeur beaucoup trop grande pour la conſtruction; ainſi il faudra ſe ſervir de la *fig.* 48, avec une ſeule meule tournante (651).

Donnons les mêmes dimenſions qu'auparavant aux aubes, aux rayons de la roue, des tourrillons & des lanternes, & le même poids à l'équipage de l'arbre horiſontal. Par la règle du n. 651, nous aurons le poids de l'équipage de la meule = 1811 ℔; (591) le rayon de la meule = $\frac{1617}{1000}$ pieds = 1 pied 7 pouces 10 lignes $\frac{1}{2}$; la longueur du pallier étant = 9 pieds, (609) le côté de ſon équarriſſage = $\frac{2971}{10000}$ pieds = 3 pouces 7 lignes; (651) les rayons du rouet de champ & du hériſſon ſuppoſés égaux = $\frac{773}{100}$ pieds = 7 pieds 8 pouces 9 lignes; & (603) la quantité de farine produite dans une heure = 175 ℔.

Suppoſons l'épaiſſeur des dents & des fuſeaux $=$ 2 pouces $=$ $\frac{1}{6}$ pied, & la largeur du jeu $=$ 3 lignes $=$ $\frac{1}{48}$ pied. La ſomme de l'épaiſſeur d'une dent, de celle d'un fuſeau & de la largeur du jeu ſera $=$ $\frac{17}{48}$ pied. Diviſons (544) par cette quantité, la circonférence du rouet de champ $=$ $\frac{486}{10}$ pieds ; nous aurons au quotient 137 $\frac{22}{100}$. Multiplions par le rayon $\frac{3}{4}$ d'une des lanternes, ſucceſſivement les nombres 137, 136, 135, 134, & diviſons les produits par le rayon du rouet; nous trouverons les quotients reſpectifs 13 $\frac{29}{100}$, 13 $\frac{19}{100}$, 13 $\frac{9}{100}$, 13 $\frac{1}{100}$, dont le dernier approche le plus d'un nombre entier. Donc (546) 13 ſera le nombre de fuſeaux, & 134 celui des dents. La méthode du n. 545 nous donnera leur vraie épaiſſeur $=$ 2 pouces 0 lignes 7 points.

La même choſe aura lieu par rapport à l'engrénage du hériſſon, puiſque les rayons du rouet de champ & du hériſſon ſon égaux entre eux, & qu'il en eſt de même de ceux des lanternes.

Application à un moulin qui a pluſieurs meules, & qui eſt mû par une riviere.

663. Suppoſons que dans une autre riviere la viteſſe des eaux de la ſurface ſoit $=$ 6 pieds, & qu'on ne puiſſe donner que 8 pieds de largeur aux aîles.

Nous ferons le rayon moyen de la roue à aubes quadruple de la hauteur des aîles. (534) La plus grande hauteur des aîles ſera $=$ 8 $\frac{59}{100}$ pieds. Ainſi nous pourrons leur donner 2 pieds de hauteur, ce qui rendra leur ſurface $=$ 16 pieds quarrés, (535) le rayon moyen de la roue à aubes $=$ 8 pieds, & (536) la viteſſe moyenne du courant $=$ $\frac{98}{10}$ pieds.

Suppoſons que le poids de l'arbre horiſontal & de ſes dépendances ſoit $=$ 3200 ℔ & le rayon du tourrillon $=$ 1 pouce 6 lignes $=$ $\frac{1}{8}$ pied. Employons pour un moment la *fig.* 28, & cherchons le poids de l'équipage de la meule qu'elle exigeroit. En effectuant ce qui eſt preſcrit par la règle du n. 643, nous trouverons la premiere quantité $=$ 12621 ou $=$ 6310, ſelon qu'on

qu'on emploiera ou qu'on n'emploiera pas de courſier, la ſeconde $= 109$, & la troiſieme $= \frac{101}{100}$. Donc quand on ſe ſervira d'un courſier, le poids de l'équipage de la meule ſera $=$ 12388 ℔; & quand on ne s'en ſervira pas, ce poids ſe réduira à 6139 ℔. Examinons le premier cas.

Le poids 12388 étant trop conſidérable pour un ſeul équipage, il faudra en employer pluſieurs, & pour cela ſe ſervir de la *fig.* 48. Suppoſons d'abord qu'avec cette *figure* on en admît qu'un ; (646) à cauſe du double engrénage, il ſeroit égal au précédent, multiplié par $\frac{18}{19}$, c'eſt-à-dire $= 11736$ ℔. Diviſons cette quantité (625) par 1436, poids du moindre équipage, & le nombre entier 8 ſera le plus grand nombre de meules que nous pourrons employer. Fixons ce nombre à 4. Nous aurons (646) le poids de chaque équipage $= 2934$ ℔; (591) le rayon de chaque meule $= \frac{21099}{10000}$ pieds $= 2$ pieds 1 pouces 3 lignes $\frac{1}{2}$. (609) le côté de l'équarriſſage de chaque pallier ſuppoſé de 9 pieds de longueur $= 4$ pouces 6 lignes $\frac{1}{2}$; (603) la quantité de farine produite dans une heure par chaque meule $= 284$ ℔; & celle qui ſera produite dans le même temps par la ſomme des meules $= 1136$ ℔.

Suppoſons le rayon de chaque lanterne $= 9$ pouces $= \frac{3}{4}$ pieds; & l'intervalle qui ſépare les meules tournantes $= 2$ pieds (647). Nous aurons le rayon du hériſſon $= \frac{366}{100}$ pieds $= 3$ pieds 7 pouces 11 lignes, & (648) celui du rouet de champ $= \frac{1868}{1000}$ pieds $= 1$ pied 10 pouces 6 lignes 2 points.

Suppoſons 30 lignes $= \frac{5}{24}$ pieds d'épaiſſeur aux dents & aux fuſeaux, & 3 lignes $= \frac{1}{48}$ pied au jeu de l'engrénage. La ſomme des épaiſſeurs d'une dent & d'un fuſeau jointe au jeu, ſera $= \frac{7}{16}$ pied. La circonférence moyenne du hériſſon ſera $= 23$ pieds; & diviſée par $\frac{7}{16}$, elle donnera au quotient $52 \frac{17}{100}$. Suivant la méthode du n. 544, multiplions par le rayon $\frac{3}{4}$ de la lanterne les nombres 52, 51, 50, 49, & diviſons les produits

par le rayon du hériſſon : nous aurons les quotients $10\frac{65}{100}$, $10\frac{45}{100}$, $10\frac{24}{100}$, $10\frac{4}{100}$. Donc (546) le nombre de fuſeaux des lanternes engrénées par le hériſſon ſera $=10$, & celui des dents du hériſſon $=49$. On trouvera par la méthode du n. 545, la vraie épaiſſeur qu'on doit leur donner $=\frac{2245}{10000}$ pied $=2$ pouces 8 lignes $\frac{1}{3}$.

Suppoſons encore les premieres dimenſions des dents & des fuſeaux de l'engrénage du roüet de champ, les mêmes qu'à celui du hériſſon. La circonférence du rouet ſera $=\frac{11741}{10000}$ pieds ; & diviſée par $\frac{7}{16}$, elle donnera $26\frac{836}{1000}$. Multiplions par le rayon $\frac{3}{4}$ de la lanterne les nombres 26, 25, 24, & diviſons les produits par le rayon du rouet ; nous aurons les quotients $10\frac{43}{100}$, $10\frac{3}{100}$, $9\frac{63}{100}$. Ainſi le nombre de fuſeaux de la lanterne engrénée par le rouet de champ, ſera $=10$, celui des dents du rouet $=25$; & leur vraie épaiſſeur $=2$ pouces 8 lignes $\frac{1}{4}$.

On voit par là comment on trouvera tout ce qui eſt relatif au cas où l'on ne ſe ſerviroit pas de courſier.

FIN.

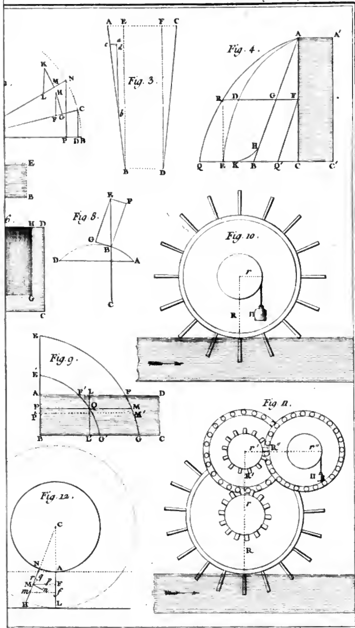


Fig. 3.
Fig. 4.
Fig. 8.
Fig. 9.
Fig. 10.
Fig. 11.
Fig. 12.

Fig. 17.

Fig. 18.

Fig. 16.

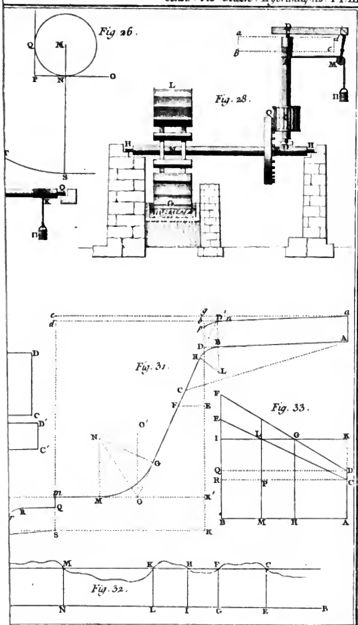
Fig. 20.

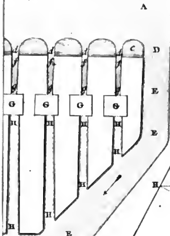
Fig. 19.

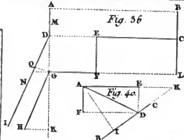
Fig. 21.

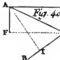
Fig. 22.

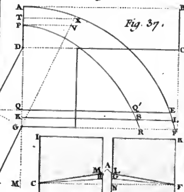
Fig. 23

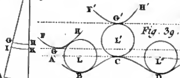

Fig. 26.
Fig. 28.
Fig. 31.
Fig. 32.
Fig. 33.

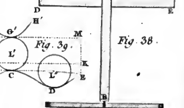


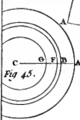

Fig. 36

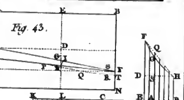

Fig. 40.

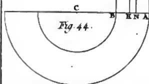

Fig. 37.


Fig. 39.


Fig. 38.


Fig. 41.


Fig. 43.


Fig. 44.
Fig 45.

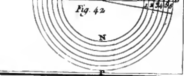

Fig. 42

Fig. 48.

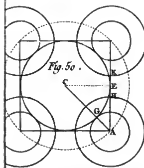


Fig. 50.

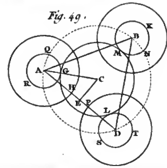
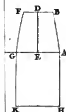
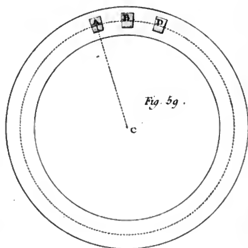


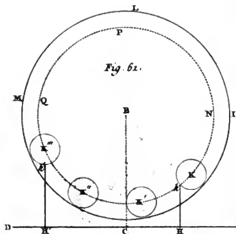
Fig. 49.


F
D
B
G
E
A
K
H

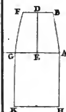

A
B
D
C
Fig. 59.


A
D
C


Fig. 62.


L
P
Fig. 61.
M
Q
B
N
I
K'''
K''
K'
K
h
D
H'
C
H
E

...g. 55.



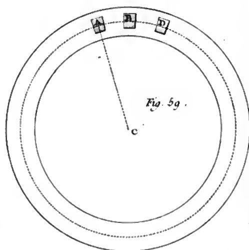





Fig. 62.

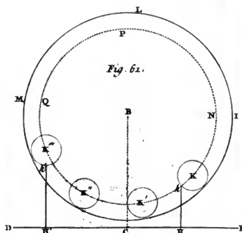


TABLE
DES MATIERES
Contenues dans ce Volume.

PREMIERE PARTIE.

De la construction des Machines Hydrauliques.

SECTION I.

Du mouvement & de l'action de l'eau en général.

SECTION III.

De la construction des Engrénages, des Canaux, des Coursiers & des Ecluses.

SECONDE PARTIE.

De la construction des Moulins à bled.

SECTION I.

Des Meules & de leur action sur le bled.

SECTION II.

Théorie générale des Moulins simples & composés.

§. I.

Des Moulins simples.

§. II.

Des Moulins composés à simple & à double engrénage.

SECTION III.

Expériences sur les Moulins.

Application des résultats à la construction de ces Machines.



TROISIEME PARTIE.

Traité Pratique.

SECTION I.

Des connoissances nécessaires pour les Sections suivantes.

SECTION II.

Des Machines hydrauliques en général.

§. I.

Principes Généraux.

§. II.

Des Canaux & des Coursiers.

§. III.

Des Eclufes.

§. IV.

Des roues à aubes mûes par des sources particulieres.

§. V.

Des roues à aubes mûes par des Rivieres.

§. VI.

Des Engrénages; des Pivots; des Tourrillons, & de la manière d'avoir le poids des différentes parties d'une Machine.

§. VII.

De la conſtruction des Machines, & de la détermination de leurs effets.

§. VIII.

Application.

SECTION III.

Des Moulins à bled.

§. I.

Des Meules, des Arbres & des Palliers.

§. II.

Règles pour la construction la plus avantageuse des Moulins mûs par une chûte d'eau.

§. III.

Règles pour la construction la plus avantageuse des Moulins mûs par des rivieres.

§. IV.

Des Moulins à écluse.

§. V.

Applications.

Fin de la Table des Matières.

ERRATA.

PAGE 8, ligne 3, $a:b::\frac{2m+lv^2}{lmv^2}:q=\frac{b}{a}\times\frac{2m+lv^2}{lmv^2}$, *lisez* $a:b::\frac{2m+l'v}{lmv^2}:q=\frac{b}{a}\times\frac{2m+l'v}{lmv^2}$.

Pag. 17, lign. 6, $::60:\frac{80}{3}$, *lisez* $::30:\frac{80}{3}$.

Pag. 18, lign. 3, (14, 17 & 30), *lisez* (14 & 17).

Pag. 28, lign. 11, $\frac{pv}{\sqrt{v^2-2qvu}+u^2}$, *lisez* $\frac{pv}{\sqrt{v^2-2qvu+u^2}}$.

Pag. 39, derniere lig. $S=2$, *lisez* $s'=2$.

Pag. 43, lign. 26, $S=2$, *lisez* $s=2$.

Pag. 44, lign. 10, 22 & 26. *sin.* BAD, *lisez* $\overline{\textit{sin.}\ \mathrm{BAD}}$.

Pag. 45, lign. 2, mais dans les roues la ligne, &c. *lisez* Mais dans les roues horizontales la ligne &c.

Pag. 49, lign. 21, MN, *lisez* M*n*.

Pag. 58, lig. 9, DI, *lisez* DI'.

Pag. 59, lign. 5, GB, *lisez* GR.

Pag. 60, lign. 16 & 17, hauteur à la vîtesse, *lisez* hauteur due à la vîtesse.

Pag. 62, derniere ligne, ID, *lisez* ID'.

Pag. 69, antépénultieme ligne, CD, *lisez* GD.

Pag. 92, lign. 20, la force opposée, *lisez* la face opposée.

Pag. 94, à la marge, lign. 2, effet évaluée, *lisez* effet évalué.

Ibid, lign. 9, K' *lisez* K.

Pag. 100, lign. 11, Rappellons-nous, *lisez à la ligne*, * Rappellons-nous.

Pag. 104, lig. 1, $\Pi=\frac{K.25.\lambda v^2\ \&c.}{}$, *lisez* $\Pi=\frac{K.\frac{4}{25}.\lambda v^2\ \&c.}{}$.

Pag. 106, lign. antépenultieme, $\frac{\Pi''g'}{n}\left(\frac{1}{R'}-\frac{1}{R'n-g'}\right)\times\frac{s^2}{s'+s}$ &c. *lisez* $\frac{\Pi''g'}{n}\left(\frac{1}{R'}-\frac{1}{R'n-g'}\right)-\frac{s^2}{s'+s}$, &c.

Ibid, derniere ligne, si la machine, *lisez*. Si la machine.

Pag. 107, lign. 6, $r=$ *lisez* $r'=$.

Pag. 108, lign. 10, $\Pi''\frac{1}{r+\frac{1}{2}g}\left(\cdots\cdots\cdots-\frac{1}{2}\Pi g'\right)$, *lisez* $\Pi=\frac{1}{r+\frac{1}{2}g}\left(\cdots\cdots\cdots-\frac{1}{2}\Pi' g\right)$.

Pag. 113, lign. 3, $hm = \frac{\pi}{Bp} \cdot \frac{S'^2 S}{\overline{S'+S}^{\prime}} \cdot \frac{s'^2 s}{\overline{s'+s}^{\prime}}$. H M, *lisez* $hm = \frac{\pi}{Bp} \cdot \frac{S'^2 S}{\overline{S'+S}^{\prime}} \cdot \frac{\overline{s'+s}^{\prime}}{s'^2 s}$. HM.

Pag. 124, lign. 2, (111) *lisez* (112).

Pag. 129, lign. 22, $K > \frac{S.AB.BC}{B'C'}$, *lisez* $K > \frac{s.AB.BC}{B'C'}$.

Pag. 139, lign. 25, $m = 4{,}88$ liv. $\overline{BE'}^{\frac{1}{2}}$, *lisez* $m = 4{,}88$ l. $\overline{BE}^{\frac{1}{2}}$.

Pag. 141, lign. 27 & 28, ſur le point d'être tel, *lisez* ſur le point de ceſſer d'être tel.

Pag. 145, lign. 29, B, *lisez* D.

Pag. 147, derniere ligne, proportion, *lisez* propoſitlon.

Pag. 148, lign. 20, CF, *lisez* GF.

Pag. 149, lign. 18, *ſin.* QGH, *lisez* *ſin.* QHG.

Pag. 151, lign. 21, AP, *lisez* GP.

Pag. 152, lign. 14, l'horizontal, *lisez* l'horiſontale.

Ibid lign. 23, $\left(g + \frac{z}{\sqrt{1-c^2}}\right)(1 - \frac{9}{8}a^2) - \frac{9}{16}$. Donc AT $= z\sqrt{1-c^2}\ (1-a^2)$: *lisez*. Donc AT $= \left(g + \frac{z}{\sqrt{1-c^2}}\right)(1 - \frac{9}{8}a^2) - \frac{9}{16} . z\sqrt{1-c^2} . (1-a^2)$.

Pag. 153, lign. 15 & 16, aucune (91). L'effet, *lisez* aucune. (91) L'effer.

Pag. 155, lign. 5, (133 — 138, *lisez* 133—138 & 235).

Pag. 158, lign. 15, N'O, *lisez* NO.

Ibid, lign. 16, Nous avons marqué, *lisez* nous avons remarqué.

Pag. 174, lign. 17, révolution, *lisez* révolutions.

Pag. 177, lign. 17, pendant lequel on doit faire en ſorte, *lisez* on doit faire en ſorte.

Pag. 178, lign. 18, $= aqr''$, *lisez* $= cqr''$.

Pag. 184, lign. 2 révolution, *lisez* révolutions.

Pag. 187, lign. antépénultieme, donnés, *lisez* données.

Pag. 188, lign. 1, au numéro 313, *lisez* au numéro 314.

Pag. 189, lign. 15, inclinés (87), ſubſtituons, *lisez* inclinés, (87) ſubſtituons.

Pag. 190, lign. 26, $h' = \sqrt[5]{\frac{\overline{3.921} \times D^4}{l^4 L^2 n^2}}$, *lisez* $h' = \sqrt[5]{\frac{\overline{3.921}^{\,1} \times D^4}{l^4 L^2 n^2}}$.

Pag. 191, lign. 5, racines cinquiemes des nombres, *lisez* racines cinquiemes des quarrés des nombres.

Pag. 192, lign. 24. $\frac{s^2}{\overline{s'+s}^{\,2}} \left(\frac{g'}{R'n -} - \frac{s'^2}{s^2} \right) +$ &c. *lisez* $\frac{s^2}{\overline{s'+s}^{\,2}} \left(\frac{g'}{R'n - g'} - \frac{s'^2}{s^2} \right) +$, &c.

Pag. 195, lign. 11, force f' *lisez* force f.

Pag. 196, lign. 19, deux agiront, *lisez* deux forces agiront.

Pag. 197, lign. 2, $+ \frac{2}{3} \frac{gp\Pi}{R'n}$, *lisez* $+ \frac{2}{3} \frac{gp\Pi'}{R'n}$.

Ibid, lign. antépénultieme, x, *lisez* χ.

Pag. 198, lign. 9, $\frac{\chi'}{n'}$, *lisez* $\frac{\chi'}{n}$.

Ibid, lign. 12, $\chi \cdot \frac{g'}{Rn^2}$, *lisez* $\chi' \cdot \frac{g'}{Rn^2}$.

Pag. 199, lign. 5, ſera équilibre, *lisez* fera équilibre.

Pag. 200, lign. 2, du n. 303, *lisez* du n. 304.

Pag. 204, lign. 9, $F = \frac{\Pi' g'}{Rn} + \chi' \cdot \frac{r}{R} +$ &c. *lisez* $F = \frac{\Pi' g'}{Rn} + \chi \cdot \frac{r}{R} +$ &c.

Pag. 205, lign. 10, premiere propoſition latérale, *lisez* premiere preſſion latérale.

Ibid, lign. 11, nomerons φ, *lisez* nommerons φ.

Pag. 206, lign. 5, $= \frac{2}{3} \frac{\pi g'}{Rn}$, *lisez* $= \frac{2}{3} \frac{\Pi g'}{Rn}$.

Pag. 210, lign. antépénultieme, $\frac{r}{RR'} \cdot \frac{cD}{b} = \frac{s'+s}{sv}$, *lisez* $\frac{r}{RR'} = \frac{cD}{b} \cdot \frac{s'+s}{sv}$.

Pag. 211, lign. 2, laquelle on déduira, *lisez* de laquelle on déduira.

Pag. 224, lign. 20, n. 84, *lisez* n. 54.

Pag. 226, lign. 7. $+ \frac{2}{3} \frac{gp' \cdot AQ}{n} = Rp' \cdot AQ$, *lisez* $+ \frac{gp' \cdot AQ}{n} = Rp' \cdot AQ$.

Pag. 227, lign. 18 BAC × EAF, *lisez* BAC + EAF.

Pag. 231, lign. 1, opter, *lisez* compter.

Pag. 231, lign. 17, résulat, *lisez* résultat.
Pag. 233, lign. 14 & 15, révolution, *lisez* révolutions.
Pag. 236, lign. 29 & 30, (300 & 308) (388), *lisez* (300; 308 & 388).
Pag. 237, lign. 14, 9 pied, *lisez* 9 pieds.
Pag. 238, lign. 23, un peut, *lisez* un peu.
Pag. 245, lig. 16 $-\frac{1,617\, n'' g'}{R'} . \sqrt{h'}$, *lisez* $-\frac{1,617\, n'' g'}{R'} . \sqrt{h'}$.
Pag. 246, lign. 4, $-\frac{2}{9} . \frac{n'' g'}{R'} . v$, *lisez* $+\frac{2}{9} \frac{n'' g'}{R'} . v$.
Pag. 247, lign. 6, $-1,617 \frac{n' g'}{R}) \sqrt{h'}$, *lisez* $-1,617 \frac{n' g'}{R} . \sqrt{h'}$.
Ibid, lign. 22, $r' =$, *lisez* $r =$.
Pag. 248, lign. 22, $r' =$, *lisez* $r =$.
Pag 251, lign. 26, qu'elle ont, *lisez* qu'elles ont.
Pag. 252, lign. 9, 397; *lisez* 396.
Pag. 253, lign. 4, n. 397, *lisez* n. 423,
Pag. 258, lign. 26 & 27, des n., *lisez* du n.
Pag. 260, lign. 5, $dm > 7,31$ pieds, *lisez* $dm > 7,314$ pieds.
Pag. 268, lign. 10, je pends, *lisez* je prends.
Pag. 273, lign. 5, AB, *lisez* AD.
Pag. 279, à la marge, derniere ligne, superflus, *lisez* superflues.
Pag. 282, lign. 3, BL,H, *lisez* BLH.
Pag. 285, lign. 21 & 22, profondeur de naturelle l'eau, *lisez* profondeur naturelle de l'eau.



